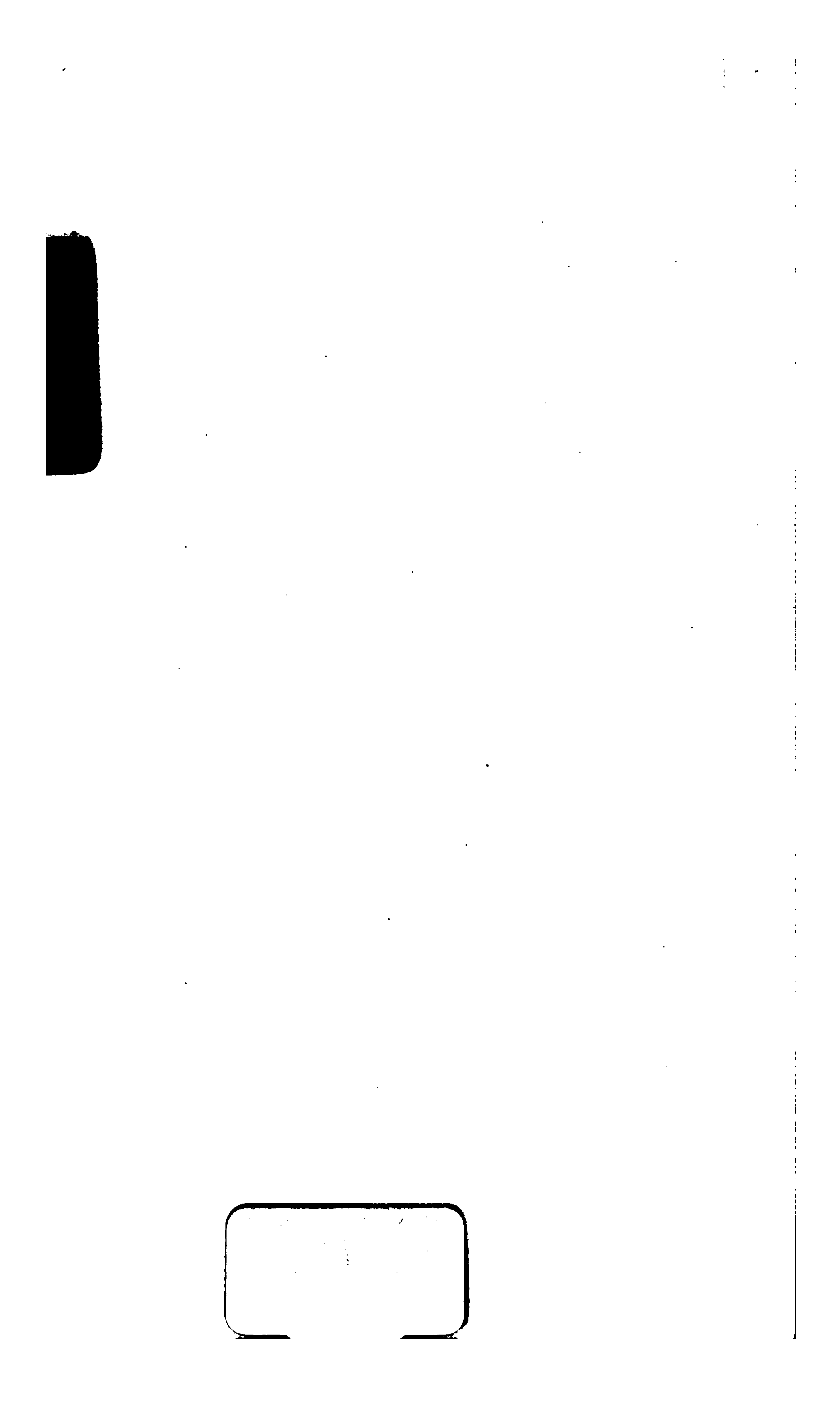






Lehrbuch

der

Arithmetik

für

Schulen, Gymnasien und den Selbstunterricht.

Enthaltend:

eine gründliche und leicht faßliche, den Erfordernissen der neueren Pädagogik angemessene Darstellung des Kopf- und Zifferrechnens, und deren Anwendung auf das bürgerliche Leben und auf besondere Geschäftszweige.

Von

Jacob Heussi,

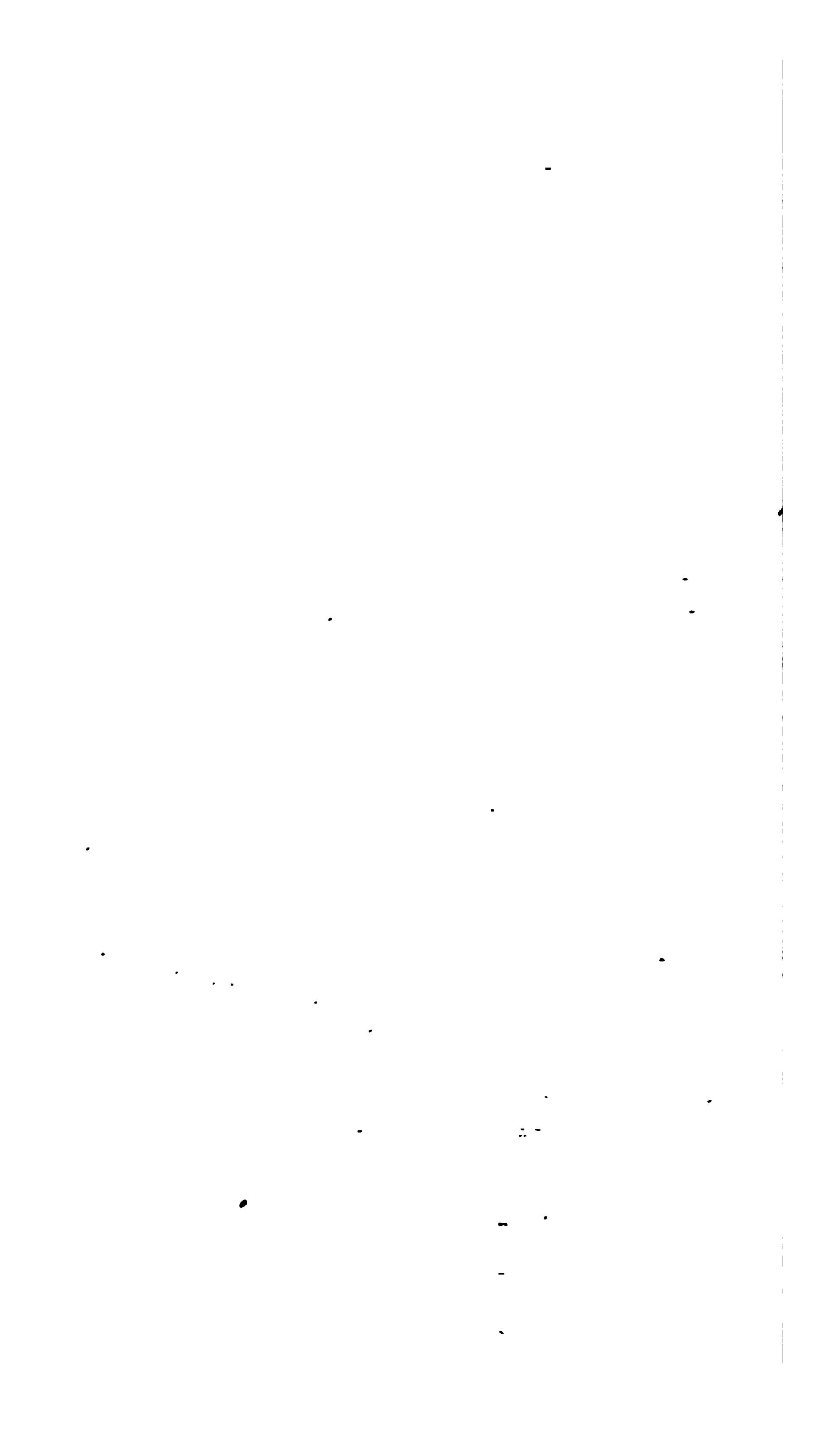
ordentlichem Lehrer der Mathematik, Physik und englischen Sprache an der Königlichen Realschule zu Berlin.

Erster Theil.

Die vier Operationen in ganzen, gebrochenen, unbenannten und benannten Zahlen enthaltend.

Berlin, 1832.

Verlag von Duncker und Humblot.



Vorrede.

Bei der Bearbeitung dieses Lehrbuches hatte ich einen doppelten Zweck vor Augen: Erstens sollte denen, welche sich für ihren Beruf arithmetische Kenntnisse erwerben wollen, ein Werk dargeboten werden, worin sie diesen Gegenstand in allen, für das Bedürfniß des gemeinen Lebens erforderlichen Theilen mit hinreichender Ausführlichkeit, Deutlichkeit und Gründlichkeit behandelt finden. Da aber die Anwendungen, welche sich von der Arithmetik machen lassen, so vielfältig, ja unerschöpflich sind, so können in einem Buche nur einzelne davon besonders berücksichtigt werden: damit also der Schüler dennoch dahin komme, diese unzählig verschiedenen Aufgaben mit derselben Leichtigkeit und Gewandtheit lösen zu können, muß er, jede Oberflächlichkeit vermeidend, so viel wie möglich in das Wesen des Gegenstandes eingeführt und damit innigst vertraut gemacht werden.

Zweitens setzte ich mir das noch bei weitem wichtigere Ziel vor, ein Schärflein zu der allgemeinen Jugendbildung beizutragen, also namentlich den Lehrern an öffentlichen Erziehungs- und Unterrichtsanstalten, an Gymnasien, Bürger- und Realschulen einen in consequenter Stufenfolge geordneten Leitfaden für den allerersten Unterricht sowohl, als für die verschiedenen von der Arithmetik zu machenden Anwendungen, den Schülern aber eine zahlreiche Sammlung arithmetischer Aufgaben in die Hände zu geben. Die Zahl ist einer für die Entwickelung und Stärkung des Denkvermögens höchst

fruchtbaren Behandlung fähig. Man führe den Schüler zur klaren und richtigen Anschauung der Zahl, so wird er folgerecht denken und dadurch denkend rechnen lernen. Der geisttödtende Mechanismus, in welchen dieser Gegenstand sonst auf den meisten Schulen versunken war, und mit welchem derselbe noch jetzt auf so vielen gelehrten Schulen und manchen Realinstituten aus Mangel an Lehrern, die dafür begeistert sind, getrieben wird, muß nothwendiger Weise in jedem helleren Kopfe eine unüberwindliche Abneigung gegen das Rechnen erzeugen, und mit geringeren Fähigkeiten ausgerüstete Schüler, die gewöhnlich die besten mechanischen Rechner werden, in ihrem sinn- und gedankenlosen Treiben bestärken und sie nach und nach völlig in einen undurchdringlichen Nebel von unklaren Vorstellungen und dunkelen Begriffen hüllen. Dieser handwerksmäßigen Behandlung des Rechnens nach Kräften zu steuern, war ein wesentlicher Punkt, welchen ich durch die folgenden Bogen zu erreichen gesucht habe.

Das erste Kapitel soll dem Schüler eine deutliche Vorstellung von der Zahl geben, das zweite seine Kenntniß von der Zahl erweitern und den ersten Grund zum Zahlensysteme legen. Die dortigen Uebungen sind selbst für das Fassungsvermögen solcher Kinder berechnet, welche noch nicht einmal zählen können. Allerdings sollte dieser Unterricht nie Sache der Schule werden, denn die erste Bildungszeit gehört einzig und allein dem häuslichen Kreise an; die mütterliche Leitung ist allein vermögend, den noch unsteten Geist des Kindes auf Augenblicke zu fesseln, spielend zu lehren, aber dennoch das rechte Maaß darin zu halten, um nicht anzustrengen und zu ermüden, wo bloß ermuntert und geweckt werden sollte. Für diese früheste Entwickelungsperiode des kindlichen Geistes eignen sich besonders die ersten arithmetischen Uebungen; aber für den häuslichen Kreis läßt sich keine Methode vorschreiben *): es sollte hier nur gezeigt werden, wie in der Schule das nachgeholt werden kann, was zu Hause versäumt worden. Der Lehrer verweile dann aber ja lange genug bei den

*) Man lese hierüber besonders, was Pestalozzi im Eingange des 14ten Bandes seiner sämmtlichen Werke eben so wahr als trefflich sagt.

Uebungen der zwei ersten Kapitel; was er hier an Zeit gewinnen wollte, würde er in der Folge mehrfach wieder aufopfern müssen. Man glaube nicht, daß es hinreiche, wenn der Schüler zählen kann, er muß auch wissen, was jede Zahl ist, sie durch die Anschauung erkennen, in sich aufnehmen und wieder darstellen können. Das Hersagen der Zahlwörter beweist nichts weiter, als daß der Schüler die für ihn oft bedeutungslosen Vocabeln der Reihe nach im Gedächtnisse behalten habe. Darum versuche der Lehrer, jene Uebungen auf die verschiedenartigsten Gegenstände anzuwenden und die Mannigfaltigkeit und Abwechselung in den Unterricht zu bringen, die in dem Werke selbst nur angedeutet werden konnte, um allzugroße Weitläufigkeit zu vermeiden.

Durch die im dritten Kapitel befolgte Behandlung der Ziffern glaube ich ebenfalls dem bloß mechanischen Arbeiten mit denselben vorzubeugen. Diese ersten drei Kapitel enthalten eigentlich das Kopfrechnen in ganzen Zahlen. Die darin gegebenen Uebungen unterscheiden sich wesentlich von den in den meisten neueren Rechenbüchern darüber mitgetheilten Aufgaben. Allein, meiner Ansicht nach, soll das Kopfrechnen vorzugsweise die deutliche Einsicht in die Zahlenoperationen erzielen und eben dadurch das selbstthätige Denken und Urtheilen üben und stärken und zu dem später folgenden schriftlichen Rechnen auf zweckmäßige Weise vorbereiten; deshalb sind gerade diese Uebungen dazu gewählt worden, mit Uebergehung so mancher anderer, die gewöhnlich dazu benutzt werden, und in gewisser Hinsicht recht gut sein mögen, aber nicht zu dem oben angegebenen Ziele hinführen. Die Aufgaben des zehnten Kapitels sind ebenfalls als Uebungen im Kopfrechnen in ganzen Zahlen sowohl, als mit Brüchen anzusehen.

Die nächstfolgenden Kapitel sind der ausführlichen Lehre der vier, beim gewöhnlichen Rechnen allein vorkommenden Operationen, in ganzen und gebrochenen, unbenannten und benannten Zahlen gewidmet; die Rechnung mit benannten Zahlen ist daselbst streng von der mit unbenannten Zahlen getrennt, welches schon das Wesen der benannten Zahl erfordert, aber noch um so nöthiger wird, wenn man, wie dort geschehen ist, das Arbeiten mit benannten Zahlen auf deut-

liche Begriffe gründen will. Der Lehrer kann überhaupt bei allen Operationen nie zu viele Fragen über die Bedeutung des Resultats einer Rechnung, über die Eigenschaften der dabei vorkommenden Zahlen u. s. w. an die Schüler richten, um sich ja in jedem einzelnen Falle völlig zu überzeugen, daß er von ihnen verstanden worden. Besonders wichtig ist dies für die später folgenden Anwendungen der vier Operationen auf die verschiedenartigen, aus dem geselligen Verkehr genommenen Aufgaben. Wie kann der junge Rechner in einem solchen vorkommenden Falle wissen, welche der vier erlernten Operationen er anzuwenden hat, wenn er ihre Bedeutung nicht genau kennt?

Im sechsten Kapitel findet man einige Eigenschaften der Zahlen etwas näher betrachtet. Manche der, in diesem Kapitel enthaltenen Gegenstände eignen sich sehr gut für den frühesten arithmetischen Unterricht, sobald der Schüler die vier Operationen in ganzen Zahlen erlernt hat; andere dagegen möchten für jüngere Rechner etwas zu abstract sein, und müssen deshalb für eine spätere Wiederholung aufgespart werden; daß diese Gegenstände im Buche selbst nicht getrennt werden konnten, leuchtet jedem von selbst ein. Ueberhaupt muß sich der ganze Unterricht allemal nach dem Alter und der Fassungskraft der Schüler, so wie nach der darauf zu verwendenden Zeit modificiren, welches Alles dem Lehrer zur Beherzigung nicht genug empfohlen werden kann. So wird es in manchen Fällen zweckmäßiger sein, die Operationen mit benannten Zahlen nicht so lange aufzuschieben, bis alle vier Operationen mit unbenannten Zahlen in ihrem ganzen Umfange durchgenommen sind; im Gegentheil kann man, wenn nur die Uebungen der ersten beiden Kapitel im Kopfrechnen zur völligen Fertigkeit gebracht worden, gleichzeitig mit den vier Operationen in unbenannten Zahlen auch dann und wann die benannten Zahlen in kleineren und leichteren Beispielen üben. Auch die Anwendungen des eilften und der folgenden Kapitel können schon früher in angemessenen Beispielen geübt werden *).

*) Diese gleichzeitige Uebung der unbenannten und benannten Zahlen und der Anwendungen ist indeß immer noch recht gut mit der, weiter oben

Unter den vermischten Beispielen über die Multiplication und Division, in Verbindung mit den beiden ersten Operationen, in der Sammlung arithmetischer Aufgaben, sind mehrere Beispiele aufgenommen worden, welche eigentlich zu dem einen oder anderen der folgenden Abschnitte gehören. Allein es sind dies alles solche Aufgaben, welche keine besondere Sachkenntniß irgend eines Gegenstandes erfordern, und deshalb von jedem aufgelöst werden können, der die vier Operationen kennt und an eigenes Nachdenken gewöhnt worden ist. Es wird dadurch dem Schüler und jedem Leser am deutlichsten werden, was bei verschiedenen Gelegenheiten im Buche selbst in Erinnerung gebracht worden ist, daß nämlich alles Rechnen in der genauen Kenntniß und Gewandtheit in der Anwendung der vier Operationen mit ganzen und gebrochenen, unbenannten und benannten Zahlen besteht, daß die (im zweiten Theile enthaltenen) Aufgaben nur einige von den unendlich vielen Anwendungen sind, deren dieser Zweig des Wissens fähig ist. Man gelangt deshalb hierdurch zu derselben Ueberzeugung, welche wir schon weiter oben aus einem anderen Gesichtspunkte gewannen, daß man sich nämlich im Rechnen, so wie bei jeder anderen geistigen Verrichtung, selbstthätig machen müsse, daß das maschinenartige Triebwerk der vom Meister dictirten Regeln in ein Nichts zerfällt, sobald man ins practische Leben selbst eintritt, wo die vorkommenden Rechnungsfälle nicht mehr ihren Namen aus dem Rechenbuche an der Stirn tragen, also der Rechner seinen gesunden Verstand anwenden muß, um die richtige Auflösung selbst und ohne alle Hülfe zu finden.

Die Anwendungen auf besondere Geschäftszweige sind, meiner Ansicht nach, so ausführlich behandelt, als man es in einem vorzugsweise für die Schule bestimmten Buche erwarten kann; wer das hierüber Gesagte wohl verstanden hat, wird sich mit Leichtigkeit in der Praxis selbst und besonders in Specialwerken über diese Gegenstände zurechtfinden.

Da gerade in der neueren Zeit die Verfasser von Rechenbüchern die sogenannten Proportionen der Regel de tri und

---

empfohlenen, Trennung dieser Gegenstände vereinbar, da jenes nur heißen soll, daß man das eigenthümliche Wesen jedes Einzelnen besonders hervorheben müsse.

mehreren anderen Rechnungen zu Grunde zu legen angefangen haben; so wird es vielleicht manchen befremden, daß ich sie ganz in den Hintergrund stellte, sie sogar nur einer einzigen Bemerkung würdigte, und auch weiterhin selbst davon keinen ferneren Gebrauch machte, als daß ich mich des dabei üblichen Ausdrucks zuweilen bediente. Die Ausführung selbst wird am besten zeigen, daß man diese Begriffe beim Rechnen entbehren kann, und durch Weglassung derselben an Einfachheit und Klarheit der Darstellung noch bedeutend gewinnt. Da die dabei gebrauchten Ausdrücke sprachüblich sind, so muß allerdings der Schüler damit vertraut gemacht, sie müssen bestimmt und genau definirt werden. Man hat zwar in den neueren Elementarwerken über mathematische Gegenstände angefangen, sich größtentheils der Definitionen zu überheben, und hat geglaubt, dem Schüler am verständlichsten zu werden, wenn man Alles auf der äußeren Anschauung beruhen läßt. Es ist allerdings wahr, daß der Anfänger einen mathematischen Begriff selbst durch die genaueste Definition nicht richtig auffassen wird; aber auf der anderen Seite wird man auf unsichere Vorstellungen auch wenig Geistbildendes gründen können. Ich habe daher gesucht, diese beiden, gleich nachtheiligen Extreme zu vermeiden; wie man aus dem Werke selbst sehen wird, ging ich von der Anschauung aus, brachte den betreffenden Gegenstand dadurch dem Schüler zur größtmöglichen Deutlichkeit (man vergl. die beiden ersten Kapitel, welche ganz auf der Anschauung beruhen) und definirte denselben dann erst, wenn der Schüler ihn schon vielfältig kennen gelernt hatte, um späterhin Anderes daraus entnehmen und darauf gründen zu können (man vergl. das vierte, fünfte und sechste Kapitel). Es muß überhaupt die Definition gleichsam das Ergebniß alles dessen sein, was man von einem Gegenstande kennt, sie muß sich in dem Geiste des Schülers selbst nach und nach, und zwar in dem Maaße gestalten, als dieser weiter in die Sache eindringt. Will also der Lehrer die im vierten und fünften Kapitel gegebenen Definitionen der vier Operationen mit den Schülern durchnehmen, so kann er sich ganz auf das Frühere beziehen, und die Schüler durch zweckmäßige Fragen dahin führen,

das selbst in Worten auszudrücken, was sie dem Wesen nach schon erfaßt und sich in seinen einzelnen Momenten zur Klarheit gebracht haben. Es ist die Beachtung dieses Grundsatzes auch noch besonders in Hinsicht der zu beweisenden Sätze von großer Wichtigkeit; man gehe dabei immer von einem besonderen Falle aus, und überlasse es dem Schüler selbst, dieses Besondere so zu verallgemeineren und in einen Satz zu fassen, wie er nachher für die künftige Erinnerung hingestellt werden muß. Das sechste, siebente und achte Kapitel liefern hinreichende Beispiele hiezu.

Was die Nomenclatur betrifft, habe ich mich ganz und gar an die allgemein übliche gehalten, in der Meinung, daß es weder der Arithmetik noch irgend einem anderen Theile der Mathematik zum Vortheile gereichen könne, wenn dieselbe Verwirrung der Namen in die Lehrbücher eingeführt würde, an welcher die Sprachlehren in Deutschland so sehr leiden; wenn man am Ende nur genau und bestimmt weiß, was man sich unter einem Namen zu denken hat, mag das Wort selbst dieses ausdrücken oder nicht, so hat man ja den Zweck völlig erreicht.

Die Einrichtung des Werkes ist nun so getroffen, daß der erste Theil besonders für Lehrer bestimmt ist, der zweite für die Schüler in den oberen Klassen, der dritte aber, welcher die Aufgaben enthält, für die Schüler aller Klassen einer Schule, so weit die Arithmetik unterrichtet wird. Dadurch ist der Lehrer des zeitraubenden Dictirens der Aufgaben überhoben, und da, wo die im zweiten Theile enthaltenen Anwendungen durchgenommen werden, können die Schüler die über die einzelnen dieser Anwendungen mitgetheilten Erörterungen zu Hause nachstudiren; da die Verlagshandlung jeden Theil besonders ablassen will, so kann diese Anordnung für den Unterricht nur förderlich sein.

Sollte diese Arbeit Einiges dazu beitragen, einen Unterrichtszweig der Jugend zugänglicher zu machen, welcher auf die allgemeine geistige Ausbildung einen so wesentlichen Einfluß haben kann, wenn er in dem rechten Sinne, mit Liebe und Eifer für die Erziehung der Jugend betrieben wird, der überdies noch tief in jeden Zweig der bürgerlichen Geschäfte

eingreift; so bitte ich den geneigten Leser, das Verdienst davon weniger mir, als meinen hochverehrten Lehrern, dem verewigten Pestalozzi und dem Herrn Dr. Ohm, Professor an der hiesigen Friedrich-Wilhelms-Universität, zuzuschreiben; diesen beiden Männern habe ich es allein zu verdanken, wenn es mir gelungen ist, richtigere Ansichten über die Bildung der Jugend im Allgemeinen und den mathematischen Unterricht ins Besondere zu gewinnen.

Berlin, am 25. Juli 1832.

Heussi.

Druckfehler.

Seite 85 Zeile 13 von unten lies: gegebenen, statt: geegebenen.
" 93 " 2 von oben lies: Product, statt: Prduct.
" 170 " 21 von oben lies: eine besondere, statt: einer besondern.

Inhalt.

Erstes Kapitel.

Zweites Kapitel.

Drittes Kapitel.

Viertes Kapitel.

Fünftes Kapitel.

Sechstes Kapitel.

Siebentes Kapitel.

Achtes Kapitel.

Neuntes Kapitel.

Erstes Kapitel.

Erste Begriffe von den Zahlen und dem Zahlensysteme.

§. 1. Der Lehrer zeichnet auf die Wandtafel einen für alle Schüler der Klasse leicht sichtbaren Punkt, und, darauf zeigend, spricht er: „Ein Punkt." Die Schüler sprechen nach. Darunter zeichnet jetzt der Lehrer zwei Punkte neben einander, und spricht: „zwei Punkte;" die Klasse wiederholt es. Nun fragt der Lehrer einen einzelnen Schüler, auf den einen (erst hingezeichneten) Punkt hinzeigend: wie nennt man dies? Dann einen anderen, auf die zwei Punkte zeigend: wie dies? wie viel Punkte sind dies? u. s. w. abwechselnd auf den einen, dann wieder auf die zwei Punkte hinweisend, und bald diesen, bald jenen Schüler aufrufend, bis er sich überzeugt hat, daß alle Schüler der Klasse das Gesagte gut aufgefaßt haben. Damit aber der Zahlbegriff nicht an dem ihn versinnlichenden Zeichen zu haften scheine, wird jetzt dieselbe Uebung mit den mannigfaltigsten, sich gerade vorfindenden Gegenständen immer noch von Neuem wiederholt. Nebst vielen andern Dingen bietet besonders der menschliche Körper vielfachen Stoff dazu dar; man lasse solche Theile desselben angeben, die sich einmal, dann solche, die sich zweimal daran vorfinden, lasse einzelne Schüler bald einen, dann zwei Finger ausstrecken, dann wieder abwechselnd einen Punkt, Strich u. s. w. und zwei Punkte, Striche u. s. w. auf die Tafel zeichnen, und setze diese Uebungen so lange fort, bis die Schüler ganz geläufig die bisher ihnen bekannt gewordenen Zahlen (Eins und Zwei) aus den ihnen vorgehaltenen Gegenständen erkennen, und umgekehrt jede derselben durch Zeichen darzustellen wissen.

§. 2. Zwei ist Eins und Eins. Dies kann den Schüler auf folgende Weise anschaulich gemacht werden. Lehrer (auf d zwei Punkte an der Tafel zeigend). Wie viel Punkte stehen hier Schüler. Zwei Punkte. L. (auf den einen der zwei neben einander stehenden Punkte zeigend). Wie viel sind aber dies? Sch. Dies ist ein Punkt. L. (auf den andern der beiden Punkte zeigend). Und dies? Sch. Auch ein Punkt. Dieselben Fragen werden jetzt wiederholt, indem der Lehrer einzelne Schüler zur Beantwortung auffordert und verschiedene Gegenstände zu Versinnlichungsmitteln wählt. Trennt man alsdann die zwei neben einander stehenden Punkte an der Tafel durch eine Vertikallinie, wie hier zu sehen:

· | ·

so wird leicht anschaulich, daß zwei Punkte ein Punkt und noch ein Punkt sind. Auf gleiche Weise werden dann die Schüler dasselbe auf irgend zwei Dinge übertragen, und endlich auf die Frage: was ist Zwei? antworten: Zwei ist Eins und Eins.

§. 3. Eins und Eins sind Zwei. Der Lehrer zeichnet einen Punkt auf die Tafel, und läßt die Schüler angeben, wie viel dies sei, zeichnet dann noch einen Punkt neben den ersten, und richtet dieselbe Frage an die Schüler. Lehrer. Wie viel sind aber dies zusammen? Sch. Zwei Punkte. L. (auf jeden der beiden Punkte hinter einander hinzeigend). Ein Punkt und ein Punkt sind also wie viel Punkte? Sch. Ein Punkt und ein Punkt sind zwei Punkte. Dasselbe wird an verschiedenen andern Dingen so lange geübt, bis die Schüler daraus zu abstrahiren vermögen: Eins und Eins ist Zwei. Durch das in §. 2. gebrauchte Hülfsmittel der Eintheilung der Punkte gelangt man sehr leicht noch zu Folgendem: Zu einem Punkt muß noch ein Punkt gesetzt werden, um zwei Punkte zu erhalten.

§. 4. Der Lehrer zeichnet zwei Punkte auf die Tafel, läßt sich von den Schülern ihre Anzahl angeben, und sagt dann, einen dritten Punkt neben die zwei hinzeichnend: zu den zwei Punkten setze ich noch einen Punkt, wie viel Punkte stehen jetzt auf der Tafel? Was auch die Schüler hierauf antworten mögen, müssen sie dahin geführt werden, daß jetzt zwei Punkte und ein Punkt auf der Tafel stehen. Schüler, die schon Zählen gelernt haben, werden sogleich antworten: drei Punkte. Dies weise der Lehrer mit der Bemerkung zurück, daß

sie es aus dem hier Gelernten noch nicht wissen können. Sie werden leicht das Richtige treffen, wenn nach den zwei erst gezeichneten Punkten, dann auch nach dem noch hinzugekommenen Punkte wiederholentlich gefragt wird. Ist dies erreicht, so sagt der Lehrer: dafür wollen wir sagen: drei Punkte. Zwei Punkte und ein Punkt sind also drei Punkte. Es werden dann zweimal drei Punkte unter einander gesetzt, und durch einen Strich das einemal in Zwei und Eins, das anderemal in Eins und Zwei abgetheilt:

• •|•
•|• •

Durch ähnliche Fragen und Uebungen, wie sie §. 2 und 3. angegeben sind, entnimmt man dann daraus bald:

1) Drei ist Zwei uud Eins.
   Drei ist Eins und Zwei.
2) Zwei und Eins sind Drei.
   Eins und Zwei sind Drei.

Ehe weiter gegangen wird, müssen alle Schüler der Klasse mit Fertigkeit die ihnen bisher bekannt gewordenen Zahlen in ihre Elemente zerlegen und sie aus diesen wieder zusammensetzen können.

§. 5. Die Abtheilung der Punkte durch Striche führt auch noch zu folgender Uebung:

Zu zwei Punkten muß noch ein Punkt gesetzt werden, um drei Punkte zu bekommen.

Zu einem Punkt müssen zwei Punkte gesetzt werden, um drei Punkte zu bekommen.

§. 6. Auf dieselbe Weise behandelt man nun die nächstfolgenden Zahlen. Für die Zahl Vier sind folgendes die Uebungen:

I. Drei und Eins sind Vier.

II. Es werden den Kindern verschiedene Gegenstände vorgezeigt, deren Zahl sie anzugeben haben. Dabei wählt man abwechselnd bald vier derselben, bald eine beliebige geringere Anzahl.

III. Die Kinder zeichnen selbst eine gegebene Anzahl Punkte, Striche oder andere Zeichen auf die Tafel, oder zeigen die verlangte Anzahl anderer Gegenstände. Auch hiebei läßt man die Zahl Vier mit den früheren Zahlen beständig abwechseln.

IV. Es werden alle Zusammensetzungen der Zahl Vier aus

zwei anderen Zahlen aufgesucht, und, wie oben gezeigt worden, durch Punkte dargestellt:

1) Vier ist Drei und Eins; · · · | ·
2) Vier ist Zwei und Zwei; · · | · ·
3) Vier ist Eins und Drei; · | · · ·

V. Die Schüler setzen gegebene Elemente zu einer neuen Zahl zusammen:

1) Drei und Eins sind Vier.
2) Zwei und Zwei sind Vier.
3) Eins und Drei sind Vier.

VI. Es wird gesucht, wie viel zu jeder kleineren Zahl hinzugesetzt werden muß, um die gegebene Zahl (Vier) zu erhalten:

1) Zu Drei muß Eins hinzugesetzt werden, um Vier zu bekommen.
2) Zu Zwei müssen Zwei hinzugesetzt werden, um Vier zu bekommen.
3) Zu Eins müssen Drei hinzugesetzt werden, um Vier zu bekommen.

Wie nun diese Uebungen mit den Zahlen Fünf, Sechs u. s. w. f. anzustellen sind, ist einleuchtend, und es mag hier die Bemerkung genügen, daß damit bis Zehn fortgefahren werden muß; ehe jedoch zu einer folgenden Zahl übergegangen wird, müssen alle angeführte Uebungen mit allen vorhergehenden Zahlen bis zur vollkommenen Fertigkeit gebracht worden sein, da hier nicht ein Auswendiglernen der Zahlwörter Zweck ist, sondern eine klare Anschauung der Zahlen selbst erzielt werden soll.

§. 7. Um die Schüler noch immer mehr zu üben, bei dem Auffassen der Zahl von den sie versinnlichenden Dingen zu abstrahiren, oder vielmehr, die Zahl in ihrer Allgemeinheit aufzufassen, stelle man noch folgende Uebungen an: der Lehrer zeichnet die Punkte, wie sie hier folgen, an die Tafel, und läßt jedesmal die Schüler sprechen:

· ·	eine Zwei oder ein mal Zwei.
: :	zwei Zwei oder zwei mal Zwei.
⋮ ⋮	drei Zwei oder drei mal Zwei u. s. w. bis Zehn.
· · ·	eine Drei oder ein mal Drei.
: : :	zwei Drei oder zwei mal Drei.
⋮ ⋮ ⋮	drei Drei oder drei mal Drei u. s. w. bis Zehn.

Dasselbe wird mit den übrigen Zahlen fortgesetzt.

§. 8. Lehrer. Ich habe hier einen Haufen Groschen (oder andere Dinge, was gerade zur Hand ist) vor mir, und möchte wissen, wie viel es sind; wie habe ich es anzufangen, um dies zu erfahren? — Man muß sie zählen. — Gut. Hier habe ich schon zehn Groschen herausgezählt, nun bleiben noch einige übrig; wir kennen aber weiter keine Zahlen über Zehn hinaus; was wird also mit den übrigen noch zu thun sein? — Wir zählen sie noch besonders; es seien z. B. noch vier Groschen, so enthält der ganze Haufen zehn Groschen und vier Groschen. Ich nehme jetzt einen anderen Haufen Groschen vor, zähle wieder zehn daraus, und nun nehme ich noch diese zehn Groschen davon, und es bleiben noch sechs Groschen. Wie viel Groschen enthält also dieser Haufen? Antw. Zwei mal zehn Groschen und noch sechs Groschen. — Diese Uebungen werden nun mit immer anderen und anderen Zahlen fortgesetzt; es müssen dabei wirkliche Dinge benutzt (wozu etwa Rechen-Pfennige oder kleine hölzerne Würfel dienen können) und die Schüler selbst in steter Thätigkeit erhalten werden, indem einzelne derselben selbst das Zählen verrichten, andere die vom Lehrer an sie gerichteten Fragen beantworten.

Gesetzt nun, man habe aus einem Haufen Dinge zehn mal Zehn herausgezählt, und es blieben noch eine Menge übrig, so würde man die zehn Zehn zusammen legen, und ihnen den Namen Hundert geben, und nun die übrigen wieder besonders zählen. Erhält man wieder zehn Zehn oder Hundert, so legt man sie zu dem ersten Hundert, und es giebt einen Haufen von zwei Hundert Dingen, (Groschen, Würfel ꝛc.). Zehn Hunderte legt man wieder zusammen und nennt sie ein Tausend, zehn Tausende heißen ein Zehntausend, zehn Zehntausende ein Hunderttausend u. s. w.

§. 9. Um diesen Uebungen noch mehr Anschaulichkeit zu geben, zeichne der Lehrer mehrere neben einander liegende Fächer in folgender Art auf die Tafel:

Hundert-tausender.	Zehn-tausender.	Tausender.	Hunderter.	Zehner.	Einer.

Wir wollen uns nun vorstellen, daß die gezählten Dinge so lange in das erste Fach rechter Hand gelegt werden, bis zehn dersel-

ben darin liegen, worauf sie heraus genommen und in das zweite Fach gelegt werden. Die Schüler sehen dadurch deutlich ein, daß man die Zehn gerade eben so behandelt, wie die Zahl Eins. Die im ersten Fache liegenden Dinge nennt man Einer, die im zweiten Fache Zehner. Man zählt dann von Neuem zehn Dinge in das erste Fach hinein und legt sie wieder mit dem ersten Zehner zusammen in das zweite Fach, so hat man zwei Zehner. So fährt man nun fort, jede in das erste Fach hineingezählte Zehn in das zweite Fach zu legen, so lange bis darin zehn solche Haufen zusammen sind; diese nimmt man heraus und legt sie in das dritte Fach; zehn Haufen des zweiten Faches geben also einen Haufen des dritten Faches, und einen solchen Haufen des dritten Faches nennt man einen Hunderter. Auf dieselbe Weise fahre man fort, immer wieder in das erste Fach hinein zu zählen, bis zehn darin liegen, welche dann in das zweite Fach gebracht werden; dies wiederhole man so lange, bis zehn Haufen (zehn Zehn) im zweiten Fache liegen, welche dann, als ein Hunderter, wieder in das dritte Fach kommen, bis daß zehn Haufen (Hundert) im dritten Fache liegen; diese legt man in das vierte Fach; zehn Haufen des dritten Faches geben also einen Haufen des vierten Faches; einen solchen Haufen des vierten Faches (zehn Hundert) nennt man einen Tausender u. s. w. f. Ist man nun mit den zu zählenden Dingen fertig geworden, und es liegen z. B. drei Haufen im vierten Fache, sieben Haufen im dritten Fache, zwei Haufen im zweiten Fache, und noch neun einzelne der gezählten Dinge im ersten Fache, so sind also der Dinge drei Tausend, sieben Hundert, zwei Zehn und neun.

Ist dies den Schülern klar geworden, so übe man es noch zur Fertigkeit ein; der Fragen hierüber giebt es folgende Arten:

1) Man lasse die Schüler angeben, was Hundert, Tausend, Zehntausend ꝛc. ist, so wie umgekehrt, wie man zehn Zehn, zehn Hundert ꝛc. nennt.

2) Man giebt ihnen an, wie viel bei der Zählung einer Menge Dinge in jedes der Fächer gekommen sei, sie sollen die Zahl aussprechen.

3) Man spricht eine Zahl, auf die bisher angegebene Weise, aus, und läßt die Schüler angeben, wie viel in jedes der Fächer gehöre.

Zweites Kapitel.

Von den Zahlenverbindungen.

Erste Abtheilung,

Einfachste Zahlenverbindungen.

§. 10. 1) Es werden zwei Zahlen addirt *), welche zusammen nicht über Zehn betragen.

Wie viel sind 3 und 6? 4 und 4? 7 und 3? ꝛc.

Diese Uebung ist eigentlich schon in den (§§. 2—6.) enthalten, und ist also hier als bloße Wiederholung anzusehen; es kann auch jede Aufgabe, wie a. a. O. geschehen, durch Punkte veranschaulicht werden.

2) Es wird die Zahl gesucht, welche zu einer gegebenen Zahl (unter Zehn) hinzugefügt werden muß, um eine größere gegebene Zahl zu erhalten, welche ebenfalls nicht über Zehn betragen darf.

Welche Zahl muß zu 4 hinzugefügt werden, um 9 zu erhalten? Welche Zahl muß zu 3 hinzugefügt werden, um Zehn zu geben?

Auch diese Uebung ist in den (§§. 2—6.) schon vorgekommen, und kann auf der Tafel wieder dadurch anschaulich gemacht werden, daß man erst die größere gegebene Zahl durch Punkte darstellt, sodann die kleinere durch einen Strich davon absondert, so zeigt sich zur andern Seite des Strichs die gesuchte Zahl, welche zur kleineren hinzugefügt, die größere giebt. Oder man stellt erst die kleinere Zahl durch Punkte dar, zeichnet rechts davon einen Strich, und setzt nun hinter demselben noch so viele Punkte hin, bis sie mit den ersteren zusammen die größere gegebene Zahl ausmachen.

---

*) Um uns so viel wie möglich kurz zu fassen, werden hier die Uebungen in allgemeineren Ausdrücken angegeben; dies geschieht bloß um der Bequemlichkeit des Lehrers willen, indem dadurch leichter eine Uebersicht zu gewinnen ist; den Schülern werden die Aufgaben so gegeben, wie die jeder Uebung beigefügten Beispiele zeigen. Auch bedienen wir uns hier, ebenfalls der Kürze halber, in manchen Fällen der Ziffern, obgleich beim Unterrichte hier noch **durchaus kein** Gebrauch davon gemacht werden darf.

§. 11. 1) Die Uebung (§. 10. Nr. 1.) wird mit Zehnern wiederholt.

3 Zehn und 6 Zehn sind zusammen wie viel Zehn?

Zur Veranschaulichung dieser Uebung bedient man sich wieder der Punkte, wie in der Uebung (§. 10. Nr. 1.), läßt aber jetzt jeden Punkt eine Zehn vorstellen. Uebrigens dürfte es selten nöthig sein, diese Uebung noch durch Zeichen darzustellen.

2) Die Uebung (§. 10. Nr. 2.) wird mit Zehnern wiederholt.

Welche Zahl muß zu 4 Zehn hinzugefügt werden, um 9 Zehn zu geben? (Vergl. §. 10. Nr. 2. und §. 11. Nr. 1.)

§. 12. 1) Es werden zwei Zahlen addirt, von welchen jede kleiner als Zehn, die aber zusammen eine Zahl zwischen 10 und 20 ausmachen.

Aufgabe. Wie viel sind 6 und 5 zusammen?

Antwort. 6 und 5 sind Zehn und Eins.

Auflösung. Zu 6 müssen noch 4 hinzugesetzt werden, um 10 zu geben (§. 10. Nr. 2.), 5 ist aber 4 und 1 (§. 6.), also 6 und 5 zusammen Zehn und 1.

2) Es wird die Zahl gesucht, welche zu einer gegebenen Zahl unter Zehn hinzugefügt werden muß, um eine andere gegebene Zahl, die zwischen 10 und 20 liegt, zu geben.

Aufg. Welche Zahl muß zu 6 hinzugesetzt werden, um Zehn und 3 zu geben?

Antw. Zu 6 muß 7 hinzugefügt werden, um Zehn und 3 zu geben.

Aufl. Zu 6 muß 4 hinzugesetzt werden, um Zehn zu geben, und zu Zehn muß 3 gesetzt werden, um Zehn und 3 zu geben, also müssen 4 und 3, oder 7, zu 6 hinzugesetzt werden, um Zehn und 3 zu geben.

§. 13. 1) Es werden zwei Zahlen addirt, von denen jede kleiner als Hundert, und bloß in Zehnern ausgedrückt sind (so, daß also keine einzelnen Einer vorkommen), die aber zusammen über Hundert betragen.

Aufg. Wie viel sind 8 Zehn und 7 Zehn zusammen?

Antw. 8 Zehn und 7 Zehn sind zusammen ein Hundert und 5 Zehn.

Aufl. Zu 8 Zehn müssen noch 2 Zehn hinzugesetzt werden, um ein Hundert zu geben; 7 Zehn sind aber 2 Zehn und 5 Zehn, also sind 8 Zehn und 7 Zehn ein Hundert und 5 Zehn.

2) Es wird die Zahl gesucht, welche zu einer gegebenen Anzahl Zehner hinzugefügt werden muß, um eine andere gegebene Zahl, welche aus einem Hundert und einigen Zehnern besteht, zu erhalten.

Aufg. Welche Zahl muß zu 5 Zehn hinzugefügt werden, um ein Hundert und 4 Zehn zu geben?

Antw. Zu 5 Zehn müssen 9 Zehn hinzugefügt werden, um ein Hundert und 4 Zehn zu geben.

Aufl. Zu 5 Zehn müssen noch 5 Zehn hinzugesetzt werden, um ein Hundert zu geben, und zu einem Hundert noch 4 Zehn, um ein Hundert und 4 Zehn zu geben; also müssen zu 5 Zehn 5 Zehn und 4 Zehn, d. i. 9 Zehn hinzugesetzt werden, um ein Hundert und 4 Zehn zu erhalten.

§. 14. 1) Zu einer Zahl, welche aus einigen Zehnern und Einern besteht, wird eine Anzahl Einer addirt, welche jedoch die Zahl der Zehner unverändert läßt (d. h. welche mit den Einern der erst gegebenen Zahl zusammen weniger als Zehn beträgt).

Aufg. Zu Zehn und 3 sollen 6 hinzugesetzt werden.

Antw. 6 zu Zehn und 3 hinzugesetzt, geben Zehn und 9.

Aufl. 3 und 6 sind 9; also Zehn und 3 und 6 zusammen Zehn und 9.

2) Es wird diejenige Zahl (Einer) gesucht, welche zu einer gegebenen Anzahl Zehner und Einer addirt werden muß, um dieselbe Zahl Zehner, mit einer anderen gegebenen Anzahl Einer zu erhalten.

Aufg. Wie viel muß zu 2 Zehn und 3 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn und 9 zu geben?

Antw. Zu 2 Zehn und 3 muß 6 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn und 9 zu geben.

Aufl. Zu 3 muß 6 hinzugesetzt werden, um 9 zu geben; also muß auch zu 2 Zehn und 3 6 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn und 9 zu geben.

§. 15. 1) Zu einer Zahl, welche aus einigen Zehnern und Einern besteht, wird eine Zahl Einer hinzugesetzt, welche mit den Einern der erst gegebenen Zahl zusammen Zehn oder mehr beträgt.

Aufg. Wie viel geben 8, zu Zehn und 7 hinzugesetzt?

Antw. 8 zu Zehn und 7 hinzugesetzt geben 2 Zehn und 5.

Aufl. 8 und 7 sind Zehn und 5 (§. 12. Nr. 1.); also 8, zu Zehn und 7 hinzugesetzt, geben 2 Zehn und 5.

2) Es wird diejenige Zahl (Einer) gesucht, welche, zu einer gegebenen Zahl Zehner und Einer hinzugesetzt, eine andere gegebene Zahl Zehner und Einer giebt, die jedoch so gegeben sein müssen, daß die Zehner der größeren Zahl die der kleineren um einen Zehner übertreffen.

Aufg. Welche Zahl muß zu Zehn und 7 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn und 5 zu geben?

Antw. Zu Zehn und 7 muß 8 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn und 5 zu geben.

Aufl. Zu 7 muß 3 gesetzt werden, um Zehn zu geben; also muß auch zu Zehn und 7 noch 3 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn zu geben; zu 2 Zehn muß aber noch 5 gesetzt werden, um 2 Zehn und 5 zu erhalten; folglich müssen 3 und 5, oder 8, zu Zehn und 7 hinzugesetzt werden, um 2 Zehn und 5 zu erhalten.

§. 16. 1) Zu einer Zahl Zehner und Einer wird eine andere Zahl Zehner und Einer hinzugefügt; die Summe der Einer muß jedoch keinen Zehner, die Summe der Zehner keinen Hunderter betragen.

Aufg. Wie viel geben 3 Zehn und 2, zu 2 Zehn und 6 hinzugefügt?

Antw. 3 Zehn und 2, zu 2 Zehn und 6 hinzugesetzt, geben 5 Zehn und 8.

Aufl. 2 und 6 sind 8, 3 Zehn und 2 Zehn sind 5 Zehn, also sind 3 Zehn und 2, und 2 Zehn und 6 zusammen 5 Zehn und 8. (Auch könnte man erst die Zehn berechnen.)

2) Es wird die Zahl gesucht, die, zu einer gegebenen Zahl Zehner und Einer hinzugesetzt, eine andere gegebene Anzahl Zehner und Einer hervorbringt; die Zahl Einer dieser letzteren muß jedoch größer sein, als die der ersteren Zahl; von den Zehnern versteht es sich von selbst.

Aufg. Welche Zahl muß zu 3 Zehn und 2 hinzugesetzt werden, um 5 Zehn und 8 zu geben.

Antw. Zu 3 Zehn und 2 muß 2 Zehn und 6 hinzugesetzt werden, um 5 Zehn und 8 zu geben.

Aufl. Zu 2 muß 6 hinzugefügt werden, um 8 zu geben, und zu 3 Zehn muß 2 Zehn hinzugesetzt werden, um 5 Zehn zu geben; also muß zu 3 Zehn und 2 noch 2 Zehn und 6 hinzugesetzt werden, um 5 Zehn und 8 zu geben. (Oder umgekehrt die Einer zuerst.)

§. 17. 1) Zu einer gegebenen Zahl von Zehnern und Einern wird eine andere gegebene Zahl von Zehnern und Einern hinzugefügt.

Die Summe der Einer muß Zehn oder mehr, die Summe der Zehner weniger als einen Hunderter betragen.

Aufg. Wie viel geben 4 Zehn und 6, zu 2 Zehn und 9 hinzugesetzt?

Antw. 4 Zehn und 6, zu 2 Zehn und 9 hinzugesetzt, geben 7 Zehn und 5.

Aufl. 4 Zehn und 2 Zehn sind 6 Zehn; 6 und 9 sind 1 Zehn und 5, und 6 Zehn und 1 Zehn und 5 sind 7 Zehn und 5. — Oder: 6 und 9 sind 1 Zehn und 5; 4 Zehn und 2 Zehn sind 6 Zehn, 6 Zehn und 1 Zehn und 5 sind 7 Zehn und 5.

2) Die Zahl zu suchen, die, zu einer gegebenen Zahl Zehner und Einer hinzugesetzt, eine andere gegebene Anzahl Zehner und Einer giebt. Die Zahl der Einer der letzteren Zahl muß kleiner sein als die der ersteren.

Aufg. Wie viel müssen zu 4 Zehn und 6 hinzugesetzt werden, um 7 Zehn und 5 zu geben?

Antw. Zu 4 Zehn und 6 müssen 2 Zehn und 9 hinzugesetzt werden, um 7 Zehn und 5 zu geben.

Aufl. 7 Zehn und 5 sind so viel wie 6 Zehn und 1 Zehn und 5; zu 6 müssen 9 hinzugesetzt werden, um 1 Zehn und 5 zu geben (§. 15. Nr. 2.), und zu 4 Zehn noch 2 Zehn, um 6 Zehn zu bekommen; also müssen 2 Zehn und 9 zu 4 Zehn und 6 gesetzt werden, um 7 Zehn und 5 zu geben.

§. 18. 1) Eine gegebene Anzahl Zehner und Einer wird zu einer anderen gegebenen Anzahl Zehner und Einer hinzugefügt. Die Einer der beiden Zahlen betragen zusammen weniger als Zehn, die Zehner derselben zusammen einen Hunderter oder mehr als einen Hunderter.

Aufg. Wie viel geben 8 Zehn und 5, zu 7 Zehn und 3 hinzugesetzt?

Antw. 8 Zehn und 5, zu 7 Zehn und 3 hinzugesetzt, geben 1 Hundert 5 Zehn und 8.

Aufl. 5 und 3 sind 8, 8 Zehn und 7 Zehn sind zusammen 1 Hundert und 5 Zehn (§. 13. Nr. 1.), also sind 8 Zehn und 5 und 7 Zehn und 3 zusammen 1 Hundert 5 Zehn und 8.

2) Die Zahl zu suchen, die, zu einer gegebenen Zahl Zehner und Einer hinzugesetzt, eine andere gegebene Zahl, die aus einem Hundert und einigen Zehnern und Einern besteht, hervorbringt. Die Zehner der ersten Zahl sind größer, die Einer kleiner, als die der zweiten.

Aufg. Welche Zahl muß zu 8 Zehn und 5 hinzugesetzt werden, um 1 Hundert 5 Zehn und 8 zu geben?

Antw. Zu 8 Zehn und 5 muß 7 Zehn und 3 hinzugefügt werden, um 1 Hundert, 5 Zehn und 8 zu geben.

Aufl. Zu 5 muß 3 hinzugesetzt werden, um 8 zu geben; zu 8 Zehn müssen 7 Zehn hinzugesetzt werden, um 1 Hundert und 5 Zehn zu geben (§. 13. Nr. 2.); also muß zu 8 Zehn und 5 noch 7 Zehn und 3 hinzugesetzt werden, um 1 Hundert 5 Zehn und 8 zu geben.

§. 19. 1) Eine gegebene Zahl Zehner und Einer zu einer anderen gegebenen Zahl Zehner und Einer hinzuzufügen, so daß nämlich die Einer beider Zahlen über Zehn, und die Zehner beider Zahlen über Hundert betragen.

Aufg. Wie viel geben 8 Zehn und 7, zu 7 Zehn und 9 hinzugesetzt?

Antw. 8 Zehn und 7, zu 7 Zehn und 9 hinzugesetzt, geben 1 Hundert 6 Zehn und 6.

Aufl. 9 und 7 sind 1 Zehn und 6 (§. 12. Nr. 1.), 7 Zehn und 8 Zehn sind zusammen 1 Hundert und 5 Zehn; also hat man zusammen 1 Zehn und 6, und 1 Hundert und 5 Zehn, welches zusammen 1 Hundert 6 Zehn und 6 giebt.

2) die Zahl zu suchen, die, zu einer gegebenen Zahl Zehner und Einer hinzugesetzt, eine andere gegebene Zahl giebt, welche aus 1 Hundert, und einer Zahl Zehner und Einer besteht, welche beide kleiner sind als die Zehner und Einer der erst gegebenen Zahl.

Aufg. Welche Zahl muß zu 8 Zehn und 7 hinzugesetzt werden, um 1 Hundert 6 Zehn und 6 zu geben?

Antw. Zu 8 Zehn und 7 muß 7 Zehn und 9 hinzugesetzt werden, um 1 Hundert 6 Zehn und 6 zu geben.

Aufl. 1 Hundert 6 Zehn und 6 sind so viel als 1 Hundert 5 Zehn und 1 Zehn und 6; zu 7 müssen nun 9 zugesetzt werden, um 1 Zehn und 6 zu erhalten, und zu 8 Zehn müssen 7 Zehn zugesetzt werden, um 1 Zehn und 5 zu erhalten; also müssen zu 8 Zehn und 7 noch 7 Zehn und 9 zugesetzt werden, um 1 Hundert 6 Zehn und 6 zu erhalten.

Anmerkung. Sobald mehrere dieser Uebungen durchgenommen sind, gebe man den Schülern abwechselnd Fragen über die eine und andere der schon erlernten Uebungen, gehe dann erst zu den folgenden über, wiederhole die frü-

heren aber immer wieder von Neuem, und gebe zuletzt abwechselnd Aufgaben über alle. Die Auflösungen müssen die Schüler immer selbst finden.

Zweite Abtheilung.

Zusammengesetzte Zahlenverbindungen.

Ehe die Uebungen dieser Abtheilung vorgenommen werden, bringe man den Schülern noch einmal den §. 7. ins Gedächtniß, wo der Ausdruck: zwei mal Zwei eingeführt wurde statt 2 und 2; zwei mal Drei statt 3 und 3 2c., drei mal Zwei statt 2 und 2 und 2, u. s. w. f. und übe dies nochmals an mehreren Beispielen. Z. E.

Was bedeutet 4 mal 5?

Antw. 4 mal 5 heißt so viel als 5 und 5 und 5 und 5.

Bezeichnet durch Punkte auf dem Papier, was 6 mal 4 heißt.

• • • • • •
• • • • • •
• • • • • •
• • • • • •

Wie kann man 6 und 6 und 6 noch anders ausdrücken?

Antw. 3 mal 6.

Was stellen folgende Punkte vor?

• • • •
• • • •
• • • •
• • • •
• • • •

Antw. 4 mal 5; aber auch 5 mal 4, je nachdem man die Zeichnung als aus 4 Vertikalreihen bestehend ansieht, wovon jede die Zahl 5 vorstellt, oder als aus 5 Horizontalreihen, wovon jede die Zahl 4 vorstellt.

§. 20. 1) Jede der Zahlen von 1 bis 10 wird 2 mal genommen.

1. Aufg. Wie viel ist 2 mal 4?

Antw. 2 mal 4 ist 8.

Aufl. 2 mal 4 ist 4 und 4; 4 und 4 ist 8. (§. 10. Nr. 1.)

2. Aufg. Wie viel ist 2 mal 7?

Antw. 2 mal 7 ist 10 und 4.

Aufl. 2 mal 7 ist 7 und 7; 7 und 7 ist Zehn und vier. (§. 12. Nr. 1.)

2) Es wird diejenige Zahl gesucht, welche, zweimal genommen, eine gegebene Zahl hervorbringt. Der Lehrer gebe indeß hier nur solche Zahlen, in denen 2 ohne Rest enthalten ist und die nicht über 20 betragen.

Aufg. Zehn und 2 ist 2 mal welche Zahl?

Antw. Zehn und 2 ist 2 mal 6.

Aufl. geht sogleich aus der Uebung Nr. 1. hervor.

Bei dieser Uebung hat sich der Schüler nur der Resultate der ersten Uebung dieses Paragraphen wohl zu erinnern, denn so bald er gefunden hat, daß z. B. 2 mal 3 sechs ist, weiß er auch, daß 6 zwei mal 3 ist u. s. w.

3) Die vorhergehende Uebung wird mit solchen Zahlen durchgenommen, in denen die Zahl 2 nicht ohne Rest enthalten ist.

Aufg. 7 ist 2 mal welche Zahl?

Antw. Es giebt keine Zahl der Zahlenreihe, die, 2 mal genommen, 7 giebt. — Denn wie aus der ersten Uebung schon hervorgeht, ist 2 mal 3 nur 6, dagegen 2 mal 4 schon 8 ausmachen. Nimmt man also 3 zwei mal, so erhält man weniger, nimmt man die nächst größere Zahl 4 zwei mal, so erhält man mehr, als die gegebene Zahl 7. Man könnte nun verlangen, diejenige Zahl zu finden, welche, zwei mal genommen, die in der Zahlenreihe der gegebenen Zahl 7 zunächst liegende Zahl giebt; dies kann aber die Zahl sein, welche, 2 mal genommen, die nächst größere Zahl 8 giebt, und zugleich auch die Zahl, welche, 2 mal genommen, die nächst kleinere Zahl 6 giebt. Die Schüler müssen deshalb in den folgenden Uebungen dieser Art entweder diese beiden Zahlen angeben, oder doch genau bestimmen, wodurch sich die gefundene Zahl von der gesuchten unterscheide. Man könnte etwa sagen: 7 ist 2 mal 3, und noch 1, oder 7 ist 2 mal 4, weniger 1.

§. 21. Die Uebungen (§. 20. Nr. 1—3.) werden jetzt mit Zehnern, bei denen jedoch nicht noch Einer vorkommen) gerade so durchgeführt, wie im Vorhergehenden mit Einern geschehen ist.

1. Aufg. Wie viel ist 2 mal 4 Zehn? 2 mal 7 Zehn? 2 mal 8 Zehn? u. s. w.

Antw. 2 mal 4 Zehn ist 8 Zehn; denn 2 mal 4 Zehn ist

4 Zehn und 4 Zehn, 4 Zehn und 4 Zehn sind 8 Zehn.
Desgl. für die übrigen Fragen.

2. Aufg. 6 Zehn ist 2 mal welche Zahl?
Antw. 6 Zehn ist 2 mal 3 Zehn.

3. Aufg. 9 Zehn ist 2 mal welche Zahl?
Antw. 9 Zehn ist 2 mal 4 Zehn und 5
Aufl. 9 Zehn ist 8 Zehn und 1 mal Zehn; 8 Zehn ist 2 mal 4 Zehn, und Zehn ist 2 mal 5; also ist 9 Zehn demnach 2 mal 4 Zehn und 5.

§. 22. 1) Eine gegebene Zahl Zehner und Einer wird 2 mal genommen.

Aufg. Wie viel sind 2 mal 7 Zehn und 6?
Antw. 2 mal 7 Zehn und 6 sind ein Hundert 5 Zehn und 2.
Aufl. 1. Zwei mal 7 Zehn und 6 sind 7 Zehn und 6 zu 7 Zehn und 6 hinzugesetzt. Das Uebrige nach (§. 19. Nr. 1.)
Aufl. 2. Zwei mal 7 Zehn und 6 sind 2 mal 7 Zehn und 2 mal 6; 2 mal 7 Zehn sind 1 Hundert und 4 Zehn, und 2 mal 6 sind Zehn und 2; Zehn und 2 zu 1 Hundert und 4 Zehn hinzugesetzt giebt 1 Hundert, 5 Zehn und 2.

2) Es wird diejenige Zahl gesucht, die 2 mal genommen werden muß, um eine gegebene Anzahl Zehner und Einer hervorzubringen. (Die gegebene Zahl muß durch 2 theilbar sein.)

Aufg. 5 Zehn und 8 ist 2 mal welche Zahl?
Antw. 5 Zehn und 8 ist 2 mal 2 Zehn und 9.
Aufl. 5 Zehn und 8 ist 4 Zehn und Zehn und 8; 4 Zehn ist 2 mal 2 Zehn, und Zehn und 8 ist 2 mal 9; also ist 5 Zehn und 8 zwei mal 2 Zehn und 9.

3) Dieselbe Uebung (Nr. 2.) mit solchen Zahlen, die nicht durch 2 theilbar sind.

Aufg. 7 Zehn und 5 ist 2 mal welche Zahl?
Antw. Es giebt keine Zahl der Zahlenreihe, die, 2 mal genommen, 7 Zehn und 5 gäbe. Denn 3 Zehn und 7 giebt, 2 mal genommen, 7 Zehn und 4, und 3 Zehn und 8 giebt, 2 mal genommen, 7 Zehn und 6.

Wenn dieses Alles recht gut eingeübt ist, so werden, wie hier in (§. 20—22.) mit der Zahl 2 geschehen ist, dieselben Uebungen

nach einander mit den Zahlen 3, 4, 5 ꝛc. bis 10 durchgeführt, und bis zur vollkommenen Fertigkeit eingeübt. Da sich aber dies von dem Bisherigen wenig unterscheidet, so werden wir uns der weiteren Ausführung dieser Uebungen überheben können. Auch bemerken wir hier nochmals, daß in dem Vorhergehenden noch gar kein Gebrauch von Ziffern gemacht werden darf, und die Kenntniß derselben erst im folgenden Kapitel gelehrt werden wird.

Drittes Kapitel.

Von den Zahlzeichen oder den Ziffern.

§. 23. Um sich beim Schreiben der Zahlen kürzer ausdrücken zu können, bedient man sich für die ersten neun Zahlen, statt der Worte:

Eins, Zwei, Drei, Vier, Fünf, Sechs, Sieben, Acht, Neun, lieber der Zeichen:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

und um auszudrücken, daß **keine** Zahl vorhanden ist, setzt man das Zeichen 0, und spricht dies aus **Null**. Diese zehn Zahlzeichen nennt man **Ziffern**.

Damit die Schüler wieder die gehörige Fertigkeit hierin erlangen, läßt der Lehrer sie wiederholentlich die Bedeutung der von ihm auf die Tafel geschriebenen Ziffern angeben, und umgekehrt einzelne Schüler die, einer gegebenen Zahl entsprechende, Ziffer auf die Tafel schreiben, während alle übrigen Schüler zu gleicher Zeit auf ihrem Papier dasselbe thun.

§. 24. Wenn wir nun vermittelst dieser wenigen Zeichen alle übrigen Zahlen ebenfalls kurz und bequem ausdrücken wollen, so brauchen wir uns bloß an die schon früher zur Veranschaulichung des Zahlensystems benutzten Fächer zu erinnern. Zehn Haufen eines jeden derselben wurden jedesmal zu einem Haufen des ihm zur Linken zunächst anliegenden Faches vereinigt, und danach auch die Zahlen eingetheilt und benannt. Wir fügen hier nur noch hinzu, daß man die Einheiten des ersten Faches **Einer**, die Haufen des zweiten Faches **Zehner**, die des dritten **Hunderter**, die des vierten

Tau=

Tausender u. s. w. nennt. Wenn nun eine Zahl gezählt, d. h. wenn bestimmt ist, wie viele Haufen sie von jeder der Klassen enthält, die wir Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. genannt haben; so kann die Zahl einer jeden dieser Klassen höchstens 9 sein, weil Zehn einer jeden Klasse (z. B. der Einer, Zehner, Hunderter ꝛc.) jedesmal, als eine Einheit der folgenden Klasse (der Zehner, Hunderter, Tausender ꝛc.), zu dieser gezählt werden. Um nun den Schülern das Zahlenschreiben klar zu machen, zeichne man die oben erwähnten Fächer auf die Tafel, und lasse von den Schülern angeben, welcher Klasse jedes Fach zugehöre, so wie das Fach auffinden, welches der vom Lehrer genannten Klasse zugehört. Dabei werden diese Fächer von der Rechten nach der Linken zu mit der Zahl der Stelle, die sie einnehmen, benannt: das erste Fach (immer von der Rechten an) ist das Fach der Einer, das zweite das Fach der Zehner u. s. w., so wie umgekehrt, das Fach der Einer ist das erste rechts, das Fach der Zehner das zweite ꝛc., welches die Schüler auch außer der Ordnung von allen Fächern wissen müssen. Soll nun eine Zahl durch Ziffern niedergeschrieben werden, so schreibe man bloß die Ziffer einer jeden Klasse unter das, dieser Klasse entsprechende Fach; und giebt es für irgend eine Klasse keine Zahl, während die zu schreibende Zahl noch Einheiten höherer Klassen enthält, so setzt man unter das Fach der entsprechenden Klasse das Zeichen 0 (Null). Es seien z. B. folgende Zahlen durch Ziffern zu schreiben:

1) Zehn.
2) Zehn und 4.
3) 9 Zehn und 7.
4) 4 Hundert.
5) 7 Hundert 9 Zehn und 6.
6) 4 Tausend und 5 Zehn.
7) 7 Tausend 4 Hundert 6 Zehn und 8.
8) 5 Zehntausend 4 Hundert und 4.
9) 7 Hunderttausend.
10) 6 Hunderttausend 9 Zehntausend 4 Tausend 6 Zehn und 3.
11) 3 Hunderttausend 5 Hundert 8 Zehn und 4.
12) 9 Hunderttausend 3 Zehntausend und 4 Zehn.

Zeichnet man die Fächer, und schreibt die Ziffern auf die angegebene Weise darunter, so giebt dies:

	Million	Hundert-tausender.	Zehn-tausender.	Tausender.	Hunderter.	Zehner.	Einer.
1)	.	.	.	.	.	1	0
2)	.	.	.	.	.	1	4
3)	.	.	.	.	.	9	7
4)	.	.	.	.	4	0	0
5)	.	.	.	.	7	9	6
6)	.	.	.	4	0	5	0
7)	.	.	.	7	4	6	8
8)	.	.	5	0	4	0	4
9)	.	7	0	0	0	0	0
10)	.	6	9	4	0	6	3
11)	.	3	0	0	5	8	4
12)	.	9	3	0	0	4	0

§. 25. Ist das Zahlenschreiben mit Hülfe der Fächer bis zur Fertigkeit geübt, so lasse man diese Zeichnung weg, und übe die Schüler noch, gegebene Zahlen ohne dieses Hülfsmittel schnell und richtig zu schreiben. Der Lehrer gebe ihnen zu diesem Endzwecke erst zwei- und dreiziffrige, dann auch größere Zahlen, die theils nur Einheiten der höchsten Klasse (wie z. B. 7 Zehner, 8 Hunderter, 9 Tausender rc.), theils wieder Einheiten einer jeden, bis zur höchsten darin vorkommenden Klasse enthalten, dann wieder solche, in denen für einige Stellen keine Zahlen vorkommen. Dann schreibe der Lehrer auch wieder Zahlen vermittelst der Ziffern an die Tafel, und lasse sie von den Schülern lesen, zuerst vermittelst der an die Tafel gezeichneten Fächer, dann wieder ohne Gebrauch davon zu machen, und befolge dabei dieselbe Ordnung, wie wenige Zeilen weiter oben für das Zahlenschreiben angedeutet worden. Dieses Alles wird so lange geübt, bis die Schüler jede mit Ziffern geschriebene Zahl fertig zu lesen, und jede in Worten gegebene mit Ziffern niederzuschreiben im Stande sind.

§. 26. Schließlich hat man die Schüler noch auf einige Abweichungen des Zahlenlesens von der bisher hier beigebrachten Weise aufmerksam zu machen. Statt 1 Zehner und 1 Einer (11) sagt man nämlich eilf, statt 1 Zehner und 2 Einer (12) zwölf; ferner sagt man

statt 2 Zehner (20) zwanzig, statt 3 Zehner (30) dreissig, statt 4 Zehner (40) vierzig u. s. w. bis zu 9 Zehner (90), wofür man neunzig sagt. Alsdann bemerke man, daß die Einer beim Lesen immer den Zehnern vorangehen, und bei den Zahlen von 13 bis 19 das Wort „und" ganz weggelassen wird; also sagt man dreizehn statt zehn und drei (13); vierzehn statt zehn und vier (14) ꝛc., ein und zwanzig statt zwanzig und eins (21) u. s. w. mit allen übrigen. Endlich ist noch zu bemerken, daß z. B. in der Zahl 354768 jede Zahl einer höheren Klasse auf jede niedrigere Klasse bezogen werden kann; denn die 6 Zehner, in der zweiten Stelle, sind 60 Einer, die 7 Hundert, der dritten Stelle, 70 Zehner, weil 700 so viel als 70 mal 10 sind, folglich sind die 7 Hundert und 6 Zehner zusammen 76 Zehner; ferner sind die 4 Tausend, der vierten Stelle, 40 Hundert, also die 4 Tausend und 7 Hundert so viel wie 47 Hundert; die 4 Tausend sind aber auch 400 Zehner, also die 4 Tausend 7 Hundert und 6 Zehner so viel wie 476 Zehner. Eben so sind die 5 Zehntausend, der fünften Stelle, 50 Tausend; also die 5 Zehntausend und 4 Tausend so viel als 54 Tausend; alsdann sind die 5 Zehntausend auch 500 Hundert, also die Zahlen der dritten, vierten und fünften Stelle so viel als 547 Hundert; die 5 Zehntausend sind aber auch 5000 Zehner, also die Zahlen der zweiten bis fünften Stelle zusnmmen 5476 Zehner. Die 3 Hunderttausende der sechsten Stelle sind 30 Zehntausend, also die 3 Hunderttausend und 5 Zehntausend zusammen 35 Zehntausend. Die 3 Hunderttausend sind aber auch 300 Tausend, also die Zahlen der vierten, fünften und sechsten Stelle zusammen 354 Tausend u. s. w. f. Dieser Beziehung der höheren Klassen auf eine niedrige bedient man sich nun beim Zahlenlesen besonders bei der vierten, fünften und sechsten Stelle; denn diese drei Stellen, in dem angeführten Beispiele 354, werden gelesen, als ob es Einer, Zehner und Hunderter wären, mit dem einzigen Unterschiede, daß man am Ende noch das Wort Tausend hinzusetzt. Jene Zahl 354768 wird also ausgesprochen: drei Hundert vier und funfzig Tausend, sieben Hundert acht und sechzig. — Wollte man bei diesen Uebungen über sechsziffrige Zahlen hinausgehen, so könnte man ein Aehnliches in Bezug auf die Millionen bemerken, wie hier von den Tausenden gesagt ist; die Zahlen der siebenten bis zwölften Stelle werden nämlich gerade so ausgesprochen, wie die ersten sechs Stellen,

nur setzt man am Ende noch das Wort **Million** hinzu; dasselbe gilt dann über die Billionen, Trillionen, Quadrillionen u. s. w.

§. 27. Für das Zahlenlesen bemerke man daher folgende Regel:

„Von der in Ziffern geschriebenen Zahl schneide man durch ein Komma von der Rechten nach der Linken zu drei Ziffern ab; stehen dann links vom Komma nicht über drei Ziffern, so lese man diese genau so, als ob sie allein als ein-, zwei- oder dreiziffrige Zahl daständen, setze aber zuletzt noch das Wort „Tausend" hinzu, und lese dann noch die drei rechts abgeschnittenen Ziffern. Stehen aber links vom Komma noch mehr als drei Ziffern, so schneide man abermals durch ein Komma die ersten drei derselben (immer von der Rechten nach der Linken zu) ab, spreche diese wieder aus, als ob es Einer, Zehner und Hunderter wären, nur setze man zuletzt noch das Wort „Millionen" hinzu. — Hat man eine aus noch mehr Ziffern bestehende Zahl zu lesen, so theile man sie durch Kommata von der Rechten nach der Linken zu in Klassen ab, jede Klasse zu 6 Ziffern, und spreche nun jede Klasse für sich aus, als ob es sechs allein stehende Ziffern wären, dabei setze man aber zur zweiten dieser sechsziffrigen Klassen, von der Rechten an, das Wort „Millionen," zur dritten das Wort „Billionen," zur vierten das Wort „Trillionen" rc. Z. B. die Zahl

4561,906730,064745,912307

wird ausgesprochen: vier tausend fünf hundert und ein und sechzig Trillionen, neun hundert und sechs tausend sieben hundert dreißig Billionen, vier und sechzig tausend sieben hundert fünf und vierzig Millionen, neun hundert und zwölf tausend drei hundert und sieben.

§. 28. Das Zahlenlesen und Zahlenschreiben wird zusammen auch das **Numeriren** genannt.

Uebrigens möchte es in den meisten Fällen rathsam sein, das Numeriren nicht gleich anfangs so weit zu verfolgen, dagegen die größtmöglichste Fertigkeit zu erzielen im Lesen und Schreiben bis etwa zu sechsziffrigen Zahlen, welche durch zahlreiche Beispiele, mit wiederholter Angabe der Gründe, bald erreicht wird. Das Uebrige giebt sich dann allmälig ohne weitere Schwierigkeit.

§. 29. Fragen, wie die folgenden, dienen besonders dazu, eine noch klarere Einsicht in das Zahlensystem zu geben:

Was kann jede der Ziffern 1, 2, 3 rc. für verschiedene Bedeutungen erhalten?

Was wird in der Bedeutung einer mit Ziffern geschriebenen Zahl geändert, wenn ihr rechts noch eine Null angehängt wird? Oder wenn ihr 2, 3, 4 ꝛc. Nullen rechts angehängt werden?

Was wird in der Bedeutung einer mit Ziffern geschriebenen Zahl geändert, wenn ihr rechts eine Null, auf die sie sich endigt, weggenommen wird? Oder wenn ihr 2, 3, 4 ꝛc. Nullen, auf die sie sich endigt, weggenommen werden?

Was muß mit einer in Ziffern geschriebenen Zahl vorgenommen werden, wenn sie einen 10, 100, 1000 ꝛc. mal so großen Werth erhalten soll, als sie erst hat?

Was muß aber mit einer, in Ziffern geschriebenen, und auf eine Null sich endigenden Zahl vorgenommen werden, um sie 10 mal kleiner zu machen?

Wodurch wird eine, auf mehrere Nullen sich endigende Zahl 100, 1000 ꝛc. mal kleiner gemacht?

Was wird in der Bedeutung einer mit Ziffern geschriebenen Zahl geändert, wenn ihr rechts noch die Ziffer 1, oder 2, 3, 4 ꝛc. angehängt wird? Oder wenn ihr eines der zusammengesetzten Zahlzeichen 10, 11, 12 ꝛc., oder 20, 21, 22 ꝛc., oder 100, 101, 110, 112 ꝛc. ꝛc. rechts angehängt wird?

Und welche Veränderung geht damit vor, wenn ihr rechts dieselben Zahlzeichen weggenommen werden, falls sie sich auf dieselben endigt?

Alle diese Fragen werden erst auf bestimmte, auf die Tafel geschriebene Zahlen bezogen, alsdann aber von den Schülern allgemein, für jede Zahl beantwortet. An einzelnen, auf die Tafel geschriebenen Zahlausdrücken, kann man auch noch verschiedenene andere Uebungen anstellen, indem man links Ziffern ansetzt, wegnimmt, oder zwischen andere einschaltet, oder dergleichen mitten herausstreicht u. s. w.

§. 30. Ehe der Lehrer zu den Uebungen des folgenden (vierten) Kapitels übergeht, nehme er noch einmal das zweite Kapitel **vollständig** durch, bediene sich jedoch dabei der üblichen, in (§. 26.) gelehrten Benennungen der Zahlen, welche jetzt den Schülern ganz geläufig sein müssen. Man lasse dies wieder bis zur vollkommenen Fertigkeit einüben, gebrauche aber keine Ziffern, sondern lasse die vorgelegten Aufgaben nur aus dem Kopfe lösen. Bei Aufgaben, die als häusliche Beschäftigung aufgegeben werden, und schriftlich gelöst

werden sollen, können dann Ziffern der Kürze wegen benutzt werden. Diese schriftlichen Auflösungen werden aber eben so durchgeführt, wie die mündlichen. Besondere Beachtung verdienen dabei diejenigen Aufgaben, in welchen, entweder in den Aufgaben selbst, oder in dem Resultate, zwei- und dreiziffrige Zahlen vorkommen, welches, für den jetzigen Standpunkt der Schüler, etwa die Grenzen dieser Uebungen bezeichnen mag. Außerdem dürfte es eine gute Vorübung für das Folgende sein, wenn man jetzt die Additions-Aufgaben auf mehr als zwei Summanden ausdehnte, desgleichen auch die übrigen Operationen erweiterte, und Aufgaben lösen ließe, in denen zwei und mehr Operationen zugleich angewendet werden müssen. Einige Beispiele mögen hiezu die nöthige Anleitung geben.

I. Addition *).

1. Aufg. Wie viel geben 12, 14 und 23 zusammen?
   Aufl. 12 und 14 sind 26, 26 und 23 sind 49. Oder: 2 und 4 und 3 geben zusammen 9, 10 und 10 und 20 sind 40, also 12, 14 und 23 zusammen 40 und 9 oder 49.
2. Aufg. 56 und 34 und 47 geben zusammen wie viel?
   Aufl. 56 und 34 sind 90, 90 und 47 sind 137. Oder: 6 und 4 und 7 sind 17; 50 und 30 und 40 sind 120; 17 und 120 geben zusammen 137.

II. Subtraction.

3. Aufg. Man soll die Zahl finden, zu welcher 15 hinzugefügt werden muß, um diejenige Zahl zu geben, zu der man noch 9 hinzufügen muß, um 94 zu bekommen.
   Aufl. Die Zahl, zu welcher 9 hinzugefügt werden muß, um 94 zu geben, ist 85; und die Zahl, zu welcher 15 hinzugefügt werden muß, um 85 zu geben, ist 70.

III. Addition und Subtraction.

4. Aufg. Welche Zahl muß man zu 25 hinzufügen, um 12 und 56 zu erhalten?

---

*) Wegen der hier gebrauchten Benennungen Addition, Subtraction, Multiplication und Division sehe man die Anmerkung zu (Nr. 1. des §. 10.).

5. Aufg. Welche Zahl muß man zu 46 und 12 hinzusetzen, um 94 und 47 zu erhalten?

6. Aufg. Die Zahl, die zu 13 hinzugesetzt, 36 giebt, und die Zahl, die zu 45 hinzugesetzt 74 giebt, betragen zusammen wie viel?

IV. Multiplication.

7. Aufg. 12 mal 13 soll 20 mal genommen werden.

8. Aufg. 24 mal 9 mal 7 mal 3 giebt welche Zahl?

V. Multiplication und Addition.

9. Aufg. 12 und 7 soll 14 mal genommen werden.

10. Aufg. Wie viel giebt 13 mal 7 zu 51 hinzugefügt?

11. Aufg. Es soll 43 zu 12 mal 13 hinzugefügt werden.

12. Aufg. Wie viel geben 12 mal 9 und 14 mal 15 zusammen?

13. Aufg. 13 und 29 zusammengezählt, soll so oft genommen werden, als 15 und 9 zusammen beträgt.

VI. Multiplication und Subtraction.

14. Aufg. Die Zahl, welche, zu 32 hinzugesetzt, 113 giebt, soll 7 mal genommen werden.

15. Aufg. Welche Zahl muß zu 12 hinzugesetzt werden, um 15 mal 9 zu geben?

16. Aufg. Welche Zahl muß zu 7 mal 13 hinzugesetzt werden, um 154 zu erhalten?

17. Aufg. Welche Zahl muß zu 4 mal 9 hinzugesetzt werden, um 18 mal 6 zu erhalten?

18. Aufg. Die Zahl, welche, zu 17 hinzugesetzt, 24 giebt, soll so oft genommen werden, als die Zahl beträgt, welche, zu 39 hinzugesetzt, 65 giebt.

VII. Multiplication, verbunden mit Addition und Subtraction.

19. Aufg. 12 und 15 zusammen soll so oft genommen werden, als die Zahl beträgt, welche, zu 34 hinzugesetzt, 51 giebt.

20. Aufg. Die Zahl, welche, zu 13 hinzugesetzt, 29 giebt, soll so oft genommen werden, als die Zahl beträgt, welche so groß als 19 und 24 zusammen ist.

21. Aufg. Welche Zahl muß zu 15 hinzugesetzt werden, um 5 mal die Zahl zu erhalten, welche so groß ist, als 19 und 21 zusammen?

22. Aufg. 16 mal die Zahl, welche, zu 19 hinzugesetzt, 48 giebt, soll zu 41 hinzugesetzt werden.

23. Aufg. Wie viel muß zu 12 mal der Zahl, welche so groß ist als 17 und 18 zusammen, hinzugesetzt werden, um 519 zu erhalten?

24. Aufg. Welche Zahl muß man zu 5 mal 7 hinzusetzen, um 49 und 15 zu erhalten?

25. Aufg. Welche Zahl muß man zu 34 und 11 hinzusetzen, um 9 mal 12 zu erhalten?

26. Aufg. Welche Zahl muß man zu 7 mal der Zahl, welche so groß ist als 5 und 11 zusammen, hinzusetzen, um 12 mal die Zahl zu erhalten, welche so groß ist, als 13 und 17 zusammen?

27. Aufg. Man soll 5 mal die Zahl, welche, zu 16 hinzugesetzt, 36 giebt, zu 18 mal der Zahl, welche, zu 19 hinzugesetzt, 47 giebt, hinzusetzen.

28. Aufg. Welche Zahl muß zu 9 mal der Zahl, welche so groß als 16 und 13 zusammen, hinzugesetzt werden, um 14 mal die Zahl zu erhalten, welche, zu 16 hinzugesetzt, 134 giebt?

VIII. Division.

29. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 7 mal genommen, die Zahl giebt, welche, 4 mal genommen, 420 giebt.

30. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 5 mal genommen, die Zahl giebt, welche, 8 mal genommen, 128 giebt.

IX. Division und Addition.

31. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 5 mal genommen, 16 und 29 giebt (d. h. die Zahl giebt, welche so groß als 16 und 29 zusammen ist).

32. Aufg. Die Zahl zu finden, welche, so oft genommen, als 4 und 9 zusammen betragen, 91 giebt.

33. Aufg. Die Zahl zu finden, welche, so oft genommen, als 15 und 6 zusammen betragen, so viel giebt, als 41 und 64 zusammen ausmachen.

34. Aufg. Man soll die Zahl, welche, 7 mal genommen, 56 giebt, zu der Zahl hinzufügen, welche, 13 mal genommen, 104 giebt.

X. Division und Subtraction.

35. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 12 mal genommen, die Zahl giebt, welche, zu 26 hinzugesetzt, 122 giebt.
36. Aufg. Die Zahl zu finden, welche, — so oft genommen, als die Zahl beträgt, die, zu 14 hinzugesetzt, 29 giebt, — 135 ausmacht.
37. Aufg. die Zahl zu finden, welche, so oft genommen, als die Zahl beträgt, die, zu 56 hinzugesetzt, 65 giebt, diejenige Zahl ausmacht, die, zu 16 hinzugesetzt, 34 giebt.
38. Aufg. Man soll die Zahl suchen, welche, zu der Zahl, die, 5 mal genommen, 35 giebt, hinzugesetzt, diejenige Zahl ausmacht, die, 17 mal genommen, 153 giebt.

XI. Division und Multiplication.

39. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 6 mal genommen, 8 mal 15 giebt.
40. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 8 mal 9 mal genommen, 648 giebt.
41. Aufg. Die Zahl zu finden, die, 6 mal 28 mal genommen, 16 mal 42 giebt.
42. Aufg. Die Zahl, die, 8 mal genommen, 64 giebt, soll so oft genommen werden, als die Zahl beträgt, die, 15 mal genommen, 90 giebt.

Die Verbindung mehr als einer Operation mit der Division, ist hier, wegen des zu verwickelten wörtlichen Ausdrucks, übergangen. Es werden sich späterhin leichtere Wege darbieten, auch dieses nachzuholen.

Viertes Kapitel.

Von der Addition und Subtraction.

§. 31. Diejenige Zahl, welche so groß ist, als zwei oder mehr gegebene Zahlen zusammen, nennt man die **Summe** dieser gegebenen Zahlen, welche letztere ihrerseits die **Summanden** heißen. So geben die Summanden 12, 21 und 34 zusammengenommen die Summe 67; und man sagt, die gegebenen Zahlen (12, 21 und 34)

werden addirt, wenn man ihre Summe (67) sucht. Will man niederschreiben, daß die Zahlen 12, 21 und 34 zu einander addirt werden sollen, so bedient man sich dabei, der Kürze halber, des Zeichens (+), spricht dieses „plus" (mehr) oder „und" aus, nennt es das Additionszeichen, und schreibt also dafür bloß: 12 + 21 + 34. Und um auszudrücken, daß durch dieses Verfahren (durch die Addition dieser Zahlen) die Summe 67 sich ergebe, schreibt man: 12+21+34 = 67. Das Zeichen (=) wird das Gleichheitszeichen genannt.

Diese Ausdrücke lasse der Lehrer an vielen Zahlen, welche die Schüler schon geläufig zu addiren im Stande sind, einüben; wenn sie hinreichende Fertigkeit erlangt haben, genau und bestimmt die Bedeutung eines jeden derselben anzugeben, werden ihnen zahlreiche Beispiele gegeben, welche sie auf die hier eingeführte Weise schriftlich addiren, dadurch nämlich, daß sie die Summanden vermittelst des Additionszeichens mit einander verbinden, und mit diesen die Summe vermittelst des Gleichheitszeichens. Ein Beispiel möge noch die Behandlungsart aller hieher gehörigen Aufgaben nachweisen.

Lehrer. Addirt die Zahlen 13, 7 und 29. Schüler schreiben: 13+7+29=49, und sprechen: 13 und 7 sind 20, und 29 sind 49. L. Was sollt ihr thun? S. Wir sollen die Zahlen 13, 7 und 29 addiren. L. Was heißt das? S. Wir sollen die Zahl suchen, welche so groß ist, als die Zahlen 13, 7 und 29 zusammen genommen. L. Welche Zahl findet ihr? S. Die Zahl 49 ist so groß, als die gegebenen Zahlen 13 und 7 und 29 zusammen. L. Wie könnt ihr dies noch anders ausdrücken? S. Die Zahl 49 ist die Summe aus den Summanden 13, 7 und 29. L. Was bedeutet das Zeichen (+)? S. Es bedeutet, man soll die beiden Zahlen, zwischen welche es gesetzt wird, addiren, oder man soll die Zahl suchen, welche so groß ist, als diese beiden Zahlen zusammen. L. Wie heißen die beiden Zahlen, welche durch das (+) Zeichen mit einander verbunden werden? Wie heißt dieses Zeichen selbst? — Was drückt man durch das Additionszeichen aus? Was drückt dieses Zeichen (=) aus? Wie nennt man dieses Zeichen?

Besonderer Werth ist darauf zu legen, daß die Schüler, wenn sie addirt haben, ganz bestimmt anzugeben wissen, was sie gethan

haben, und wie die Summe aus den gegebenen Summanden entstanden ist.

§. 32. Um nun zwei beliebige mehrziffrige Zahlen, z. B. 1) 312 und 473 oder 2) 558 und 749 zu addiren, hat man nur zu bedenken, daß man eigentlich wissen will, wie viel Einer, Zehner und Hunderter die beiden Zahlen zusammen enthalten.

Nun ist, in dem ersten Beispiele, die Zahl

312 = 3 Hunderter + 1 Zehner + 2 Einer, und
473 = 4 " + 7 " + 3 "

Also enthalten sie zusammen genommen

7 Hunderter + 8 Zehner + 5 Einer, oder 312 + 473 = 785.

Im zweiten Beispiele ist die Zahl

558 = 5 Hunderter + 5 Zehner + 8 Einer, und
749 = 7 " + 4 " + 9 "

Also enthalten diese Zahlen zusammen:

12 Hunderter + 9 Zehner + 17 Einer;

17 sind aber 1 Zehner und 7 Einer, und 1 Zehner mit 9 Zehnern vereinigt giebt 10 Zehner oder 1 Hunderter und außerdem keine Zehner, und dieser Hunderter mit den 12 schon erhaltenen vereinigt, giebt 13 Hunderter oder 1 Tausender und 3 Hunderter. Die Summe der beiden gegebenen Zahlen enthält also 1 Tausender 3 Hunderter, und 7 Einer, ist folglich 1307. — Auf diese Weise läßt man die Schüler mehrere Beispiele von zwei mehrziffrigen Zahlen addiren.

§. 33. Die Beispiele des vorigen (§. 32.) haben uns gelehrt, daß, um zwei mehrziffrige Zahlen zu addiren, man die Einer der einen Zahl zu denen der andern addiren muß, dann die Zehner der einen Zahl zu den Zehnern der andern, dann die Hunderter der einen Zahl zu denen der andern u. s. w., daß man also überhaupt die Zahlen derselben Klasse in beiden gegebenen Summanden addiren muß; in dem zweiten Beispiele betrug die Summe der Zahlen der einzelnen Klassen 10 oder noch mehr, welches also jedesmal eine Einheit der folgenden Klasse gab. Fängt man damit an, erst die Einer zu addiren, so kann man den Zehner, welchen die Summe derselben vielleicht enthalten kann, sogleich zu den übrigen Zehnern zählen; addirt man alsdann die Zehner, dann die Hunderter u. s. w. zu den höheren Klassen fortschreitend, so kann man ebenso, bei jeder Klasse, die sich daraus ergebenden Einheiten der höheren (nächstfol-

genden) Klasse sogleich zu derselben zählen, ein Vortheil, welchen man entbehrt, sobald man die höheren Klassen der Zahlen zuerst addirt. Um ferner die Zahlen der zusammengehörigen Klassen in beiden Summanden leichter zu übersehen, schreiben wir sie in Zukunft so unter einander, daß die Einer der beiden Summanden gerade unter einander zu stehen kommen, eben so die Zehner der beiden Summanden unter einander u. s. w. jedesmal die Zahlen einer und derselben Klasse gerade unter einander, ziehen darunter einen Querstrich, und addiren, wie eben gesagt, erst die Einer; ist ihre Summe nicht mehr als 9, so setzen wir sie unter die Einer der Summanden; beträgt aber diese Summe 10 oder noch mehr, so giebt dies im ersten Falle einen Zehner, aber weiter keine Einer; wir setzen also unter die Einer 0; im andern Falle aber giebt es einen Zehner nebst einigen Einern, welche letzteren unter die Einer gesetzt werden; wir zählen sodann die Zehner zusammen und addiren dazu den von den Einern erhaltenen Zehner, und verfahren damit gerade wie mit den Einern; desgleichen auch mit den folgenden Klassen der Zahlen, die Summe jeder Klasse unter dieselbe Klasse der Summanden setzend, wenn sie keine Einheit der folgenden Klasse giebt; ist diese Summe aber 10, oder mehr als 10, so werden 10 zur folgenden Klasse davon weggenommen und die übrigen untergesetzt. Die oben schon einmal gerechneten Beispiele sehen dann so aus:

1)	312	2)	558
	473		749
	785		1307

Es müssen nun wieder viele aus zwei Summanden mehrziffriger Zahlen bestehende Beispiele addirt werden. Man macht hier auch leicht die Bemerkung, daß man die Zahlen jeder Klasse für sich gerade wie Einer behandeln kann, indem man den Zusatz der Klassenbenennung Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. beim Addiren ganz wegläßt, und bloß der Summe jeder Klasse die gehörige Stelle anweist, so wie die Beziehung zur folgenden Klasse, welche überall dieselbe ist, nicht aus dem Auge verliert. Statt also in dem ersten der obigen Beispiele beim Addiren zu sagen: 3 Einer und 2 Einer sind 5 Einer; 7 Zehner und 1 Zehner sind 8 Zehner; 4 Hunderter und 3 Hunderter sind 7 Hunderter, wird man bloß sagen: 3

und 2 sind 5; 7 und 1 sind 8; 4 und 3 sind 7, und dabei der Zahl 5 die erste, der 8 die zweite, der 7 die dritte Stelle anweisen, eben weil das erste Einer, das zweite Zehner, und das dritte Hunderter sind. Im zweiten jener Beispiele wird man demgemäß sagen: 9 und 8 sind 17, (7 wird in die erste Stelle gesetzt, 1 zur folgenden Reihe gezählt;) 1 und 4 sind 5, und 5 sind 10, (0 wird in die zweite Stelle gesetzt, 1 zur folgenden Reihe gezählt;) 1 und 7 sind 8, und 5 sind 13, welches links in die dritte und vierte Stelle hingeschrieben wird.

§. 34. Sollen nun mehr als zwei mehrziffrige Zahlen addirt werden, wie z. B. 457+9803+761+328, so soll wieder bestimmt werden, wie viel Einer, Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w. die gegebenen Zahlen zusammen enthalten. Es müssen also wieder die Einer aller Summanden addirt werden, dann die Zehner, alsdann die Hunderter und endlich die Tausender aller Summanden; bei mehreren Summanden kann aber die Summe der Zahlen einer Klasse so groß werden, daß sie 2, 3 und noch mehr Einheiten der folgenden Klasse enthält, wie dies in dem obigen Beispiele mit den Hundertern der Fall ist, deren Summe zusammen mit dem von der vorhergehenden Klasse 23 ist, also 2 Tausender liefert, welche sofort zur folgenden Klasse gezählt werden. Im Uebrigen erhellet, und ist an einem Beispiele sehr leicht klar zu machen, daß alle in §. 33. gemachten Bemerkungen auch auf die Additions-Beispiele mit beliebig viel Summanden ihre Anwendung finden. Das oben angeführte Beispiel erhält dann folgende Gestalt:

$$\begin{array}{r} 457 \\ 9803 \\ 761 \\ 328 \\ \hline 11349 \end{array}$$

Endlich, wenn die Schüler die Additionen mit mehreren Summanden nach der Anleitung des §. 33. wohl verstanden und auszuführen im Stande sind, dictire man ihnen noch viele Beispiele, mit einer immer größeren Zahl von Summanden, und so, daß bald mehrere Nullen, bald solche Summanden unter einander zu stehen kommen, wovon der Eine eine größere, der nächstfolgende wieder nur

eine kleinere Zahl von Ziffern enthält, und diese müssen sie, selbst wenn 20 bis 30 Summanden unter einander stehen, mit der größten Fertigkeit zu addiren im Stande sein. Man gestatte hiebei den Schülern nie, die zur folgenden Reihe überzutragende Zahl erst hinzuschreiben, sie müssen sie im Kopfe behalten.

§. 35. Haben die Schüler einige Fertigkeit erlangt, gegebene Zahlen nach der im Vorigen gegebenen Anleitung zu addiren, so lasse man sie auch zwei mehrziffrige Zahlen addiren, die nicht unter einander, sondern neben einander gesetzt sind. Z. B.

$$589634 + 81539768 = 82129402;$$

oder $\underline{396857 + 495679038}$

$$499645895$$

Alsdann werden auch mehrere neben einander geschriebene Zahlen addirt; z. B.

$$894 + 743191 + 5382 + 76 + 64839 = 814376.$$

Endlich lasse man mehrere theils unter einander, theils neben einander geschriebene Zahlen addiren. Z. B.

$$\left.\begin{matrix}9674\\846\\34098\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}54\\169\\238\\1594\end{matrix}\right\} + 6847$$

Summe = 53520

§. 36. 1) Die Summe zweier Zahlen bleibt immer dieselbe, in welcher Ordnung man die gegebenen Zahlen addiren mag.

Man erhält $4+9=13$ und auch $9+4=13$; $7+8=15$ und $8+7=15$; $27+39=66$ und $39+27=66$ u. s. w. eben so mit mehrziffrigen Zahlen.

2) Wenn drei und noch mehr Zahlen zu einander addirt werden, so geben sie allemal ein und dieselbe Summe, in welcher Ordnung man sie auch addiren mag.

Man erhält: $2+3+4 = 9$
$2+4+3 = 9$
$3+2+4 = 9$
$3+4+2 = 9$
$4+2+3 = 9$
$4+3+2 = 9$

Dieselbe Uebung wird auch mit größeren, mehrziffrigen Zahlen, und mehr als drei Summanden vorgenommen.

§. 37. Diejenige Zahl, die, zur kleineren von zwei gegebenen Zahlen addirt, die größere giebt, nennt man die Differenz (den Rest oder Unterschied) der beiden gegebenen Zahlen, (8 ist also die Differenz der Zahlen 20 und 12, da 12 + 8 = 20). Die Zahl, welche durch Addition der Differenz zu der andern erhalten wird (also hier 20), heißt der Minuend, die andere, kleinere (12) der Subtrahend. Und um auszudrücken, daß die Differenz der beiden Zahlen 20 und 12 gesucht werde, sagt man: 12 werde von 20 subtrahirt, und bedient sich dabei des Zeichens (—), spricht dasselbe minus oder weniger aus, nennt es das Subtractionszeichen, und um anzuzeigen, daß die Zahl 12 von 20 subtrahirt werden soll, schreibt man bloß 20 — 12, so wie, um anzuzeigen, daß die gesuchte Differenz 8 sei, man 20 — 12 = 8 schreibt. Die Bemerkungen des (§. 31.) mögen nun auch auf diesen §. ihre Anwendung finden.

§. 38. Soll nun eine mehrziffrige Zahl von einer andern (größeren) mehrziffrigen Zahl subtrahirt werden, so soll die Zahl gesucht werden, welche, zu dem Subtrahenden addirt, den Minuenden giebt, also die Zahl Einer, Zehner, Hunderter u. s. w., welche, zu den Einern, Zehnern, Hundertern u. s. w. des Subtrahenden addirt, die Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. des Minuenden geben. Hieraus erhellet klar, daß die Zahl einer jeden Klasse des Subtrahenden von der der entsprechenden Klasse des Minuenden subtrahirt werden muß; man wird also wieder, wie bei der Addition, die zusammengehörigen Klassen des Minuenden und Subtrahenden gerade unter einander schreiben, darunter einen Querstrich ziehen, die Differenz einer jeden Klasse besonders suchen, und sie unter die entsprechende Klasse des Minuenden und Subtrahenden setzen. Z. B. es sollen 254 von 679 subtrahirt, oder die Differenz 679 — 254 gesucht werden, so setzt man:

679 Minuend.
254 Subtrahend.
————
425 Differenz.

subtrahirt 4 Einer von 9 Einern, welches die Differenz 5 Einer giebt; dann 5 Zehner von 7 Zehnern subtrahirt, giebt 2 Zehner, und 2 Hunderter von 6 Hundertern subtrahirt, giebt 4 Hunderter.

Hier werden mehrere Beispiele gegeben, in denen die Zahlen einer jeden Klasse des Subtrahenden kleiner sind, als die der entsprechenden Klasse des Minuenden. Die gegebenen Zahlen können drei- bis sechsziffrig sein.

§. 39. Ist aber die Zahl einer oder mehrerer Klassen des Subtrahenden größer, als die der entsprechenden Klasse des Minuenden, so erinnere man sich nur, wie solche Aufgaben mit zweiziffrigen Zahlen früher im Kopfe gelöst wurden, und man wird jene Auflösungen leicht auf mehrziffrige Zahlen erweiteren. Um z. B. die Differenz 62 — 37 zu finden, dachte man sich die 6 Zehner als 5 Zehner und 10 Einer, also 62 = 50 + 12, subtrahirte dann 7 Einer von 12 Einern, und 3 Zehner von 5 Zehnern. Wären also 4597 von 7364 zu subtrahiren, so schriebe man, wie schon früher bemerkt, den Subtrahenden unter den Minuenden, so daß die zusammengehörigen Klassen unter einander zu stehen kommen:

7364 Minuend.
4597 Subtrahend.

Da nun die 7 Einer von den 4 Einern nicht subtrahirt werden können, so nimmt man von den 6 Zehnern des Minuenden einen Zehner, welcher 10 Einer macht, und mit den 4 Einern 14 Einer giebt, wovon 7 subtrahirt, noch 7 Einer als Differenz der Einer geben. (Man erlaube aber den Schülern nicht, zu der Ziffer 6 einen Punkt hinzuzusetzen, wie dies gewöhnlich geschieht; sie müssen im Kopfe behalten, daß diese Zahl um 1 vermindert worden.) Der Minuend enthält jetzt nur noch 5 Zehner, der Subtrahend aber 9, man nimmt also wieder einen Hunderter von den 3 Hundertern des Minuenden, zählt ihn als 10 Zehner zu den 5 Zehnern, von den erhaltenen 15 Zehnern subtrahirt man 9 Zehner, welches 6 Zehner als Differenz giebt. Der Minuend enthält jetzt noch 2 Hunderter, der Subtrahend aber 5, man nimmt deshalb einen Tausender von den 7 Tausendern, zählt ihn als 10 Hunderter zu den 2 Hundertern, subtrahirt von den erhaltenen 12 Hundertern des Minuenden die 5 des Subtrahenden, welches 7 Hunderter als Differenz giebt; zuletzt subtrahirt man noch 4 Tausender von den noch übrigen 6 Tausendern des Minuenden, so daß 2767 die gesuchte Differenz ist.

§. 40. Es seien 8 von 10000 zu subtrahiren; man schreibt wieder:

10000	Minuend.
8	Subtrahend.

Da im Minuenden keine Einer und auch keine Zehner vorkommen, so können auch die 8 Einer des Subtrahenden weder ohne Weiteres subtrahirt werden, und eben so wenig kann ein Zehner dazu genommen werden. Die nächstfolgenden Klassen enthalten auch nichts, und erst die der Zehntausender enthält eine Einheit. Man verwandelt daher in Gedanken 1 Zehntausender in 10 Tausender, nimmt davon 1 Tausender, welcher 10 Hunderter giebt, und noch 9 Tausender übrig läßt; von den 10 Hundertern wird 1 Hunderter weggenommen, der giebt 10 Zehner, und läßt noch 9 Hunderter übrig; von den 10 Zehnern wird endlich wieder 1 Zehner genommen, dieser giebt 10 Einer und läßt noch 9 Zehner übrig; so daß man statt der 10000 jetzt 9000 + 900 + 90 + 10 hat; subtrahirt man nun 8 von 10, so erhält man 2 als Differenz der Einer, aber außerdem noch 9 Zehner, 9 Hunderter und 9 Tausender; so daß die gesuchte Differenz 9992 ist.

Auf gleiche Weise behandle man nun Beispiele wie die folgenden:

1)	10000	Minuend.	2)	100000	Minuend.
	90	Subtrahend.		700	Subtrahend.
	9910	Differenz.		99300	Differenz.
3)	70000	Minuend.	4)	900063	Minuend.
	475	Subtrahend.		34567	Subtrahend.
	69525	Differenz.		865496	Differenz.

u. s. w.

§. 41. Hat man jeden der (§§. 37 — 39.) in der gegebenen Form zur Fertigkeit eingeübt, so leitet man die Schüler leicht zu folgender Abstraction: Wenn von einer mehrziffrigen Zahl eine andere, ebenfalls mehrziffrige, aber kleinere Zahl subtrahirt werden soll; so subtrahirt man jede Klasse des Subtrahenden von der entsprechenden Klasse des Minuenden, behandelt dabei jede Klasse als ob es Einer wären, indem man nämlich den Klassennamen ganz wegläßt, und nur die Differenz jeder Klasse an die gehörige Stelle setzt. Ist die

Zahl in einer oder mehreren Klassen des Subtrahenden größer als die der entsprechenden Klasse des Minuenden, so wird von der nächstfolgenden Klasse des Minuenden eine 1 genommen, welche für die vorhergehende Klasse allemal 10 bedeutet; diese 10 werden zu der Zahl des Minuenden in dieser Klasse addirt, wo dann allemal die Subtraction möglich wird; man muß sich aber wohl erinnern, daß die folgende Klasse des Minuenden um 1 kleiner geworden ist. Folgen aber auf eine oder mehrere solche Stellen, in denen der Subtrahend größer ist als der Minuend, in letzterem mehrere Nullen hinter einander, wo dann eigentlich von keiner dieser Stellen etwas zur vorhergehenden genommen werden kann, sondern erst von der, welche wieder eine wirkliche Zahl enthält; so verfährt man doch wieder auf dieselbe Weise, denkt sich nämlich von der ersten Null (oder besser, von der Stelle, in der die erste Null des Minuenden steht) eine 1 genommen, zählt diese als 10 zu der vorhergehenden Stelle, rechnet sodann aber jede Null des Minuenden als 9, und die nächstfolgende wirkliche Zahl des Minuenden um 1 vermindert. Ein Beispiel mag dies völlig klar machen:

7064000395	Minuend.
3107608642	Subtrahend.
3956391753	Differenz.

Man sagt hiebei bloß: 2 von 5 (subtrahirt) giebt 3, 4 von 9 giebt 5, 6 von 13 giebt 7, 8 von 9 giebt 1, 0 von 9 ist 9, 6 von 9 giebt 3, 7 von 13 giebt 6, 0 von 5 giebt 5, 1 von 10 giebt 9, und 3 von 6 giebt 3, und setzt dabei die gefundenen Differenzen jeder Klasse in ihre gehörige Stelle.

§. 42. Ist dies Alles wohl eingeübt, so lasse man noch Subtractionen verrichten, bei denen nicht, wie bisher, der Subtrahend unter den Minuend, sondern bald über, bald rechts oder links neben diesen gesetzt wird. Z. B.

9658304	Subtrahend.
17430051	Minuend.
7771747	Differenz.

Oder: 823000651 — 175824892
= 647175759.

Ferner 29854 von 176291 zu subtrahiren:
Differenz = 146437.

§. 43. Wenn ein und dieselbe Zahl zu dem Minuenden und Subtrahenden einer angezeigten Differenz (einer gegebenen Subtractions-Aufgabe) addirt, oder von beiden subtrahirt wird, so bleibt die Differenz unverändert. Z. B. $53 - 29 = 24$; addirt man nun 16 zu 53 und auch zu 29, so erhält man: $69 - 45 = 24$, und subtrahirt man 12 von 53 und von 29, so hat man: $41 - 17 = 24$. Daß sich jedesmal dasselbe Resultat ergeben muß, sieht man leicht ein, wenn man bedenkt, daß die Differenz die Zahl ist, die, zum Subtrahenden addirt, den Minuenden giebt.

§. 44. Wenn man zwei Zahlen addirt, und dann eine derselben wieder von der Summe subtrahirt, so erhält man die andere zur Differenz. Z. B.

$$7 + 9 - 7 = 16 - 7 = 9,$$
$$7 + 9 - 9 = 16 - 9 = 7,$$

denn die Zahl, die, zu 7 addirt, $7 + 9$ giebt, kann nur der andere dieser beiden Summanden, nämlich 9, sein.

§. 45. Wenn man eine Zahl von einer andern subtrahirt, und dann dieselbe Zahl wieder zu der erhaltenen Differenz addirt, so erhält man wieder die vorige Zahl. Z. B.

$$25 - 9 + 9 = 16 + 9 = 25,$$

denn $25 - 9$ ist die Zahl, die, zu 9 addirt, 25 giebt; da diese Zahl nun wirklich zu 9 addirt wird, so muß sich auch 25 ergeben.

Diese Sätze (§. 43—45.) werden gewöhnlich in den einen zusammengefaßt: „die Addition und Subtraction heben einander gegenseitig auf."

§. 46. Wenn zwei Zahlen addirt und von der Summe eine andere Zahl subtrahirt werden soll, so erhält man dasselbe Resultat, man mag den Subtrahenden von dem einen oder andern Summanden subtrahiren, falls dieser größer ist, als der Subtrahend. Z. B.

$$29 + 33 - 18 = 62 - 18 = 44,$$
und $$29 + 33 - 18 = 29 - 18 + 33 = 11 + 33 = 44,$$
oder $$29 + (33 - 18) = 29 + 15 = 44.$$

§. 47. Es ist einerlei, ob man zwei Zahlen erst addirt, und ihre Summe dann von einer andern Zahl subtrahirt, oder ob man

erst die eine Zahl von dieser subtrahirt und von dem Reste dann noch die andere subtrahirt. Z. B.

$$51 - 12 - 20 = 51 - 32 = 19,$$

oder $51 - 12 - 20 = 39 - 20 = 19.$

Denn es soll hier die Zahl gefunden werden, die, zu 20 addirt, diejenige Zahl giebt, welche, zu 12 addirt, 51 giebt; also die Zahl, welche, zu $12 + 20$ oder zu 32 addirt, 51 giebt.

§. 48. Dieses Satzes kann man sich bei der Subtraction mehrziffriger Zahlen mit Vortheil bedienen, wenn nämlich einige Stellen des Subtrahenden größer sind, als die entsprechenden Stellen des Minuenden, und also von der folgenden Stelle des Minuenden eine Einheit weggenommen, und als 10 zu der vorhergehenden gezählt werden muß. Statt dabei nachher die folgende Stelle des Minuenden um 1 kleiner anzunehmen, kann man auch dieselbe Stelle des Subtrahenden sich um 1 vermehrt vorstellen. In dem Subtractionsbeispiele:

451024	Minuend
198629	Subtrahend
252395	Differenz

kann man also sagen: 9 von 14 giebt 5; 3 von 12 giebt 9; 7 von 10 giebt 3; 9 von 11 giebt 2; 10 von 15 giebt 5, 2 von 4 giebt 2. Wir werden später sehen, daß diese Art zu subtrahiren bedeutende Vortheile gewährt.

§. 49. Die Schüler müssen durch viele Beispiele, erst mit kleineren, dann mit größeren Zahlen von der Richtigkeit dieser Sätze überzeugt werden. Sie gleich anfangs durch Vernunftschlüsse dahin bringen zu wollen, würde, namentlich für jüngere Schüler, zu schwierig sein; man übergehe deshalb erst die Beweise, und man wird die Erfahrung machen, daß, wenn man sich im Verfolg des Unterrichts nur immer recht streng an die gegebenen Definitionen hält, bei einer spätern Wiederholung dieser Gegenstände, die Kinder ganz von selbst zur vollkommnen Einsicht in die allgemeine Gültigkeit dieser Sätze gelangen. Wenn nun auch die Schüler beim allerersten Unterrichte auf bloß empirischem Wege diese Sätze kennen lernen, so sind sie doch von größerer Wichtigkeit, als man im Allgemeinen geneigt sein möchte, ihnen einzuräumen; denn jeder Rechner macht beständig Gebrauch davon, ohne sich ihrer allgemeinen Gültigkeit von vorne

herein deutlich bewußt geworden zu sein; er setzt sie also stillschweigend voraus. Wenn wir aber unsere Schüler allmählig immer mehr an ein geordnetes Denken gewöhnen wollen, so muß auch der Stoff, an dem er denken lernen soll, in allen seinen Theilen einen inneren Zusammenhang haben, den der Schüler immer tiefer erfassen und sich zu eigen machen wird.

Man gebe nun den Schülern Aufgaben, in welchen Addition und Subtraction zugleich vorkommen, so wie auch solche, in denen mehrere Subtractionen nach einander zu verrichten sind, nach Art der im nächsten Paragraphen folgenden Beispiele.

§. 50. Wenn, in dem Folgenden, zwei oder mehrere Zahlen durch die, vermittelst der dazwischen gesetzten (+ oder —) Zeichen angezeigten, Operationen mit einander verbunden werden sollen, und das daraus sich ergebende Resultat aufs Neue mit einer andern Zahl in Verbindung zu bringen ist, so werden wir jene Zahlen in Klammern einschließen, und der Klammer das Zeichen vorsetzen, welches die letzte Operation anzeigt. Z. B. wenn die Summe $5 + 9$ von 20 zu subtrahiren ist, so schreiben wir: $20 - (5 + 9)$, oder wenn die Differenz $71 - 16$ zu 400 addirt oder von 400 subtrahirt werden soll, so schreiben wir,

im ersten Falle: $400 + (71 - 16)$,
im andern Falle: $400 - (71 - 16)$.
Nun ist aber $400 + (71 - 16) = 400 + 55 = 455$,
und $400 - (71 - 16) = 400 - 55 = 345$.

Beispiele.

1) $1817 + 437 - 949 = 1305$.
2) $4816 - 345 - 177 = 4294$.
3) $3469 + 7868 - 934 - 276 = 10127$.
4) $675 + (983 - 395) = 1263$.
5) $9743 - (631 + 3451) = 5661$.
6) $9743 - 631 + 3451 = 12563$.
7) $26875 - (19508 - 5743) = 13110$.
8) $26875 - 19508 - 5743 = 1624$.
9) $(8641 + 7654) - (3271 + 6409) = 6615$.
10) $8641 + 7654 - 3271 + 6409 = 19433$.

11) $(219854 - 83568) + (785943 - 45674) = 876555.$
12) $219854 - 83568 + 785943 - 45674 = 876555.$
13) $(7964131 - 4538) - (586543 + 5437) = 199913.$
14) $(9784 - 385) - (8654 - 7498) = 8243.$
15) $(73594 + 685987) - (329867 - 295413) = 725127.$

§. 51. Als Uebung zum Kopfrechnen können hier besonders folgende Aufgaben dienen.

1) Wie viel geben 17 und 19 zu 12 addirt? Antw. 48.
2) 24 und 16 zu 36 und 14 addirt, geben 90.
3) Addirt die Summe der Zahlen 33, 8 und 19 zu der Summe der Zahlen 24 und 49. Antw. 133.
4) Zu welcher Zahl muß 12 addirt werden, um 39 zu geben? Antw. 27.
5) Welche Zahl muß zu 19 addirt werden, um 45 zu erhalten? Antw. 26.
6) Zu welcher Zahl muß diejenige Zahl addirt werden, um 100 zu bekommen, die, zu 45 addirt, 92 giebt? Antw. 53.
7) Wie viel muß zu der Zahl, die, zu 12 addirt 20 giebt, addirt werden, um 36 zu erhalten? Antw. 28.
8) Die Zahl, die, zu 16 addirt, 45 giebt, soll zu 112 addirt werden. Antw. 141.
9) 64 soll zu der Zahl, die, zu 19 addirt, 64 giebt, addirt werden. A. 109.
10) Die Zahl, die, zu 18 addirt, 31 giebt, soll zu der Zahl addirt werden, die, zu 51 addirt, 99 giebt. Antw. 61.
11) Welche Zahl muß zu 15 + 12 addirt werden, um 49 zu bekommen? Antw. 22.
12) Zu welcher Zahl muß man 36 und 18 addiren, um 100 zu erhalten? Antw. 46.
13) Von welcher Zahl muß 15 subtrahirt werden, um 17 zu geben? A. 32.
14) Von welcher Zahl muß die Summe von 9 und 17 subtrahirt werden, um 12 zu geben? Antw. 38.
15) Von welcher Zahl muß 39 subtrahirt werden, um 24 + 19 zu geben? Antw. 82.
16) Addirt 10 zu der Zahl, von welcher 12 subtrahirt werden muß, um 26 zu geben. Antw. 48.
17) Die Zahl, von der 15 subtrahirt werden muß, um 29 zu geben, soll zu 41 addirt werden. Antw. 85.

18) Von welcher Zahl muß 9 + 13 subtrahirt werden, um 25 + 12 zu geben? Antw. 59.
19) Addirt die Zahl, von der 6 subtrahirt werden muß, um 9 zu geben, zu der Zahl, von der 16 subtrahirt werden muß, um 8 zu geben. Antw. 39.
20) Von welcher Zahl muß die Zahl subtrahirt werden, um 8 zu geben, von der 13 subtrahirt werden muß, um 15 zu geben? Antw. 36.
21) Sucht die Zahl, die 12 giebt, wenn man von ihr die Zahl subtrahirt, von der 17 subtrahirt werden muß, um 16 zu geben. A. 45.
22) Welche Zahl muß man von 20 subtrahiren, um 8 zu bekommen? Antw. 12.
23) Welche Zahl muß von 36 + 19 subtrahirt werden, um 25 zu erhalten? Antw. 30.
24) Die Zahl, die, von 46 subtrahirt, 18 giebt, soll zu 32 addirt werden. Antw. 60.
25) Welche Zahl muß von 96 + 17 subtrahirt werden, um 36 + 18 zu erhalten? Antw. 59.
26) Die Zahl, die, von 94 subtrahirt, 41 giebt, soll zu der Zahl addirt werden, die, von 36 subtrahirt, 16 giebt. Antw. 73.
27) Die Zahl, die, von 32 subtrahirt, 8 giebt, soll zu 28 + 13 addirt werden. Antw. 65.
28) Welche Zahl muß man von 28 + 13 subtrahiren, um die Zahl zu erhalten, die, von 64 subtrahirt, 34 giebt? Antw. 11.
29) Welche Zahl muß man von der Zahl subtrahiren, die, von 50 subtrahirt, 24 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, von 35 subtrahirt, 22 giebt? Antw. 13.
30) Subtrahirt 16 von 46 + 17. Antw. 47.
31) Subtrahirt 29 + 24 von 71. Antw. 18.
32) Addirt 64 zu 56 — 39. Antw. 81.
33) Subtrahirt 39 + 18 von 27 + 54. Antw. 24.
34) Addirt 54 — 16 zu 117 — 56. Antw. 99.
35) Subtrahirt 32 — 16 von 38 — 11. Antw. 11.
36) Addirt 72 + 15 zu 46 — 29. Antw. 104.
37) Subtrahirt 46 — 35 von 72 + 19. Antw. 80.
38) Subtrahirt 25 + 39 von 117 — 28. Antw. 25.
39) Die Zahl, die, zu 5 addirt, 12 giebt, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um 23 zu geben? Antw. 30.

40) Die Zahl, von welcher man 12 subtrahiren muß, um 36 zu erhalten, muß zu welcher Zahl addirt werden, um 74 zu geben? A. 26.

41) Die Zahl, die, zu 15 addirt, 31 giebt, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um die Zahl zu geben, die, zu 24 addirt, 39 giebt? Antw. 31.

42) Die Zahl, von der 29 subtrahirt werden muß, um 31 zu geben, muß zu welcher Zahl addirt werden, um die Zahl zu geben, von der 27 subtrahirt werden müssen, um 59 zu erhalten? Antw. 26.

43) Die Zahl, zu der 5 addirt werden müssen, um 13 zu geben, muß zu welcher Zahl addirt werden, um die Zahl zu geben, von der 32 subtrahirt werden müssen, um 27 zu erhalten? A. 51.

44) Die Zahl, zu der 5 addirt werden müssen, um 13 zu geben, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um die Zahl zu geben, von der 32 subtrahirt werden müssen, um 27 zu erhalten? A. 67.

45) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, zu 19 addirt, 95 giebt, um 23 zu erhalten? Antw. 53.

46) Welche Zahl muß man zu der Zahl addiren, die, von 32 subtrahirt, 19 giebt, um 27 zu erhalten? Antw. 14.

47) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, zu 17 addirt, 35 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, zu 29 addirt, 33 giebt? Antw. 14.

48) Welche Zahl muß zu der Zahl addirt werden, die, von 28 subtrahirt, 11 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, von 59 subtrahirt, 16 giebt? Antw. 26.

49) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, zu 26 addirt, 59 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, von 68 subtrahirt, 52 giebt? Antw. 17.

50) Subtrahirt 18 von der Zahl, die, zu 34 addirt, 100 giebt. A. 48.

51) Subtrahirt die Zahl, die, zu 16 addirt, 31 giebt, von 75. A. 60.

52) Welche Zahl muß zu 56 — 19 addirt werden, um 71 zu bekommen? Antw. 34.

53) Subtrahirt die Zahl, die, zu 22 addirt, 35 giebt, von der Zahl, die, zu 12 addirt, 56 giebt. Antw. 31.

54) Welche Zahl muß zu 46 — 29 addirt werden, um 29 — 5 zu geben? Antw. 7.

55) Welche Zahl muß zu der Zahl addirt werden, die, zu 34 addirt, 66 giebt, um 97 — 29 zu erhalten? Antw. 36.

56) Subtrahirt 31 — 9 von der Zahl, die, zu 14 addirt, 51 giebt? A. 15.
57) Welche Zahl muß von 36 subtrahirt werden, um die Zahl zu geben, von der man 19 subtrahiren muß, um 5 zu erhalten? A. 12.
58) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, von der 17 subtrahirt werden muß, um 13 zu geben, wenn die Differenz 21 werden soll? Antw. 9.
59) Von welcher Zahl muß die Zahl subtrahirt werden, die, von 26 subtrahirt, 18 giebt, um 17 zu geben? Antw. 25.
60) Welche Zahl muß von derjenigen subtrahirt werden, von der 9 subtrahirt werden müssen, um 12 zu geben, um die Zahl zu erhalten, von der 7 subtrahirt werden müssen, um 9 zu bekommen? A. 5.
61) Subtrahirt 15 von der Zahl, von welcher 19 subtrahirt werden müssen, um 11 zu bekommen. Antw. 15.
62) Subtrahirt die Zahl von 37, von der 19 subtrahirt werden müssen, um 9 zu bekommen. Antw. 9.
63) Von welcher Zahl muß 72 — 58 subtrahirt werden, um 62 zu erhalten? Antw. 76.
64) Subtrahirt die Zahl, von welcher 6 subtrahirt werden müssen, um 12 zu geben, von der Zahl, von welcher 17 subtrahirt werden müssen, um 25 zu erhalten. Antw. 24.
65) Von welcher Zahl muß 21 — 11 subtrahirt werden, um 64 — 28 zu geben? Antw. 46.
66) Die Zahl, von welcher 18 subtrahirt werden müssen, um 26 zu erhalten, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um 100 — 76 zu geben? Antw. 68.
67) Subtrahirt 25 von der Zahl, die, von 46 subtrahirt, 8 giebt. A. 29.
68) Subtrahirt die Zahl von 36, die, von 72 subtrahirt, 54 giebt. A. 18.
69) Welche Zahl muß von 46 — 15 subtrahirt werden, um 21 zu geben? Antw. 10.
70) Welche Zahl muß von 45 subtrahirt werden, um 69 — 34 zu erhalten? Antw. 10.
71) Subtrahirt die Zahl, die, von 24 subtrahirt, 13 giebt, von der Zahl, die, von 74 subtrahirt, 29 giebt. Antw. 34.
72) Welche Zahl muß von 56 — 17 subtrahirt werden, um 81 — 65 zu bekommen? Antw. 23.
73) Welche Zahl muß von 64 — 25 subtrahirt werden, um die Zahl zu erhalten, die, von 63 subtrahirt, 49 giebt? Antw. 25.

40) Die Zahl, von welcher man 12 subtrahiren muß, um 36 zu erhalten, muß zu welcher Zahl addirt werden, um 74 zu geben? A. 26.

41) Die Zahl, die, zu 15 addirt, 31 giebt, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um die Zahl zu geben, die, zu 24 addirt, 39 giebt? Antw. 31.

42) Die Zahl, von der 29 subtrahirt werden muß, um 31 zu geben, muß zu welcher Zahl addirt werden, um die Zahl zu geben, von der 27 subtrahirt werden müssen, um 59 zu erhalten? Antw. 26.

43) Die Zahl, zu der 5 addirt werden müssen, um 13 zu geben, muß zu welcher Zahl addirt werden, um die Zahl zu geben, von der 32 subtrahirt werden müssen, um 27 zu erhalten? A. 51.

44) Die Zahl, zu der 5 addirt werden müssen, um 13 zu geben, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um die Zahl zu geben, von der 32 subtrahirt werden müssen, um 27 zu erhalten? A. 67.

45) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, zu 19 addirt, 95 giebt, um 23 zu erhalten? Antw. 53.

46) Welche Zahl muß man zu der Zahl addiren, die, von 32 subtrahirt, 19 giebt, um 27 zu erhalten? Antw. 14.

47) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, zu 17 addirt, 35 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, zu 29 addirt, 33 giebt? Antw. 14.

48) Welche Zahl muß zu der Zahl addirt werden, die, von 28 subtrahirt, 11 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, von 59 subtrahirt, 16 giebt? Antw. 26.

49) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, zu 26 addirt, 59 giebt, um die Zahl zu erhalten, die, von 68 subtrahirt, 52 giebt? Antw. 17.

50) Subtrahirt 18 von der Zahl, die, zu 34 addirt, 100 giebt. A. 48.

51) Subtrahirt die Zahl, die, zu 16 addirt, 31 giebt, von 75. A. 60.

52) Welche Zahl muß zu 56 — 19 addirt werden, um 71 zu bekommen? Antw. 34.

53) Subtrahirt die Zahl, die, zu 22 addirt, 35 giebt, von der Zahl, die, zu 12 addirt, 56 giebt. Antw. 31.

54) Welche Zahl muß zu 46 — 29 addirt werden, um 29 — 5 zu geben? Antw. 7.

55) Welche Zahl muß zu der Zahl addirt werden, die, zu 34 addirt, 66 giebt, um 97 — 29 zu erhalten? Antw. 36.

56) Subtrahirt 31 — 9 von der Zahl, die, zu 14 addirt, 51 giebt? A. 15.

57) Welche Zahl muß von 36 subtrahirt werden, um die Zahl zu geben, von der man 19 subtrahiren muß, um 5 zu erhalten? A. 12.

58) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, von der 17 subtrahirt werden muß, um 13 zu geben, wenn die Differenz 21 werden soll? Antw. 9.

59) Von welcher Zahl muß die Zahl subtrahirt werden, die, von 26 subtrahirt, 18 giebt, um 17 zu geben? Antw. 25.

60) Welche Zahl muß von derjenigen subtrahirt werden, von der 9 subtrahirt werden müssen, um 12 zu geben, um die Zahl zu erhalten, von der 7 subtrahirt werden müssen, um 9 zu bekommen? A. 5.

61) Subtrahirt 15 von der Zahl, von welcher 19 subtrahirt werden müssen, um 11 zu bekommen. Antw. 15.

62) Subtrahirt die Zahl von 37, von der 19 subtrahirt werden müssen, um 9 zu bekommen. Antw. 9.

63) Von welcher Zahl muß 72 — 58 subtrahirt werden, um 62 zu erhalten? Antw. 76.

64) Subtrahirt die Zahl, von welcher 6 subtrahirt werden müssen, um 12 zu geben, von der Zahl, von welcher 17 subtrahirt werden müssen, um 25 zu erhalten. Antw. 24.

65) Von welcher Zahl muß 21 — 11 subtrahirt werden, um 64 — 28 zu geben? Antw. 46.

66) Die Zahl, von welcher 18 subtrahirt werden müssen, um 26 zu erhalten, muß von welcher Zahl subtrahirt werden, um 100 — 76 zu geben? Antw. 68.

67) Subtrahirt 25 von der Zahl, die, von 46 subtrahirt, 8 giebt. A. 29.

68) Subtrahirt die Zahl von 36, die, von 72 subtrahirt, 54 giebt. A. 18.

69) Welche Zahl muß von 46 — 15 subtrahirt werden, um 21 zu geben? Antw. 10.

70) Welche Zahl muß von 45 subtrahirt werden, um 69 — 34 zu erhalten? Antw. 10.

71) Subtrahirt die Zahl, die, von 24 subtrahirt, 13 giebt, von der Zahl, die, von 74 subtrahirt, 29 giebt. Antw. 34.

72) Welche Zahl muß von 56 — 17 subtrahirt werden, um 81 — 65 zu bekommen? Antw. 23.

73) Welche Zahl muß von 64 — 25 subtrahirt werden, um die Zahl zu erhalten, die, von 63 subtrahirt, 49 giebt? Antw. 25.

74) Welche Zahl muß von der Zahl subtrahirt werden, die, von 38 subtrahirt, 9 giebt, um 41 — 27 zu erhalten. Antw. 15.

75) Subtrahirt 76 — 59 von der Zahl, die, von 42 subtrahirt, 15 giebt. Antw. 10.

Diese Reihenfolgen von Aufgaben sind hier keinesweges erschöpft, sollen aber in der Beispielsammlung noch weiter behandelt werden. Sie eignen sich besonders zum Kopfrechnen, können aber auch sehr zweckmäßig in größeren Zahlen zum schriftlichen Rechnen den Schülern aufgegeben werden.

Fünftes Kapitel.

Von der Multiplication und Division.

Vorerinnerung.

Ehe der Lehrer das Feld dieses Kapitels betritt, überzeuge er sich genau, ob die Schüler alle früheren Uebungen, namentlich aber die der zweiten Abtheilung des zweiten Kapitels und die am Ende des dritten Kapitels, wohl inne haben, und wiederhole sie hier nöthigen Falls noch bis zur vollkommenen Fertigkeit mit den (§. 26.) gelehrten Benennungen, jedoch ohne Gebrauch der Ziffern, und erweitere die Multiplications-Uebungen hier auf Beispiele mit mehreren Factoren.

§. 52. Wenn eine Anzahl (z. B. 5) einander gleicher Summanden (deren jeder z. B. 9 ist) addirt werden soll, so sagt man auch: „die Zahl 9 werde 5 mal genommen, oder mit 5 **multiplicirt**." Die Zahl (45), welche man dadurch erhält, heißt das **Product** der beiden gegebenen Zahlen (9 und 5); die Zahl (9), welche so oft genommen werden soll, als die andere (5) anzeigt (oder welche mit der andern, 5, multiplicirt werden soll), heißt der **Multiplicand**, die andere (5) dagegen, welche anzeigt, wie oft die erste (9) genommen (oder mit der 9 multiplicirt) werden soll, heißt der **Multiplicator**. Um (schriftlich) auszudrücken, daß die Zahl 9 mit 5 multiplicirt werden soll, schreibt man 5×9 oder $5 \cdot 9$, spricht dies aus: „5 **mal** 9," und nennt das Zeichen ($\times$) oder das Zeichen (.) das **Multiplicationszeichen**. Es ist also

5 × 9 oder 5 . 9 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45. (Man vergleiche sorgfältig die Bemerkung zu §. 31. und 37.)

§. 53. Das Product 1 . 9 bedeutet demnach die Zahl 9 selbst, da nur 1 Summand, welcher 9 ist, genommen werden soll. — 0 . 9 heißt, daß gar kein Summand zu nehmen sei, also ist 0 . 9 = 0. Desgleichen ist 9 . 0 eine Summe aus 9 Summanden, von denen jeder 0 ist, folglich ist die Summe selbst, d. h. das Product 9 . 0 = 0. — Wird also eine Zahl mit 1 multiplicirt, so erhält man die gegebene Zahl selbst zum Product. Wird 0 mit einer Zahl, oder eine Zahl mit 0 multiplicirt, so ist das Product allemal 0.

§. 54. Soll eine beliebige mehrziffrige Zahl mit einer einziffrigen multiplicirt werden, z. B. 1) 1324 mit 2, oder 2) 5792 mit 3, so soll man eigentlich bestimmen, wie viele Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. man erhalte, wenn man die Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. des Multiplicanden so oft nimmt, als der Multiplicator anzeigt, d. h. im ersten Beispiele mit 2, im zweiten mit 3 multiplicirt. Führt man dies aus, so erhält man für 2 × 1324 zuerst:

2 . 4 Einer = 8 Einer;
dann 2 . 2 Zehner = 4 Zehner;
sodann 2 . 3 Hunderter = 6 Hunderter;
endlich 2 . 1 Tausender = 2 Tausender,

so daß also 2 . 1324 = 2648 ist.

Im zweiten Beispiele erhält man:

3 × 5792 =
3 . 2 Einer = ... 6 E.
3 . 9 Zehner = 27 Z = ... 2 H. 7 Z.
3 . 7 Hunderter = 21 H. = . . . 2 T. 1 H.
3 . 5 Tausender = 15 T. = 1 Zt. 5 T.

Folglich hat man nun:	1	7	3	7	6
	Zehntausender.	Tausender.	Hunderter.	Zehner.	Einer.

oder 17376 als Product. Nämlich: 3 . 2 Einer giebt 6 Einer; 3 . 9 Zehner giebt 27 Zehner oder 2 Hunderter und 7 Zehner; 3 mal 7 Hunderter giebt 21 Hunderter, hiezu kommen noch 2 Hun-

derter vom vorigen Producte, giebt 23 Hunderter, oder 2 Tausender und 3 Hunderter; 3 . 5 Tausender giebt 15 Tausender, wozu noch 2 Tausender vom vorigen Producte gerechnet werden müssen, giebt 17 Tausender oder 1 Zehntausender und 7 Tausender, so daß also das vollständige Product aus 1 Zehntausender, 7 Tausender, 3 Hunderter, 7 Zehner und 6 Einer besteht. Die Rechnung dieser beiden Beispiele wird auf folgende Weise gesetzt:

1) 1324 Multiplicand.
2 Multplicator.
2648 Product.

2) 5792 Multiplicand,
3 Multiplicator.
17376 Product.

3) Wenn 760587 mit 9 multiplicirt werden soll, so hat man:
760587 Multiplicand.
9 Multiplicator.
6845283 Product.

§. 55. Man sieht übrigens aus der Behandlung dieser Beispiele, in denen der Multiplicator eine einziffrige Zahl ist, daß man wieder, gerade wie bei den früheren Operationen, der Addition und Subtraction, mit jeder Stelle ganz so wie mit den Einern zu verfahren hat, daß nämlich jede Stelle des Multiplicanden mit dem Multiplicator multiplicirt werden muß, dabei aber die Benennung der Stelle ganz weggelassen werden kann, wenn man dann nur dem Producte jeder einzelnen Zahl die gehörige Stelle anweis't, und dabei stets berücksichtigt, daß 10, 20, 30 ꝛc. Einheiten einer jeden Klasse, welche unter allen es sei, immer beziehlich 1, 2, 3 ꝛc. Einheiten der nächstfolgenden Klasse ausmachen, und als solche noch zu dem Producte dieser folgenden Klasse addirt werden müssen. Bei der Berechnung des Products aus 3×579238 wird man also bloß sagen: 3 mal 8 sind 24 (4 werden sogleich in die erste Stelle geschrieben); 3 mal 3 sind 9, und 2 sind 11 (1 kommt in die zweite Stelle); 3 mal 2 sind 6, und 1 ist 7 (7 wird in die dritte Stelle geschrieben); 3 mal 9 sind 27 (7 wird in die vierte Stelle geschrieben); 3 mal 7 sind 21, und 2 sind 23 (3 kommt in die fünfte Stelle); 3 mal 5 sind 15, und 2 sind 17 (welches in die sechste und siebente Stelle

geschrieben wird). Man muß auch hier darauf sehen, daß die Schüler die, zur nächstfolgenden Stelle zu rechnende Zahl nicht erst hinschreiben, sondern im Kopfe behalten; ja man kann sie nach und nach daran gewöhnen, noch mehr Worte zu ersparen, und nicht einmal das eigentliche Product des Multiplicators mit einer Stelle des Multiplicanden auszusprechen, sondern sogleich in Gedanken die übergetragende Zahl dazu zu rechnen, und erst die Summe dieser beiden auszusprechen, wie z. B. bei obiger Multiplication: 3 × 8 sind 24, 3 × 3 und 2 sind 11, 3 × 2 und 1 sind 7, 3 × 9 sind 27, 3 × 7 und 2 sind 23, 3 × 5 und 2 sind 17.

§. 56. Es sei eine beliebige mehrziffrige Zahl mit der Zahl 10 zu multipliciren, z. B. 10 × 598764.

Dem vorhergehenden (§. 55.) zufolge müssen die Zahlen jeder Klasse 10 mal genommen werden, und aus den früheren Uebungen wissen wir auch, daß eine Anzahl Einheiten einer Klasse, 10 mal genommen, eben so viele Einheiten der nächstfolgenden, höheren Klasse giebt. Das gesuchte Product wird also 4 Zehner, 6 Hunderter, 7 Tausender, 8 Zehntausender, 9 Hunderttausender und 5 Millionen enthalten, also wird 10 × 598764 = 5987640 sein.

Um also eine mehrziffrige Zahl mit 10 zu multipliciren, rückt man jede Ziffer derselben um eine Stelle weiter links, welches dadurch bewerkstelligt wird, daß man der Zahl rechts noch eine Null anhängt.

§. 57. Auf dieselbe Weise wird deutlich, daß, um eine beliebige Zahl mit 100, 1000, 10000 ꝛc. zu multipliciren, derselben beziehlich 2, 3, 4 ꝛc. Nullen rechts angehängt werden müssen. Es ist also z. B. 100 × 594 = 59400; 1000 × 7079 = 7079000 ꝛc.

§. 58. Es sei die Zahl 6954 mit 20 zu multipliciren. 20 sind 2 Zehner, also ist die Zahl 6954 zwei Zehner mal zu nehmen; nimmt man sie also erst zweimal, so ist das erhaltene Product als so viele Zehner anzusehen, folglich muß demselben dann noch rechts eine Null angehängt werden. Man hat also:

6954	Multiplicand.
20	Multiplicator.
139080	Product.

Auf gleiche Weise müßte man, um eine Zahl mit 30, 40, 50 ꝛc. zu multipliciren, sie erst beziehlich mit 3, 4, 5 ꝛc. multipliciren, und

dem dadurch erhaltenen Producte jedesmal rechts noch eine Null anhängen. Und um eine Zahl mit 200, 300, 400 rc. zu multipliciren, müßte man dieselbe erst mit 2, 3 4 rc. multipliciren, und dem erhaltenen Producte rechts noch 2 Nullen anhängen.

§. 59. Enthält also der Multiplicator rechts eine beliebige Anzahl Nullen, so multiplicirt man den Multiplicanden mit dem übrigen Theile des Multiplicators, und setzt an das Product rechts noch so viele Nullen, als der Multiplicator deren hat. Z. B. um 8000×976 zu finden, hat man

```
    976
   8000
-------
7808000
```

§. 60. Es sei eine mehrziffrige Zahl mit einer andern mehrziffrigen zu multipliciren, z. B. 675 mit 34.

34 sind 3 Zehner und 4 Einer; die Zahl 675 muß also 3 Zehner mal und noch 4 Einer mal genommen werden. Nun ist:

$$30 \times 675 = 20250,$$

und

$$4 \times 675 = 2700.$$

Die Summe dieser beiden Producte ist also dann das gesuchte Product, nämlich: $34 \times 675 = 22950$. Man kann nun die Zahlen, der leichtern Uebersicht wegen, unter einander schreiben, und dabei in dem Producte von 30×675 rechts die Null ganz weglassen, wenn man nur nicht vergißt, daß dann die erste Stelle rechts Zehner sind, so daß also, wenn in dem andern Producte von 4×675 Einer vorkommen, diese eine Stelle weiter rechts gesetzt, oder, wenn keine Einer vorkommen, eine Null in dieselbe Stelle gesetzt werden muß:

```
  675 Multiplicand.
   34 Multiplicator.
-----
2025   = 30 × 675
 2700  =  4 × 675
-----
22950 Product.
```

```
    7346 Multiplicand.
    9834 Multiplicator.
--------
66114
 58768
  22038
   29384
--------
72240564 Product.
```

In dem zweiten Beispiele ist die erste Reihe der einzelnen Producte das Product aus 9×7346; die zweite Reihe das Product aus 8×7346; da aber die Ziffer 9 im Multiplicator die vierte,

8 dagegen die dritte Stelle einnimmt, so ist auch dieses letzte ganze Product um eine Stelle weiter rechts gerückt. Die dritte Reihe enthält das Product aus 3 × 7346, die vierte Reihe das Product aus 4 × 7346; da die 4 Einer bezeichnet, so ist auch das daraus erhaltene Product eben so viele Einer, folglich muß dessen letzte Ziffer rechts, auch die letzte Stelle rechts unter den übrigen Producten einnehmen.

§. 61. Man kann aber auch mit den Einern des Multiplicators zuerst zu multipliciren anfangen; wenn man dann nachgehends mit den Zehnern multiplicirt, so muß, weil man eben so viele Zehner erhält, als man Einer erhielte, wenn die Zahl 3 nicht Zehner, sondern Einer wären, jede Ziffer dieses Productes um eine Stelle weiter links gerückt werden; die obigen Beispiele sehen dann so aus:

```
  675 Multiplicand.
   34 Multiplicator.
 ----
 2700 =  4 . 675
2025  = 30 . 675
-----
22950 Product.
```

```
    7346 Multiplicand.
    9834 Multiplicator.
    ----
   29384
  22038
 58768
66114
--------
72240564 Product.
```

Auf dieselbe Weise können nun Beispiele in noch größeren Zahlen behandelt werden.

§. 62. Kommen im Multiplicanden, rechts am Ende, Nullen vor, wie z. B. in 345 × 736000, so multiplicirt man erst 736 mit 345; da aber die 736 so viele Tausender sind, so müssen an das erhaltene Product noch 3 Nullen angehängt werden:

```
   736000 Multiplicand.
      345 Multiplicator.
   ------
     3680
    2944
   2208
---------
253920000 Product.
```

Und enthält der Multiplicator eine oder mehrere Nullen in der Mitte, wie in dem Beispiele 34009 × 76357, so soll also der Multiplicand 9 mal, dann 4 Tausend mal, endlich 3 Zehntausend mal genommen werden, aber keine Zehner und keine Hunderter mal. Es

muß also das Product aus 4 . 76357 in diesem Beispiele um 2 Stellen mehr links gerückt werden, als wenn die 4 (nicht Tausender, sondern) Zehner bezeichneten, und eben so das folgende Product aus 3 . 76357; die Rechnung wird dann wie folgt:

```
      76357 Multiplicand.
      34009 Multiplicator.
     ------
     687213
   305428
  229071
 ----------
 2596825213 Product.
```

§. 63. Es folgt aus den vorhergehenden §§. leicht, daß das Verfahren bei der Multiplication beliebiger mehrziffriger Zahlen im Allgemeinen folgendes ist:

Man setzt den Multiplicanden und den Multiplicator mit ihren gleichnamigen Stellen unter einander; nur wenn der Multiplicand oder der Multiplicator, oder beide zugleich rechts am Ende einige Nullen enthalten, setzt man die geltenden Ziffern, ohne Rücksicht auf die Nullen, unter einander, und fügt jedem derselben die zugehörigen Nullen an. Jedoch ist diese Stellung des Multiplicanden und des Multiplicators keineswegs wesentlich, und geschieht nur wegen der leichtern Uebersicht beim Rechnen. Man multiplicirt dann den Multiplicanden mit den Einern des Multiplicators, setzt das erhaltene Product unter die gegebenen Zahlen, und zwar so, daß die gleichnamigen Stellen gerade unter einander zu stehen kommen. Auch dieses Untereinandersetzen der gleichnamigen Stellen geschieht ebenfalls nur eines leichteren Ueberblicks wegen, ist also auch nicht als wesentlich anzusehen. Dann multiplicirt man den Multiplicanden ganz eben so mit den Zehnern des Multiplicators wie vorhin mit den Einern, nur beachtet man dabei, daß dieses Product um eine Stelle weiter links gerückt werden muß. Auf gleiche Weise verfährt man mit jeder folgenden Stelle des Multiplicators, rückt nämlich jede später folgende um eine Stelle weiter links, und addirt am Ende alle Producte. Enthält aber der Multiplicand, oder der Multiplicator, oder beide, Nullen am Ende, so multiplicirt man bloß die geltenden Ziffern mit einander, und setzt zum erhaltenen Producte rechts so viele Nullen, als der Multiplicand und der Multiplicator zusammen enthal-

halten. Enthält endlich der Multiplicator Nullen in der Mitte, so werden diese ganz übergangen, und das Product der nächstfolgenden Ziffer mit dem Multiplicanden um so viele Stellen weiter links gerückt, als Nullen im Multiplicanden hinter einander vorkommen.

§. 64. Wenn alles Vorhergehende wohl eingeübt ist, gewöhne man die Schüler daran, zwei mehrziffrige Zahlen, die nicht gerade unter einander gesetzt sind, mit einander zu multipliciren, und setze sie dabei etwa neben einander, oder den Multiplicator über den Multiplicanden. Dann lasse man sie auch mit den einzelnen Stellen des Multiplicators in verschiedener Ordnung multipliciren, so wie das erhaltene Product an verschiedene andere Stellen hinschreiben. Z. E.

```
 6089 × 74              68 × 25769
 ---------              ----------
  24356                     206152
 42623                     154614
 ------                   -------
 450586 Product.          1752292 Product.

 547                    26807 × 40690
 94384                  -------------
 -------                   107228
 471920                       241263
   377536                    160842
    660688                ----------
 --------                 1090776830 Product.
 51628048 Product.
```

§. 65. Kommt in dem Multiplicator eine 1 vor, so ist es nicht nöthig, den Multiplicanden noch einmal zu schreiben, sondern man nimmt denselben als das erste zu suchende Product, multiplicirt sodann noch mit den andern Ziffern des Multiplicators und setzt die so erhaltenen Producte in die gehörigen Stellen. Z. B.

```
  4973 × 31               67839 × 19
 14919                     574551
 ------                   -------
 154163 Product.          1252941 Product.

  62345 × 101             776834 × 141
 62345                   3107336
 -------                  776834
 6296845 Product.        ---------
                         109533594 Product.
```

§. 66. Während des Multiplicirens zweier Zahlen mit einander kann zu dem Producte zugleich auch noch eine gegebene Zahl addirt

werden, indem man nämlich, so wie die Einer des Products gefunden sind, sogleich die Einer jener Zahl dazu addirt, und sobald man die Zehner des Products gefunden hat, die Zehner jener Zahl dazu addirt u. s. w. Z. B.

$$\frac{796 \times 4 + 195}{3379}$$

$$\begin{array}{r} 7643 \\ \times\, 438 + 9654 \\ \hline 61144 \\ 22929 \\ 30572 \\ \hline 3357288 \end{array}$$

In dem zweiten Beispiele, wo der Multiplicator eine mehrziffrige Zahl ist, wurde die zu addirende Zahl erst bei der Addition der einzelnen Producte hinzugezählt; man könnte natürlich auch verfahren, wie im ersten Beispiele, und die Zahl 9654 stellenweise zu irgend einem der einzelnen Producte addiren.

§. 67. Man kann auf gleiche Weise, während des Multiplicirens einer mehrziffrigen Zahl mit einer einziffrigen, das Product sogleich stellenweise von einer andern Zahl subtrahiren. Z. B. es sei 5×1739 von 12428 zu subtrahiren, so hat man: $5 \times 9 = 45$: um dies von den Einern subtrahiren zu können, müssen 4 Zehner von der folgenden Stelle genommen werden, da 45 weder von 8, 18, 28 noch 38 subtrahirt werden kann; 4 Zehner geben zusammen mit den 8 Einern 48 Einer; subtrahirt man davon 45, so bleibt 3 als Rest. Anstatt nun die folgende Stelle des Minuenden um 4 zu vermindern, addirt man nach (§. 48.) lieber 4 zu derselben Stelle des Subtrahenden, d. h. zu 5×3 oder 15, welches 19 giebt; um nun 19 von 2 Zehnern zu subtrahiren, müssen 2 Hunderter dazu genommen werden, so daß man dann 19 von 22 Zehnern zu subtrahiren hat, welches 3 Zehner zum Rest giebt. Anstatt nun wieder die dritte Stelle des Minuenden um 2 zu vermindern, addirt man lieber 2 zu derselben Stelle des Subtrahenden; der Subtrahend ist aber $5 \times 7 = 35$, hiezu 2 addirt, giebt 37; um diese von den 4 Hundertern subtrahiren zu können, müssen 4 Tausender von der folgenden Stelle dazu genommen werden, so daß man dann 37 von 44 zu subtrahiren hat, welches 7 zum Rest giebt. Der nun folgende Subtrahend ist $5 \times 1 + 4 = 9$, 9 von 12 subtrahirt, giebt

3 zum Rest. Die Rechnung selbst geschieht nun sehr leicht in folgenden Ausdrücken: 5×9 ist 45, von 48 bleibt 3; 5×3 und 4 sind 19, von 22 bleibt 3; 5×7 und 2 sind 37, von 44 bleibt 7; 5×1 und 4 ist 9, von 12 bleibt 3; also ist der Rest 3733.

3 mal 3986 von 24206 subtrahirt, giebt
zum Rest . . . 12248.

6 mal 76842 von 987234 subtrahirt, giebt
zum Rest . . . 526182.

Wir werden hiervon weiterhin, besonders bei der Division, Gebrauch machen.

§. 68. Man kann ferner auch sehr leicht zwei mehrziffrige Zahlen so mit einander multipliciren, daß das Product sogleich hingeschrieben wird; denn betrachtet man z. B. folgende Rechnung etwas genauer, nämlich:

```
    567
    324
   ----
   2268
  1134
 1701
 ------
 183708
```

so findet sich, daß die Einer des Products aus der Multiplication von 4×7 entstanden sind, daß sie also das Product der Einer des Multiplicanden mit den Einern des Multiplicators sind, oder vielmehr daß sie die, in diesem Product enthaltenen Einer sind; ferner sind die Zehner des Products die Summe aus $4 \times 6 + 2 \times 7 +$ den von den Einern hergenommenen Zehnern; die Summanden dieser Summe sind aber: das Product der Einer des Multiplicators mit den Zehnern des Multiplicanden, das Product der Zehner des Multiplicators mit den Einern des Multiplicanden und endlich die von den Einern hergenommenen Zehner. Alsdann sind die Hunderter des Products die Summe aus $4 \times 5 + 2 \times 6 + 3 \times 7 +$ den von den Zehnern hergenommenen Hundertern; die Summanden dieser Summe sind aber: das Product der Einer des Multiplicators mit den Hundertern des Multiplicanden, das Product der Zehner des Multiplicators mit den Zehnern des Multiplicanden, das Product der Hunderter des Multiplicators mit den Einern des Multi-

plicanden, und endlich die von den Zehnern hergenommenen Hunderter. Eben so findet sich, daß die Tausender des Products die Summe sind aus $2 \times 5 + 3 \times 6 +$ den von den Hundertern hergenommenen Tausendern, die Zehntausender des Products die Summe aus $3 \times 5 +$ den von den Tausendern hergenommenen Zehntausendern, und endlich die Hunderttausender nur aus den von der vorhergehenden Stelle hergenommenen Hunderttausendern bestehen. Ueberhaupt ist zu bemerken, daß, da Einer mit Einern multiplicirt, Einer geben, Einer mit Zehnern multiplicirt, Zehner, mit Hundertern multiplicirt Hunderter u. s. w. geben, Zehner mit Einern multiplicirt Zehner, Zehner mit Zehnern multiplicirt, Hunderter, Zehner mit Hundertern multiplicirt Tausender u. s. w.; desgleichen Hunderter mit Einern multiplicirt Hunderter, mit Zehnern multiplicirt Tausender u. s. w. geben, — daß deshalb für jede Stelle des Products gerade diejenigen Producte zusammen zu nehmen sind, welche eine dieser Stelle entsprechende Zahl geben; natürlich muß zu der Summe dieser Producte jedesmal noch die, von der vorhergehenden Stelle dahin gehörige Zahl hinzuaddirt werden.

Hat man in dieser Art zu multipliciren einige Fertigkeit erlangt, so kann man dann auch eben so leicht das Product sogleich wieder zu einer andern Zahl addiren, oder davon subtrahiren, ohne irgend eine andere Ziffer als die gesuchte Summe oder Differenz niederzuschreiben.

§. 69. Diejenige Zahl, welche mit einer gegebenen Zahl (z. B. 5) multiplicirt, eine andere gegebene Zahl (40) giebt, nennt man den Quotienten der beiden gegebenen Zahlen. (8 ist also der Quotient der Zahlen 40 und 5). Die Zahl, welche durch Multiplication des Quotienten mit der andern erhalten wird (also hier 40), heißt der Dividend, die andere (5) der Divisor. Und um auszudrücken, daß die Zahl gesucht werde, die, mit 5 multiplicirt, 40 giebt, sagt man: 40 werde durch 5 dividirt, und schreibt dafür $40:5$ oder $\frac{40}{5}$; das Zeichen (:) oder (—) heißt das Divisionszeichen und wird „durch" ausgesprochen. Um anzuzeigen, daß der Quotient 8 sei, schreibt man auch $40:5=8$ oder $\frac{40}{5}=8$. (Vergl. §§. 31, 37 und 52.)

§. 70. 1) Da jede Zahl, wenn sie mit 1 multiplicirt wird, unverändert bleibt (§. 53.), so ist auch die Zahl, die mit 1 multiplicirt z. B. 7 giebt, gerade 7 selbst; also ist auch $\frac{7}{1} = 7$, und überhaupt bleibt jede Zahl unverändert, wenn sie durch 1 dividirt wird.

2) Wird eine Zahl durch sich selbst dividirt, z. B. $\frac{7}{7}$, so ist der Quotient jedesmal 1, denn wir wissen, daß der Divisor 7 mit 1 multiplicirt den Dividenden 7 giebt.

3) Da ferner 0 mit irgend einer Zahl multiplicirt, nach (§. 53.) jedesmal wieder 0 giebt, so muß auch 0 durch irgend eine Zahl dividirt wieder 0 zum Quotienten geben (denn es muß durch die Multiplication des Quotienten mit dem Divisor der Dividend sich ergeben). Also ist $\frac{0}{1} = 0$; $\frac{0}{2} = 0$; $\frac{0}{3} = 0$ u. s. w.

4) Nicht bei jeder Aufgabe läßt sich der genaue Quotient angeben, wie wir schon bei den früheren Uebungen gesehen haben; man nimmt in solchen Fällen den nächstkleineren Quotienten und giebt noch an, um wie viel der gegebene Dividend größer sei, als die Zahl, welche erhalten wird, wenn man diesen nächstkleineren Quotienten mit dem Divisor multiplicirt, und nennt dieses den Rest. Z. B. es sei zu suchen 81 : 7; man weiß daß 7 . 12 = 84, also 12 ein zu großer Quotient; ferner 7 . 11 = 77, also ist 11 zu klein; allein, eben weil die nächstgrößere Zahl 12 zu groß ist, muß 11 der nächstkleinere Quotient sein; der Rest ist 81 — 77 = 4. Hätte man in diesem Beispiele erst versucht, die Zahl 10 zum Quotienten zu nehmen, so hätte man erhalten 7 . 10 = 70 und der Rest wäre 81 — 70 = 11 gewesen; und man hätte daraus ersehen, daß der Dividend die 7 mehr als 10 mal enthält, und hätte deswegen dann 7 . 11 versucht. Wenn also der nächstkleinere Quotient zweier gegebenen Zahlen gesucht werden soll, so muß dieser allemal so groß sein, daß der Rest kleiner wird als der Divisor.

5) Ist der Dividend kleiner als der Divisor, wie z. B. in 5 : 8, so giebt es keine Zahl, die mit dem Divisor 8 multiplicirt, den Dividenden 5 gäbe; daher ist in diesem Falle der nächstkleinere Quotient 0, und der ganze Dividend 5 ist der Rest.

§. 71. Es seien nun zwei solche mehrziffrige Zahlen durch einander zu dividiren, wovon der Divisor nur in der letzten Stelle links, der Dividend aber höchstens in den zwei letzten Stellen links bedeutende Ziffern enthält, und wobei der Quotient nur einziffrig wird. Z. B. $\frac{10}{10}$; $\frac{20}{10}$; $\frac{30}{10}$; $\frac{40}{10}$ 2c. $\frac{20}{20}$; $\frac{30}{20}$; $\frac{40}{20}$; $\frac{50}{20}$ 2c. $\frac{30}{30}$; $\frac{40}{30}$; $\frac{50}{30}$; $\frac{60}{30}$ 2c. 2c. $\frac{100}{20}$; $\frac{100}{30}$; $\frac{100}{40}$; $\frac{100}{50}$; $\frac{100}{60}$ 2c. $\frac{200}{30}$; $\frac{200}{40}$; $\frac{200}{50}$ 2c. 2c. Desgl. mit höheren Zahlen.

Aus diesen Uebungen wird am Ende klar werden, daß irgend eine Anzahl Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w., beziehlich in einer andern Anzahl Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w. eben so oft enthalten ist, als wenn beides Einer wären. Sind also z. B. 17000 durch 3000 zu dividiren, so erhält man eben so viel zum Quotienten, als wenn 17 durch 3 zu dividiren sind; es ist aber $17 : 3 = 5$ und 2 bleibt als Rest; also auch $17000 : 3000 = 5$ und 2000 bleiben als Rest. Man pflegt die Rechnung auf folgende Weise einzurichten:

Div.	Divid.	Quot.
3000	17000	5
	15000	
	2000 bleibt als Rest.	

Hat man nämlich den nächstkleineren Quotienten (5) bestimmt, so muß noch der Rest gesucht werden, indem man das Product des Divisors mit dem gefundenen nächstkleineren Quotienten von dem Dividenden subtrahirt. Es seien noch 59000000 durch 9000000 zu dividiren; so wird die Rechnung folgende:

Div.	Divid.	Quot.
9000000	59000000	6
	54000000	
	5000000. Rest.	

Denn der nächstkleinere Quotient von $\frac{59}{9}$ ist 6, also auch der von $\frac{59000000}{9000000}$, dieser Quotient 6, mit dem Divisor 9000000 multipli-

cirt, giebt aber 54000000, welche Zahl, wie durch Subtraction gefunden wird, noch um 5000000 kleiner ist, als der gegebene Dividend; also bleibt 5000000 als Rest.

§. 72. Es sollen nun ferner zwei solche mehrziffrige Zahlen durch einander dividirt werden, die in beliebig vielen Stellen bedeutende Ziffern enthalten mögen, deren Quotient aber wieder einziffrig ist. Z. E. es sei 64853 durch 7536 zu dividiren. Da die höchste Stelle des Divisors die der Tausender ist, so wird man nachsehen, wie viele Tausender der Dividend enthält; man findet 64 Tausender. Der nächstkleinere Quotient von $\frac{64}{7}$ ist nun 9; man wird also versuchen, ob 9 . 7536 weder größer als 64853, noch auch um den ganzen Divisor kleiner sei als der Dividend 64853; es ist aber $9 . 7536 = 67824$, welche Zahl größer ist als der Dividend; also ist der gesuchte Quotient kleiner als 9. Wollte man versuchen, ob 7 der nächstkleinere Quotient der beiden gegebenen Zahlen sei, so fände man $7 \times 7536 = 52752$, und dies vom Dividenden 64853 subtrahirt, gäbe 12101, welches größer ist, als der Divisor; folglich enthält der Dividend weniger als 9 mal, aber mehr als 7 mal den Divisor: also ist der Quotient 8. Es ist aber $8 \times 7536 = 60288$, und dies vom Dividenden subtrahirt, giebt 4565 zum Rest. Die Rechnung sieht dann so aus:

Div.	Divid.	Quot.
7536	64853	8
	60288	
	4565 Rest.	

Man sieht hieraus, daß in diesen Aufgaben der Quotient im Allgemeinen nur durch Versuchen sich bestimmen läßt. Wir haben auch, um uns Anfangs noch ganz an den vorhergehenden §. 71. zu halten, in der letzten Aufgabe ebenfalls, wie dort, bloß die Ziffer der höchsten Stelle des Divisors berücksichtigt. Allein man weiß schon aus Früherem, daß, nächst dieser, die Ziffer der zweiten Stelle des Divisors, von der Linken an gerechnet, bei der Multiplication des Divisors mit dem Quotienten den größten Einfluß auf das Product hat. Ist also diese zweithöchste Ziffer des Divisors eine der höheren unter den neun Ziffern, z. B. 6, 7, 8 oder 9, so wird, in den wei-

sten Fällen, der Quotient um 1 kleiner zu nehmen sein, als er aus der Division durch die höchste Stelle des Divisors sich ergäbe, besonders wenn der, aus der Division durch diese höchste Stelle des Divisors sich ergebende nächstkleinere Quotient dem genauen Quotienten schon ziemlich nahe liegt, wie dies in dem obigen Beispiele der Fall ist, wo, auf diese Weise, der Quotient 9 sich ergäbe, der, mit der höchsten Stelle des Divisors multiplicirt, $7 \times 9 = 63$ giebt, und die zwei höchsten Stellen des Dividenden betragen 64, also nur 1 mehr als jenes Product; deswegen muß der Quotient, obgleich die zweithöchste Ziffer des Divisors nur 5 ist, doch um 1 weniger als 9 genommen werden. In den Fällen, wo die höchste Stelle des Divisors eine niedrige Ziffer, z. B. 1, die zweithöchste Stelle dagegen eine 7, 8 oder 9 enthält, und der Dividend links ebenfalls mit einer hohen Ziffer anfängt, findet man den richtigen Quotienten am sichersten, wenn man die beiden höchsten Stellen des Divisors zusammen nimmt, und damit eben so versucht, wie bisher mit der einen höchsten Stelle. Es sei z. B. 86479 durch 19564 zu dividiren, so ist die Rechnung:

Div.	Divid.	Quot.
19564	86479	4
	78256	
	8223 Rest.	

Wollte man hier nur die höchsten Stellen berücksichtigen, so erhielte man, beim ersten Versuche, 8, oder doch 7 zum Quotienten; dagegen man sich leicht im Kopfe die Producte der auf einander folgenden Zahlen mit 19 bildet, und dann den Faktor zum Quotienten nimmt, der mit 19 das nächstkleinere Product giebt, als 86 ist.

Diese Aufgaben, in denen der Quotient immer nur einziffrig wird, müssen zur vollkommenen Fertigkeit erlernt sein, ehe weiter geschritten wird, und die Schüler müssen nach jeder ausgeführten Aufgabe anzugeben wissen, was sie gethan und erhalten haben. So hat man z. B. in der letzten Aufgabe gefunden, daß der Divisor 19564, 4 mal genommen, eine Zahl giebt, die um 8223 kleiner ist, als der Dividend 86479.

§. 73. Soll eine beliebige mehrziffrige Zahl durch 10 dividirt werden, oder soll die Zahl gesucht werden, die, mit 10 multiplicirt,

den Dividenden giebt; so erinnert man sich, daß in jeder Zahl, die mit 10 multiplicirt wird, alle Ziffern um eine Stelle weiter links gerückt werden, d. h. es wird dem Multiplicanden eine Null angehängt. Der gesuchte Quotient (wenn es der genaue, und nicht der nächstkleinere ist) wird also so beschaffen sein müssen, daß, wenn man ihm rechts eine Null anhängt, der Dividend sich ergiebt; er muß sich also aus dem Dividenden dadurch ergeben, daß man diesem rechts eine Null abschneidet (auf die er sich endigt). So ist $7450 : 10 = 745$.

Wollte man nun 7456 durch 10 dividiren, so bedenke man nur, daß $7456 = 7450 + 6$ ist; daß also, da $7450 : 10 = 745$, und 6 den Divisor 10 nicht mehr enthält, in diesem Falle 745 der nächstkleinere Quotient, und 6 der Rest ist. — Um also überhaupt eine beliebige mehrziffrige Zahl durch 10 zu dividiren, schneidet man vom Dividenden die letzte Ziffer rechts ab, die übrigen Ziffern geben dann allemal den Quotienten, den genauen, wenn die abgeschnittene Ziffer eine Null war, den nächstkleineren, wenn die abgeschnittene Ziffer nicht Null ist, in welchem Falle diese dann noch den Rest ausmacht.

Soll eine mehrziffrige Zahl durch 100 dividirt werden, so muß der Quotient (im Falle daß es einen genauen giebt), mit 100 multiplicirt, den Dividenden geben, d. h. er muß so beschaffen sein, daß wenn man ihm rechts 2 Nullen anhängt, der Dividend herauskommt. Wenn man also vom Dividenden rechts zwei Nullen abschneidet, so muß sich der Quotient ergeben. Endigt sich der Dividend auf 2 Nullen, so giebt es auch einen genauen Quotienten; ist dies nicht der Fall, so ist der sich dadurch ergebende Quotient der nächstkleinere, und die zwei abgeschnittenen Ziffern bilden den Rest, weil offenbar der so erhaltene Quotient, mit 100 multiplicirt, um die, durch die abgeschnittenen Ziffern bezeichnete Zahl kleiner ist, als der Dividend. Z. B. $\frac{796400}{100} = 7964$; $\frac{56430}{100} = 564$ und 30 Rest; $\frac{12573}{100} = 125$ und 73 Rest.

Auf ganz gleiche Weise wird man sich überzeugen, daß, um eine mehrziffrige Zahl durch 1000, 10000, 100000 u. s. w. zu dividiren, man von derselben bloß rechts so viele Ziffern abzuschneiden braucht, als ein solcher Divisor Nullen hat; die übrigen Ziffern des Dividenden geben den Quotienten, die abgeschnittenen den Rest.

§. 74. Man lasse jetzt solche Zahlen durch einander dividiren, die zum Quotienten 10, 20, 30, 40 ꝛc.; 100, 200, 300 ꝛc.; 1000, 2000, 3000 u. s. w. geben; man wähle aber die Zahlen so, daß nicht bloß der nächstkleinere, sondern jedesmal der genaue Quotient sich ergiebt. Z. B. 120 : 12; 480 : 8; 390 : 13; 5400 : 54; 5400 : 9; 60000 : 6; 60000 : 12; 5920 : 74; 59200 : 74; 2555000 : 365 u. s. w.

Man wird diese Aufgaben auf folgende Weise lösen: 120 : 12 = 10; denn 120 sind 12 Zehner: 1 Zehner ist also die Zahl, welche 12 mal genommen werden muß, um den Dividenden 12 Zehner zu geben; der Quotient von $\frac{120}{12}$ ist daher 1 Zehner oder 10. — 480 : 8; 480 sind 48 Zehner; 6 Zehner ist die Zahl, welche, 8 mal genommen, den Dividenden 48 Zehner giebt; 6 Zehner oder 60 ist also der gesuchte Quotient. Desgl. mit den übrigen hieher gehörigen Aufgaben.

§. 75. Es seien nun zwei beliebige mehrziffrige Zahlen durch einander zu dividiren, z. B. 309684 durch 394.

Man suche zu diesem Endzwecke so viele der höchsten Stellen des Dividenden heraus, als dazu nöthig sind, um einen einziffrigen Quotienten zu geben; man sieht sogleich, daß dies hier die vier höchsten Stellen (3096) sind. Dividirt man nun 3096 durch 394, so erhält man 7 zum Quotienten und 338 zum Rest; da aber die 3096 (nicht Einer, sondern) Hunderter sind, so ist auch der gefundene Quotient 700, so wie der Rest 338 ebenfalls so viele Hunderter; der vollständige Rest ist also 33884. Man hat also durch dieses Verfahren gefunden, daß der Dividend 309684 um 33884 mehr ist, als 700 mal der Divisor 394. Da nun dieser Rest größer ist als der Divisor, so ist 700 nicht der nächstkleinere Quotient; sondern dieser ist größer als 700. Indessen sieht man leicht, daß derselbe nicht 800 sein, also höchstens noch einige Zehner und Einer enthalten kann. Es bleibt also jetzt noch zu untersuchen übrig, wie oft der Rest 33884 noch den Divisor 394 enthalte. Verfährt man damit ganz so wie mit dem erstgegebenen Dividenden, so findet man, daß $\frac{3388}{394}$ als Quotient 8, und 236 zum Rest giebt. Die 3388 sind aber Zehner, also ist auch der Quotient 8 Zehner, so wie der

Rest 236 Zehner; der vollständige Rest ist aber 2364, und dieser enthält den Divisor 394 gerade noch 6 mal. Man erhält also zum Quotienten 700 + 80 + 6 = 786. Es ist aber leicht zu sehen, daß man bei diesem Verfahren erst 700 × 394 von dem gegebenen Dividenden weggenommen, dann 80 × 394, und endlich 6 × 394, also im Ganzen 786 × 394. Multiplicirt man 394 in dieser Ordnung (erst mit den Hundertern, sodann mit den Zehnern, und endlich mit den Einern) mit 786, so wird dies noch deutlicher; man erhält:

```
  394
  786
 ----
 2758
  3152
   2364
 ------
 309684
```

Die obige Division giebt folgende Rechnung:

```
Div. Divid.  Quot.
394 |309684|700
    |2758  | 80
    -----    6
      33884 ---
      3152  786
      -----
       2364
       2364
       ----
          0
```

Hier erblickt man, in der ersten Reihe unter dem Dividenden, die Zahl 2758 (Hunderter), welche von ersterem subtrahirt werden, in obiger Multiplication aber ebenfalls als das Product von 700 . 394 zu sehen sind; von dem Reste 33884 werden dann 3152 (Zehner) als Product von 80 × 394 subtrahirt, und endlich wieder vom Reste 2364 das Product von 6 × 394 subtrahirt.

§. 76. Da auf diese Weise jedesmal erst die höchste Stelle des Quotienten bestimmt wird, dann die nächstfolgende, und so von Stelle zu Stelle weiter, bis endlich die Einer des Quotienten gefunden sind; so ist es nicht nöthig, die Zahl jeder gefundenen Stelle des Quotienten so vollständig auszuschreiben, wie hier geschehen; sondern man kann die, bloß die Stelle anzeigenden Nullen ganz weglassen, und die nach einander gefundenen Zahlen jeder Stelle sogleich rechts von

der zuletzt gefundenen hinschreiben, weil dies allemal die ihr zukommende Stelle sein muß. Auch braucht man nicht zu dem, bei jeder einzelnen Division gefundenen Reste, alle noch folgenden Ziffern des zuerst gegebenen Dividenden herunterzusetzen, sondern nur die eine, welche zur Bestimmung des nächstfolgenden Quotienten nöthig ist. Die Rechnung erhält dann folgende Gestalt:

```
Div. Divid. Quot.
394|309684|786
   |2758  |
    3388
    3152
     2364
     2364
        0
```

Es sei noch 42471999 durch 5986 zu dividiren:

```
Div.  Divid.  Quot.
5986|42471999|7095
    |41902   |
      56999
      53874
       31259
       29930
        1329 Rest.
```

Hier ist bei der Bestimmung der Ziffer für die zweite Stelle (von der Linken) des Quotienten besonders darauf zu merken, daß dafür 0 gesetzt werden muß. Denn es ergiebt sich, nach der ersten Division der Rest 569; dies sind Tausender. Setzt man dazu die Ziffer der nächsten Stelle des Dividenden, so erhält man 5699 Hunderter; da aber von $\frac{5699}{5986}$ der nächstkleinere Quotient 0 ist, geben auch $\frac{569900}{5986}$ wenigstens keine Hunderter, also höchstens Zehner zum Quotienten; daher sucht man sogleich diese (Zehner) zu bestimmen, wozu aber auch die Zehner des Dividenden erst zu dem Reste gezählt werden müssen; deswegen müssen in solchen Fällen zwei Stellen des Dividenden auf einmal zu dem Reste gesetzt werden.

§. 77. Hat man die gehörige Uebung in dem Vorhergehenden erlangt, so wird man leicht noch folgende Abkürzungen anbringen.

1) Man subtrahirt das Product des jedesmaligen Quotienten mit dem Divisor von dem Subtrahenden, ohne dasselbe hinzuschreiben, so daß also nur der Rest unter den Dividenden gesetzt wird. Vergl. §. 67. Z. B.

```
Div. Divid. Quot.
569|763805|1342
   |1948  |
     2410
     1345
      207 Rest.
```

2) Besteht der Divisor nur aus einer Ziffer, oder aus solchen 2 Ziffern, die leicht mit jeder der 9 ersten Zahlen der Zahlenreihe im Kopfe zu multipliciren sind, so schreibt man auch nicht einmal die jedesmaligen Reste, sondern bloß den Quotienten hin, und zwar gemeiniglich gerade unter den Dividenden. Z. B. um 540968323 durch 7 zu dividiren, schreibt man:

Divisor 7) 540968323 Dividend.
77281189 Quotient.

§. 78.

Einige Beispiele über die Multiplication und Division in Verbindung mit den früheren beiden Operationen.

1) $7480 \times 99 \times 76 = 56279520.$
2) $47689 \times 54305 \times 776 = 2009646888520.$
3) $574 \times (4631 + 9784) = 8274210.$
4) $7765 \times (9341 + 6794 + 16987) = 257192330.$
5) $(6459 + 7318) \times 567122 = 7813239794.$
6) $(3124 + 17998) \times (641 + 97006) = 2062499934.$
7) $3456891 + 37000 \times 689 = 28949891.$
8) $5698 \times 543 + 76543 \times 68217 = 5224627845.$
9) $374 \times (7654 - 358) = 2728704.$
10) $6738 \times (97654 + 687 - 3457) = 539328592.$
11) $(5439 - 1796) \times (4794 - 4681) = 411659.$
12) $574 \times 179 - 389 \times 201 + 3479 \times 689 = 2421588.$

13) (217013832 : 386) : 97 = 5796.
14) (16816677 + 1500793) : 60054 = 305.
15) (1162162 — 857692) : 398 = 765.
16) 23176232 : (8975 — 5179) = 5842.
17) (20567257 + 703895) : (98764 — 92215) = 3248.
18) (984708 : 102) + (3914196 : 572) = 16497.
19) (34008 × 415) : 109 = 129480.
20) (98592 : 416) × 917 = 217329.

§. 79.

Uebungen zum Kopfrechnen.

1) Die Summe von 5 + 14 soll mit 9 multiplicirt werden. A. 17.
2) 19 mit 16 + 8 zu multipliciren. Antw. 456.
3) 5 × 8 soll zu 31 addirt werden. Antw. 71.
4) 9 + 5 mit 16 + 3 zu multipliciren. Antw. 266.
5) 7 × 3 soll zu 12 × 4 addirt werden. Antw. 1008.
6) 12 + 17 mit 9 × 3 zu multipliciren. Antw. 783.
7) 19 + 26 zu 6 × 8 zu addiren. Antw. 93.
8) Welche Zahl muß mit 6 multiplicirt werden, um 78 zu erhalten. Antw. 13.
9) Welche Zahl muß mit 13 + 14 multiplicirt werden, um 243 zu erhalten? Antw. 9.
10) Welche Zahl muß mit 5 multiplicirt werden, um 35 + 80 zu erhalten? Antw. 23.
11) Addirt 43 zu der Zahl, die, 8 mal genommen, 1000 giebt. A. 168.
12) Welche Zahl muß 15 + 9 mal genommen werden, um 97 + 47 zu bekommen? Antw. 6.
13) Addirt die Zahl, die, 4 mal genommen, 36 giebt, zu der Zahl, die, 9 mal genommen, 63 giebt. Antw. 16.
14) Addirt 23 + 17 zu der Zahl, die, 9 mal genommen, 108 giebt. A. 52.
15) Welche Zahl giebt, mit 9 + 13 multiplicirt, die Zahl, die, 2 mal genommen, 924 giebt. Antw. 21.
16) Welche Zahl giebt, durch 8 dividirt, 13? Antw. 104.
17) Addirt 35 zu der Zahl, die, durch 8 dividirt, 3 giebt. A. 59.
18) Welche Zahl giebt, durch 9 + 4 dividirt, 15 + 8? A. 299.
19) Addirt die Zahl, die, durch 9 dividirt, 3 giebt, zu der Zahl, die, durch 4 dividirt, 5 giebt. Antw. 47.

20) Welche Zahl muß mit der Zahl multiplicirt werden, die, durch 5 dividirt, 3 giebt, um 105 zu geben? Antw. 7.
21) Dividirt 36 durch 5 + 7. Antw. 3.
22) Dividirt 36 + 42 durch 13. Antw. 6.
23) Addirt 72 zu 69 : 23. Antw. 75.
24) Dividirt 319 + 113 durch 43 + 29. Antw. 6.
25) Addirt $\frac{108}{12}$ zu $\frac{133}{7}$. Antw. 28.
26) Dividirt 206 + 133 durch 39 : 13. Antw. 113.
27) Durch welche Zahl muß 96 dividirt werden, um 8 zu geben? A. 12.
28) Addirt 25 zu der Zahl, durch die 72 dividirt werden muß, um 24 zu geben. Antw. 28.
29) Durch welche Zahl muß 25 + 10 dividirt werden, um 3 + 4 zu geben? Antw. 5.
30) Addirt die Zahl, durch welche 35 + 50 dividirt werden muß, um 5 zu geben, zu der Zahl, durch welche 76 + 69 dividirt werden muß, um 5 zu geben. Antw. 46.
31) Die Zahl, die, zu 16 addirt, 39 giebt, soll mit 5 multiplicirt werden. Antw. 115.
32) Welche Zahl muß zu 3 . 15 addirt werden, um 84 zu bekommen? A. 39.
33) Die Zahl, die, zu 7 addirt, 26 giebt, soll mit der Zahl multiplicirt werden, die, zu 19 addirt, 35 giebt. Antw. 304.
34) Wie viel muß zu 6 . 8 addirt werden, um 9 . 12 zu erhalten? A. 60.
35) Welche Zahl muß zu 3 . 7 addirt werden, um die Zahl zu erhalten, die, zu 15 addirt, 100 giebt? Antw. 64.
36) Wie viel mal muß die Zahl, die, zu 28 addirt, 49 giebt, genommen werden, um 189 zu geben? Antw. 9 mal.
37) Wie viel muß zu der Zahl, die, 9 mal genommen, 117 giebt, addirt werden, um 94 zu bekommen? Antw. 81.
38) Wie viel mal muß die Zahl, die, zu 14 addirt, 36 giebt, genommen werden, um die Zahl zu geben, die, zu 44 addirt, 220 giebt? Antw. 8 mal.
39) Wie viel muß zu der Zahl, die, 5 mal genommen, 35 giebt, addirt werden, um die Zahl zu geben, die, zu 26 addirt, 45 giebt? Antw. 12.
40) Wie viel muß zu der Zahl, die, durch 6 dividirt, 9 giebt, addirt werden, um 99 zu erhalten? Antw. 45.

Da die ferneren Verbindungen der Addition und Subtraction mit den beiden andern Operationen, nämlich der Multiplication und Division, aus dem bisher Durchgeführten leicht zu entnehmen sind; so werden wir sie hier übergehen, und bloß noch einige der wichtigsten über die Multiplication und Division anführen.

41) Mit welcher Zahl muß 5×9 multiplicirt werden, um 495 zu geben? Antw. 11.

42) Mit welcher Zahl muß 36 multiplicirt werden, um 324 zu geben? Antw. 9.

43) Multiplicirt $\frac{49}{7}$ mit 25. Antw. 175.

44) Dividirt $32 \, . \, 9$ durch $3 \, . \, 8$. Antw. 12.

45) Multiplicirt $\frac{72}{8}$ mit $\frac{108}{12}$. Antw. 81.

46) Multiplicirt 7×8 mit $\frac{72}{4}$. Antw. 1008.

47) Dividirt 12×14 durch $\frac{56}{7}$. Antw. 1344.

48) Dividirt $\frac{352}{4}$ durch 2×11. Antw. 1936.

49) Welche Zahl giebt, durch 4×6 dividirt, 216? Antw. 5184.

50) Die Zahl, die, durch 5 dividirt, 16 giebt, soll mit 4 multiplicirt werden. Antw. 320.

51) Welche Zahl giebt, durch $5 \, . \, 3$ dividirt, $4 \, . \, 7$? Antw. 420.

52) Die Zahl, die, durch 9 dividirt, 3 giebt, soll mit der Zahl, die, durch 4 dividirt, 2 giebt, multiplicirt werden. Antw. 216.

53) Dividirt 8×15 durch 12. Antw. 10.

54) Dividirt 96 durch $3 \, . \, 8$. Antw. 4.

55) Durch welche Zahl muß $8 \, . \, 18$ dividirt werden, um 12 zu geben? Antw. 12.

56) Mit welcher Zahl muß $\frac{56}{7}$ multiplicirt werden, um 96 zu geben? Antw. 12.

57) Durch welche Zahl muß $\frac{756}{9}$ dividirt werden, um 12 zu geben? Antw. 7.

58) Dividirt 819 durch $\frac{63}{7}$. Antw. 91.

Sechs-

Sechstes Kapitel.

Von einigen besondern Eigenschaften der Zahlen.

§. 80. Schon zu Ende des vierten Kapitels, nachdem die beiden ersten Operationen, das Addiren und Subtrahiren, beendigt waren, betrachteten wir in einzelnen Sätzen das gegenseitige Verhalten dieser Operationen etwas näher. Dasselbe soll hier in Bezug auf das Multipliciren und Dividiren geschehen, allein auch die zwei ersten Operationen sollen mit den letzten beiden in Verbindung gebracht und daraus ebenfalls einige Eigenschaften der Zahlen entnommen werden. Wir werden uns indessen nur auf diejenigen Eigenschaften beschränken, welche irgend ein Mittel an die Hand geben, in der Folge die Rechnungen abzukürzen oder doch sonst bequemer einzurichten, als es bisher möglich gewesen ist, wo wir uns bestreben mußten, so viel wie möglich die Einsicht in die Rechnung zu erleichtern.

§. 81. Das Product zweier Zahlen bleibt dasselbe, man mag die eine derselben mit der andern, oder diese mit jener multipliciren. Z. B. 5 . 9 = 45 und 9 . 5 = 45.

Zeichnet man nämlich 5 Reihen-Punkte unter einander, wovon jede Reihe 9 Punkte enthält, wie hier zu sehen:

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

so stellen die 5 Horizontalreihen das Product 5 . 9 vor, und die 9 Vertikalreihen, wovon jede 5 Punkte enthält, das Product 9 . 5, und man sieht ein, daß es beidemal dieselbe Zahl Punkte ist.

§. 82. Deshalb kann man in jedem angezeigten Producte den Multiplicanden mit dem Multiplicator beliebig verwechseln, also z. B. 345 mit 297, oder 297 mit 345 multipliciren, es muß sich beidemal dieselbe Zahl als Product ergeben. Man nennt daher auch den Multiplicanden und Multiplicator mit dem gemeinschaftlichen Namen: Factoren; die Zahlen 5 und 9 sind also die Factoren des Products 5 . 9 oder 9 . 5, d. h. der Zahl 45.

§. 83. Man kann also bei der Multiplication zweier Zahlen

mit einander jedesmal die Zahl zum Multiplicator nehmen, welche die geringste Anzahl Ziffern enthält, die etwa darin vorkommenden Nullen jedoch nicht mitgerechnet; der Fall ist indeß hievon ausgenommen, wo mehrere Ziffern des einen Factors dieselben sind, so daß die Producte derselben mit dem andern Factor durch eine einzige Multiplication zu erhalten sind. Z. E. in 30005 $\times$ 5836 würde man 30005, in 5874 $\times$ 6339 aber 6339 zum Multiplicator nehmen. Ueberhaupt ist in jedem einzelnen Falle leicht zu entscheiden, auf welchem Wege man mit der geringsten Mühe zum Ziele gelangen kann.

§. 84. Wenn zwei Zahlen (z. B. 3 und 5) mit einander multiplicirt werden, so kann das Product derselben (15) noch mit einer dritten Zahl (z. B. 7) multiplicirt werden (man erhält dann $7 \cdot 15 = 105$); dieses Product kann ebenfalls wieder mit irgend einer Zahl multiplicirt werden, und so könnte man fortfahren, das erhaltene Product immer wieder mit einer beliebigen Zahl zu multipliciren. Z. B. $3 \cdot 5 = 15$; $7 \cdot 15 = 105$; $4 \cdot 105 = 420$, u. s. w. Alle diese Zahlen (3, 5, 7, 4 rc.), aus denen das letzte Product entstanden ist, heißen Factoren des Products 420. Man schreibt in diesem Falle dann auch $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 4 = 420$.

§. 85. Ein Product aus mehreren Factoren bleibt unverändert, in welcher Ordnung man auch diese mit einander multipliciren mag. So ist z. B.

$$3 \cdot 7 \cdot 6 = 21 \cdot 6 = 126.$$
$$3 \cdot 6 \cdot 7 = 18 \cdot 7 = 126.$$
$$7 \cdot 3 \cdot 6 = 21 \cdot 6 = 126.$$
$$7 \cdot 6 \cdot 3 = 42 \cdot 3 = 126.$$
$$6 \cdot 3 \cdot 7 = 18 \cdot 7 = 126.$$
$$6 \cdot 7 \cdot 3 = 42 \cdot 3 = 126.$$

Dasselbe wird mit größeren Zahlen und mehr als 3 Factoren geübt. Will man die Nothwendigkeit dieser Uebereinstimmung anschaulich machen, so kann es auf folgende Weise geschehen. Wir wählen hiezu das Product $2 \cdot 3 \cdot 5$, welches durch

$$\begin{array}{r} 5 + 5 + 5 \\ + 5 + 5 + 5 \end{array}$$

vorgestellt ist. Jede Horizontalreihe stellt nämlich das Product $3 \cdot 5$ vor, also die zwei Reihen das Product $2 \cdot 3 \cdot 5$. Jede Vertikal-

reihe stellt das Product 2 . 5 vor, also die 3 Vertikalreihen das Product 3 . 2 . 5, und man sieht ein, daß diese Reihen zusammen allemal dieselbe Zahl geben müssen, in welcher Ordnung man sie auch addiren mag. Eben so können auch die übrigen Versetzungen dieser drei Factoren erklärt werden.

Hätte man also z. B. 4 . 57 . 25 zu multipliciren, so könnte man erst 4 . 25 nehmen, und hätte dann noch $100 \times 57 = 5700$ auf einem viel leichteren Wege, als wenn man erst $4 . 57 = 228$, und nun 228 . 25 multipliciren wollte.

§. 86. Hieraus folgt aber auch noch der, für die Folge sehr wichtige Satz: wenn ein Product (z. B. 3 . 7) noch mit einer Zahl (z. B. 6) multiplicirt werden soll, so darf nur ein Factor dieses Products (z. B. 3, oder 7) mit der gegebenen Zahl multiplicirt werden (so daß man also entweder 18 . 7 oder 3 . 42 erhält).

§. 87. Wenn man also eine Zahl erst mit 8, und das daraus erhaltene Product mit 7 multiplicirt, so ist die erst gegebene Zahl mit 7 . 8, d. h. mit 56 multiplicirt worden. Und umgekehrt, soll eine Zahl mit 56 multiplicirt werden, so kann man sie erst mit 8, und das Product wieder mit 7 multipliciren, oder natürlich dann auch die Zahl erst mit 7, und das Product mit 8.

Hätte man also z. B. die Zahl 947653 mit 63 zu multipliciren, so kann man, weil $63 = 7 . 9$ ist, sie erst mit 7 und das Product wieder mit 9 multipliciren, und erhält so:

947653 × 7
6633571 × 9
59702139 Product.

Man kann daher auch den einen Factor in 3 und noch mehr Factoren zerlegen, den Multiplicanden erst mit einem, das Product mit einem zweiten und das hiedurch erhaltene Product mit dem dritten Factor multipliciren. Es sei z. B. 225×7654 zu finden, so hat man $225 = 5 \times 45 = 5 . 5 . 9$, und dies veranlaßt folgende Rechnung:

7654 × 225
38270 (5
191350 (5
1722150 (9

§. 91. Wenn zwei Zahlen durch ein und dieselbe Zahl dividirt, und die erhaltenen Quotienten nachher zu einander addirt, oder von einander subtrahirt werden sollen; so erhält man dasselbe Resultat, wenn man die gegebenen Dividenden erst addirt oder subtrahirt, und hernach ihre Summe oder Differenz durch den gemeinschaftlichen Divisor dividirt. Z. B. es sollen die Quotienten aus $\frac{27}{3}$ und $\frac{39}{3}$ zu einander addirt werden. Dividirt man erst, so erhält man $9 + 13 = 22$. Addirt man aber erst die Dividenden, so hat man $\frac{66}{3} = 22$, also dasselbe Resultat. Und soll der Quotient aus $\frac{27}{3}$ von dem Quotienten aus $\frac{39}{3}$ subtrahirt werden, so erhält man, auf die erste Art $13 - 9 = 4$; subtrahirt man erst die Dividenden, so erhält man $\frac{39 - 27}{3} = \frac{12}{3} = 4$.

Um die Gründe dieser Uebereinstimmung einzusehen, hat man nur zu bedenken, was der Quotient für eine Zahl ist, d. h. wie er von dem Dividenden und Divisor abhängig ist; dann wird deutlich, daß nach der ersteren Art durch die Division

$$\begin{array}{lrl} \text{die Zahl} & 39 & \text{in } 13 + 13 + 13 \text{ zerlegt wird,} \\ \text{und} & 27 & \text{in } 9 + 9 + 9 \\ \hline \text{also} & 39 + 27 & \text{in } 22 + 22 + 22 \end{array}$$

wo die Summe jeder Vertikalreihe $\frac{39}{3} + \frac{27}{3}$ d. h. 22, die Summe der beiden obersten Horizontalreihen aber $39 + 27$, nämlich $22 + 22 + 22$, also einer dieser Summanden $\frac{39 + 27}{3}$ darstellt.

Eben so läßt sich nachweisen, daß $\frac{39}{3} - \frac{27}{3}$ dasselbe Resultat geben muß, wie $\frac{39 - 27}{3}$; denn auf die erste Art erhält man wieder

$$\begin{array}{lrcl} \text{die Zahl} & 39 & = & 13 + 13 + 13 \\ \text{und} & 27 & = & 9 + 9 + 9 \\ \hline \text{also} & 39 - 27 & = & 4 + 4 + 4 \end{array}$$

wo die Differenz einer Vertikalreihe $\frac{39}{3} - \frac{27}{3}$ d. h. 4, die Differenz der beiden obern Horizontalreihen aber, nämlich $4 + 4 + 4$, $39 - 27$, also einer dieser Summanden $\frac{39-27}{3}$ darstellt.

§. 92. Wenn eine Zahl durch eine andere dividirt, und der Quotient wieder mit dem Divisor multiplicirt wird, so ergiebt sich allemal wieder der Dividend. Z. B. $\frac{120}{24} = 5$, und $24 \times 5 = 120$. Der Quotient ist die Zahl, die, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden giebt; dasselbe behauptet auch dieser Satz.

§. 93. Wenn zwei Zahlen mit einander multiplicirt werden, und man dividirt das Product durch den einen dieser beiden Factoren, so erhält man allemal den andern Factor zum Quotienten. Z. B. $\frac{5 \cdot 120}{5} = \frac{600}{5} = 120$. Denn man muß die Zahl erhalten, die, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden giebt, d. h. der Quotient ist der eine Factor des Dividenden.

§. 94. Die beiden Sätze (§. 92. 93.) werden gewöhnlich in den einen zusammengefaßt: „die Multiplication und Division heben einander gegenseitig auf."

Soll z. B. eine Zahl mit 25 multiplicirt werden, so kann man sie mit 4 . 25 multipliciren und durch 4 dividiren, weil dies auch wieder 25 mal jene Zahl giebt; aber 4 . 25 ist 100; man hängt also der gegebenen Zahl nur rechts 2 Nullen an, und dividirt sie dann durch 4. Z. B. 25×796 giebt:

$$4)\frac{79600}{19900}$$

Dasselbe läßt sich noch auf manche andere Zahlen anwenden.

§. 95. Aus (§. 93.) geht hervor, daß, wenn eine Zahl, welche durch eine andere dividirt werden soll, diesen Divisor zum Factor hat, der andere Factor des Dividenden der Quotient ist. Sollte z. B. 360 durch 12 dividirt werden; so ist, da $360 = 30 \times 12$ ist, 30 der gesuchte Quotient, denn man hat $\frac{360}{12} = \frac{30 \cdot 12}{12}$.

Soll also ein Product zweier Zahlen durch den einen Factor

dividirt werden, so braucht man nur diesen Factor wegzulassen, und der andere Factor giebt den Quotienten.

§. 96. Wenn man eine gegebene Zahl mit zwei ungleichen Zahlen multiplicirt, so ist das Product aus dem kleineren Factor eben so oft in dem Product aus dem größeren Factor enthalten, als der kleinere Factor in dem größeren enthalten ist. Multiplicirt man z. B. 5 erst mit 9, so erhält man 9 . 5 = 45 zum Product; wird 5 aber mit 2 . 9, d. h. mit 18 multiplicirt, so erhält man 18 . 5 = 90 zum Product, und so wie 18 = 2 . 9 muß auch 90 = 2 . 45 sein. Denn da 18 = 2 . 9, so ist auch 18 . 5 = 2 . 9 . 5. Eben so, da 20 = 5 . 4, ist auch 20 . 7 = 5 . 4 . 7.

§. 97. Ist also der eine Factor eines Products dem einen Factor eines andern Products gleich, der andere Factor des ersten Products aber irgend eine Anzahl mal in dem andern Factor des zweiten Products enthalten, so ist das erste Product eben so oft in dem andern Producte enthalten.

§. 98. Ist ferner der eine Factor eines Products in dem einen Factor eines andern Products eben so oft enthalten, als der andere Factor des andern Products in dem zweiten Factor des ersten Products, so müssen die beiden Producte einander gleich sein. So muß z. B. 15 . 7 = 5 . 21 sein, weil 15 = 3 . 5 und 21 = 3 . 7; desgleichen 17 . 24 = 68 . 6, weil 68 = 4 . 17 und 24 = 4 . 6 u. s. w.

§. 99. Ist dagegen der eine Factor eines Products nicht genau so oft in dem einen Factor eines zweiten Products enthalten, als der andere Factor des zweiten Products in dem andern Factor des ersten Products, so können auch die beiden Producte nicht einander gleich sein. Während z. B. 8 . 9 = 4 . 18 ist, kann nicht 8 . 9 = 3 . 18 oder = 5 . 18 u. s. w. sein.

§. 100. Sind daher zwei Producte aus ungleichen Factoren einander gleich, so muß der eine Factor des ersten Products gerade eben so oft in dem einen Factor des zweiten Products enthalten sein, als der zweite Factor des zweiten Products in dem zweiten Factor des ersten Products enthalten ist.

§. 101. Wenn man zwei ungleiche Zahlen durch dieselbe Zahl dividirt, so ist der Quotient aus der kleineren Zahl eben so viel mal

in dem Quotienten aus der größeren Zahl enthalten, als der kleinere Dividend in dem größeren Dividenden enthalten ist. Z. B. der Quotient aus $\frac{18}{3}$ ist 2 mal in dem Quotienten aus $\frac{36}{3}$ enthalten, $\frac{16}{4}$ ist 8 mal in $\frac{128}{4}$ enthalten, weil 18 zwei mal in 36, und 16 acht mal in 128 enthalten ist.

Multiplicirt man nämlich den Quotienten mit dem Divisor, so ergiebt sich der Dividend; da nun der eine Factor, nämlich der Divisor, in beiden Producten derselbe ist, so muß, nach (§. 97.) der andere Factor des ersten Products (der eine Quotient) eben so oft in dem andern Factor des zweiten Products (dem andern Quotienten) enthalten sein, als das erste Product (der eine Dividend) in dem andern Product (dem andern Dividenden) enthalten ist.

§. 102. Wenn man dieselbe Zahl durch zwei ungleiche Zahlen dividirt, so muß der Quotient aus dem größeren Divisor eben so oft in dem Quotienten aus dem kleineren Divisor enthalten sein, als der kleinere Divisor in dem größeren Divisor enthalten ist. Es ist z. B. $\frac{360}{30}$ 5 mal in $\frac{360}{6}$ enthalten, weil $30 = 5 \,.\, 6$.

Multiplicirt man wieder den Quotienten mit dem Divisor, so muß sich der Dividend ergeben; da nun diese Producte (die beiden Dividenden) einander gleich sind, so muß, nach (§. 100.) der eine Factor des ersten Products (der eine Quotient) so oft in dem einen Factor des andern Products (d. h. in dem andern Quotienten) enthalten sein, als der andere Factor des zweiten Products (der zweite Divisor) in dem andern Factor des ersten Products (d. h. in dem ersten Divisor) enthalten ist.

§. 103. Multiplicirt man also den Dividenden einer angezeigten Division mit irgend einer Zahl, so wird der Quotient um eben so viel mal vergrößert als diese Zahl anzeigt. Dividirt man dagegen den Dividenden durch eine Zahl, so wird der Quotient dadurch um eben so viel mal verkleinert.

§. 104. Multiplicirt man den Divisor einer angezeigten Division mit irgend einer Zahl, so wird der Quotient dadurch um eben so viel mal verkleinert, als diese Zahl anzeigt. Dividirt man dage-

gen den Divisor einer angezeigten Division durch eine Zahl, so wird der Quotient dadurch um eben so viel mal vergrößert.

§. 105. Multiplicirt man also den Dividenden und den Divisor einer angezeigten Division mit derselben Zahl, oder dividirt den Dividenden und Divisor durch dieselbe Zahl, so bleibt der Quotient unverändert. Denn er wird durch Multiplication des Divisors eben so viel mal verkleinert, als er durch Multiplication des Dividenden vergrößert wird; und durch Division des Divisors wird er eben so viel mal vergrößert, als er durch Division des Dividenden verkleinert wird.

Also ist z. E. $\frac{36}{9} = \frac{2 \,.\, 36}{2 \,.\, 9} = \frac{72}{18} = \frac{3 \,.\, 36}{3 \,.\, 9} = \frac{108}{27}$ u. s. w.

eben so ist $\frac{36}{9} = \frac{36 : 3}{9 : 3} = \frac{12}{3}$ u. s. w. f.

§. 106. So wie man Producte aus beliebig viel Factoren bilden kann, können gegebene Zahlen auch in die zerlegt werden, aus welchen sie, durch Multiplication wieder hervorgehen. Denn dividirt man eine gegebene Zahl, z. B. 36 durch eine andere, 3, so muß der erhaltene Quotient 12, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden geben, also ist $36 = 3 \,.\, 12$; 12 ist aber wieder $= 2 \,.\, 6$, also $36 = 3 \,.\, 2 \,.\, 6$; ferner ist $6 = 2 \,.\, 3$, folglich $36 = 3 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3$ oder $= 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3$. Man findet folglich die Factoren einer gegebenen Zahl, wenn man versucht, die gegebene Zahl nach und nach durch die auf einander folgenden Zahlen 2, 3 rc. zu dividiren, bis man eine findet, mit der die Division ohne Rest möglich ist; diese ist dann ein Factor der gegebenen Zahl. Den so erhaltenen Quotienten behandelt man dann wieder eben so, um einen zweiten Factor der gegebenen Zahl zu finden u. s. w.; die gefundenen Factoren und der letzte Quotient (welches ebenfalls ein Factor der gegebenen Zahl ist), mit einander multiplicirt, müssen wieder die gegebene Zahl zum Product geben.

Es ist z. B. $45360 = 2 \,.\, 22680 = 2 \,.\, 2 \,.\, 11340 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5670 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2835 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 945 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 315 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 105 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 35 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 7$.

§. 107. Wie man sieht, läßt sich keiner dieser Factoren weiter zerlegen; man nennt sie daher **einfache Factoren** der Zahl 45360;

man sagt auch, eine Zahl sei durch eine andere theilbar, wenn diese letzte ein Factor der ersteren ist, oder, was dasselbe ist, wenn jene sich ohne Rest durch diese dividiren läßt. Solche Zahlen, die sich auf die eben erwähnte Weise als Producte zweier oder mehrerer anderer Zahlen ansehen, also in Factoren zerlegen lassen, heißen zusammengesetzte Zahlen; diejenigen Zahlen hingegen, welche sich nicht weiter in Factoren zerlegen lassen, die größer sind als 1, nennt man Primzahlen. Es ist z. B. 12 durch 2 theilbar, 14 durch 7, auch durch 2; 18 durch 3, 2, 6, 9; 22 durch 11 und durch 2 ꝛc.; daher sind 12, 14, 18, 22 alles zusammengesetzte Zahlen. Dagegen sind die ersten Primzahlen der Reihe nach 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 91, 97, 101 u. s. w.

§. 108. Die einfachen Factoren jeder Zahl sind daher Primzahlen.

Jede Zahl, die größer als 1, und durch welche eine andere theilbar ist, heißt ein Theiler dieser letzteren. Z. E. 2, 3, 4 und 12 sind die Theiler der Zahl 12. Dagegen heißt die Zahl, welche durch eine andere Zahl theilbar ist, ein Vielfaches dieser letzten; so ist z. B. 12 ein Vielfaches (und zwar das 3fache) von 4, aber auch ein Vielfaches (das 4fache) von 3, weil 3 . 4 = 12. 12 ist aber auch ein Vielfaches (das 2fache) von 6, und ein Vielfaches (das 6fache) von 2.

Jede Zahl ist durch sich selbst theilbar und zugleich ihr eigner größter Theiler.

§. 109. Ist eine Zahl zugleich ein Theiler zweier oder mehrerer anderer Zahlen, so nennt man sie den gemeinschaftlichen Theiler dieser letzteren. So ist z. E. 2 ein gemeinschaftlicher Theiler von 4 und 6; 7 ein gemeinschaftlicher Theiler von 14, 21, 35 ꝛc. 54 und 117 haben die gemeinschaftlichen Theiler 3 und 9. — Die größte Zahl, durch welche zwei oder mehr Zahlen theilbar sind, heißt der größte gemeinschaftliche Theiler dieser Zahlen.

Haben dagegen zwei oder mehr Zahlen keinen gemeinschaftlichen Theiler, so nennt man sie relative Primzahlen; diejenigen Zahlen, welche oben schlechthin Primzahlen genannt wurden, heißen dann im Gegensatz absolute Primzahlen. So sind z. B. 16 und 21 zwar beides zusammengesetzte Zahlen, aber sie haben keinen gemein-

schaftlichen Theiler, sind also relative Primzahlen. Desgleichen sind 16, 27 und 36 relative Primzahlen, denn es giebt keine Zahl, durch die alle drei ohne Rest dividirt werden können. Jede Zahl, die durch 2 theilbar ist, nennt man eine gerade Zahl, dagegen alle anderen Zahlen der Zahlenreihe ungerade Zahlen heißen. Also sind 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 ꝛc. gerade, dagegen 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 ꝛc. ungerade Zahlen.

§. 110. Haben zwei Zahlen einen gemeinschaftlichen Theiler, so ist dieser auch ein Theiler ihrer Summe, und auch ein Theiler ihrer Differenz.

Z. B. 21 und 35 haben den gemeinschaftlichen Theiler 7; $21 = 3 . 7$; $35 = 5 . 7$, also ist ihre Summe $= 3 . 7 + 5 . 7$, d. h. $(3 + 5) . 7$, und ihre Differenz ist $5 . 7 - 3 . 7$, d. h. $(5 - 3) . 7$.

§. 111. Dasselbe gilt natürlich eben so für Summen aus beliebig viel Summanden, die alle denselben gemeinschaftlichen Theiler haben, also auch für Summen, deren Summanden alle einander gleich sind, d. h. für Producte. Ist also eine Zahl durch eine andere theilbar, so ist auch jedes Product jener ersten Zahl mit einer beliebigen anderen, durch dieselbe Zahl theilbar. Da z. E. 12 durch 3 theilbar ist, so sind die Producte $2 . 12$, $5 . 12$, $7 . 12$, $8 . 12$ ꝛc. ebenfalls durch 3 theilbar.

§. 112. Jedes Product ist also theilbar durch jede der Zahlen, welche Theiler irgend eines seiner Factoren sind.

Z. B. $35 . 48$ ist theilbar durch 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 24, 35 und 48.

§. 113. Da das Product aus 2 und mehr Factoren einer Zahl immer wieder ein Factor dieser Zahl sein muß, so ist jede Zahl auch durch das Product beliebig vieler ihrer einfachen Factoren theilbar.

Z. B. 48 hat die einfachen Factoren 2, 2, 2, 2, 3, ist daher auch durch $2 . 2$ oder 4 theilbar, aber auch durch $2 . 2 . 2$ oder 8, ferner durch $2 . 2 . 2 . 2$ oder 16, durch $2 . 3$ oder 6, durch $2 . 2 . 3$ oder 12, durch $2 . 2 . 2 . 3$ oder 24.

§. 114. Wenn mehrere Zahlen durch ein und dieselbe Zahl untheilbar (also jede derselben bei der Division durch diese letztere einen Rest übrig läßt), und die Summe ihrer Reste durch diese

Zahl theilbar ist, so ist auch die Summe der gegebenen Zahlen dadurch theilbar.

Z. B. 8, 11, 17, 34 geben, durch 7 dividirt, beziehlich die Reste 1, 4, 3, 6; die Summe dieser Reste ist 14, also durch 7 theilbar, folglich ist auch die Summe der Zahlen $8 + 11 + 17 + 34$ durch 7 theilbar.

Der Dividend ist allemal die Summe aus einer durch den Divisor theilbaren Zahl und dem Rest. Die Summe der durch den Divisor theilbaren Zahlen ist ebenfalls durch denselben theilbar (§. 110.); da nun die Summe der Reste auch theilbar, so muß auch wieder die Summe dieser beiden, durch den Divisor theilbaren, Summen theilbar sein.

§. 115. Werden daher mehrere durch eine gewisse Zahl untheilbare, oder auch einige durch eine Zahl theilbare und andere dadurch untheilbare Zahlen addirt, und ist die Summe der Reste durch jene Zahl nicht theilbar, so ist auch die Summe aller gegebenen Zahlen dadurch untheilbar, und giebt denselben Rest wie die Summe der Reste. Denn die Summe aller Zahlen besteht aus der Summe der durch jene Zahl theilbaren Zahlen und der Summe der Reste; da die Summe der Reste untheilbar sein soll, so kann man sie wieder als die Summe aus einer theilbaren Zahl und dem Rest, welcher sich aus der Summe der Reste ergiebt, ansehen; addirt man diese theilbare Summe noch zu der vorigen theilbaren, so erhält man für die ganze Summe der gegebenen Zahlen die Summe aus einer theilbaren Zahl und dem letztgenannten Reste; folglich ist sie untheilbar und giebt denselben Rest, den die Summe der Reste auch gab.

§. 116. Geben zwei, durch dieselbe dritte Zahl nicht theilbare Zahlen, bei der Division durch diese letztere gleiche Reste, so ist ihre Differenz durch diese Zahl theilbar. Z. B. 27 und 71 sind durch 11 nicht theilbar; sie geben aber beide, durch 11 dividirt den Rest 5; daher ist $71 - 27 = 44$ durch 11 theilbar. Denn jede Zahl ist die Summe aus einer durch die dritte Zahl theilbaren und dem Rest; da nun diese Reste einander gleich sind, so erhält man durch Subtraction die Differenz zweier theilbaren Zahlen, welche wieder theilbar ist (§. 110.).

§. 117. Geben aber solche zwei Zahlen ungleiche Reste, so ist ihre Differenz durch die dritte Zahl ebenfalls untheilbar; und ihr

Rest ist entweder die Differenz der Reste der beiden Zahlen, wenn nämlich der Rest des Minuenden größer als der Rest des Subtrahenden, oder er ist um die dritte gegebene Zahl größer als diese Differenz der Reste, wenn der Rest des Minuenden kleiner als der Rest des Subtrahenden. Z. B. 20 und 15 sind durch 7 nicht theilbar, ihre Reste für den Divisor 7 sind 6 und 1, daher die Differenz 20 — 15 durch 7 nicht theilbar; die Differenz der Reste 6 — 1 = 5 giebt 5 zum Rest, also auch 20 — 15 zum Rest 5 giebt. 64 und 27 geben zu Resten 1 und 6; die um den Divisor 7 vergrößerte Differenz der Reste, nämlich 7 + 1 — 6 = 2 muß auch der Rest der Differenz 64 — 27 = 37 für denselben Divisor 7 sein.

Ist nämlich der Rest des Minuenden größer als der Rest des Subtrahenden, und subtrahirt man die theilbaren Summanden von einander und die Reste von einander, so bleibt als Differenz die Summe aus einer theilbaren Zahl und einer untheilbaren (nämlich der Differenz der beiden (untheilbaren) Reste), welche also untheilbar ist; folglich ist die ganze Differenz untheilbar. Ist aber der Rest des Minuenden kleiner als der des Subtrahenden, so muß, um diesen letzteren Rest subtrahiren zu können, und zugleich die theilbaren Minuenden theilbar zu lassen, eine dem Divisor gleiche Zahl von dem theilbaren Summanden des Minuenden weggenommen und zu dem zugehörigen Reste addirt werden; so ergiebt sich das Uebrige von selbst.

§. 118. Das Product zweier durch eine dritte Zahl untheilbaren Zahlen ist durch letztere theilbar, wenn das Product der Reste jener beiden Zahlen theilbar ist; untheilbar, wenn dieses Product der Reste untheilbar ist, und in diesem Falle giebt das Product der beiden Zahlen denselben Rest, wie das Product der Reste. Z. B. 20 und 30 sind durch 8 nicht theilbar; ihre Reste sind 4 und 6; das Product der Reste 4 . 6 = 24 ist durch 8 theilbar, daher ist auch das Product 20 × 30 = 600 durch 8 theilbar. — Die Reste der Zahlen 20 und 29, für den Divisor 8, sind 4 und 5, das Product 4 . 5 ist durch 8 nicht theilbar, und giebt den Rest 4, deshalb auch 20 × 29 = 580, durch 8 dividirt, den Rest 4 geben muß.

Jede der beiden Zahlen läßt sich nämlich als eine Summe aus einer durch die dritte Zahl theilbaren Zahl und dem Rest ansehen.

Um ihr Product zu finden, muß man beide Summanden der einen Summe mit beiden Summanden der andern Summe multipliciren und die einzelnen Producte addiren. Das Product der beiden theilbaren Zahlen ist offenbar wieder eine durch dieselbe Zahl theilbare Zahl. Eben so auch die beiden Producte aus einer theilbaren Zahl und einem (untheilbaren) Reste; ist nun noch das Product der beiden Reste theilbar, so sind die vier Summanden, also auch ihre Summe, d. h. das Product der beiden gegebenen Zahlen theilbar. Ist dagegen das Product der beiden Reste untheilbar, so ist das Product der gegebenen Zahlen als eine Summe aus einem theilbaren und einem untheilbaren Summanden anzusehen, und ist also untheilbar; daher der Rest auch derselbe wie der dieses untheilbaren Summanden, d. h. des Products der Reste beider gegebenen Zahlen. (§. 115.)

§. 119. 1) Die Summe, und auch die Differenz, zweier geraden Zahlen ist allemal wieder eine gerade Zahl. (§. 110.)

2) Die Summe und auch die Differenz zweier ungeraden Zahlen ist allemal eine gerade Zahl. (§. 114. 116.)

3) Die Summe und Differenz einer geraden und einer ungeraden Zahl sind beides ungerade Zahlen. (§. 115.)

4) Das Product zweier geraden, auch das Product einer geraden mit einer ungeraden Zahl ist allemal eine gerade Zahl. (§. 111.)

5) Die Summe und Differenz zweier Primzahlen, die größer sind als 2, sind allemal gerade Zahlen. (§. 114. 116.)

6) Das Product zweier ungeraden Zahlen ist allemal ungerade. Denn der Rest für den Divisor 2 ist allemal 1, also das Product der Reste ebenfalls 1. (§. 118.)

§. 120. Wenn bei einer Division der Divisor und Dividend einen gemeinschaftlichen Theiler haben, so ist auch der Rest durch diesen theilbar. Z. E. $\frac{100}{36}$ giebt 2 zum Quotienten und 28 zum Rest; 100 und 36 haben den gemeinschaftlichen Theiler 4, daher muß auch 28 durch 4 theilbar sein. Denn der Rest ist die Differenz aus dem Dividenden und dem Producte des Divisors mit dem Quotienten; da aber der Minuend und Subtrahend (§. 112.) dieser Differenz durch den gemeinschaftlichen Theiler des Dividenden und

Divisors theilbar sind, so muß auch die Differenz, d. h. der Rest, dadurch theilbar sein (§. 110.).

§. 121. Haben der Divisor und der Rest einen gemeinschaftlichen Theiler, so ist auch der Dividend durch denselben theilbar. Dividirt man z. B. 112 durch 24, so erhält man 4 zum Quotienten und 16 zum Rest. Der Divisor 24 und Rest 16 haben den gemeinschaftlichen Theiler 8, daher 8 auch ein Theiler von 112 sein muß.

Der Dividend ist nämlich die Summe aus dem Product des Divisors mit dem Quotienten, und dem Reste. Da nun der Divisor theilbar ist, so ist auch das genannte Product durch dieselbe Zahl theilbar (§. 112.), und weil ferner der Rest theilbar ist, so ist die Summe dieser beiden Zahlen, d. h. der Dividend ebenfalls durch dieselbe Zahl theilbar (§. 110.).

§. 122. Ist also der Divisor durch den Rest theilbar, so ist auch der Dividend durch den Rest theilbar.

§. 123. Die größte Zahl, durch welche der Divisor und der Rest zugleich theilbar sind, ist auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden und Divisors.

Denn hätten der Dividend und Divisor noch einen größeren gemeinschaftlichen Theiler, als der größte des Divisors und Restes, so müßte dieser auch ein gemeinschaftlicher Theiler des Divisors und Restes sein (§. 120.), welches unmöglich ist.

§. 124. Ist also der Divisor durch den Rest theilbar, so ist der Rest der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden und Divisors (§. 108.).

§. 125. Giebt aber die Division zweier Zahlen keinen Rest, so ist der Divisor der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden und Divisors (§. 108.).

§. 126. Ist aber der, aus der Division zweier Zahlen sich ergebende, Rest nicht ein Theiler des Divisors, so dividire man den Divisor durch den Rest, so ergiebt sich wieder ein Rest; der größte gemeinschaftliche Theiler dieses Restes und des letzten Divisors (des ersten Restes) ist nun auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Divisors und Dividenden, d. h. des ersten Restes und ersten Divisors (§. 121.), also auch der größte der beiden gegebenen Zahlen (§. 123.). Man dividire nun wieder mit dem letzten Reste in den

letzten

letzten Divisor; geht die Division auf, so ist der Divisor dieser letzten Division der größte gemeinschaftliche Theiler dieses Divisors und des zugehörigen Dividenden, d. h. des Restes und Divisors der vorigen Division; also ist dies auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Divisors und Dividenden dieser vorletzten Division, d. h. des Restes und Divisors der ersten Division; also auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Divisors und Dividenden der ersten Division, d. h. der beiden gegebenen Zahlen. Bleibt aber bei der letzten Division ein Rest, so dividire man damit in den vorhergehenden Divisor, mit dem daraus sich ergebenden Reste wieder in den Divisor der letzten Division, u. s. w. immer mit dem letzten Reste in den letzten Divisor, bis endlich die Division aufgeht. Der letzte Divisor ist dann der größte gemeinschaftliche Theiler der beiden gegebenen Zahlen.

Z. E. es sei der größte gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 816 und 323 zu finden.

$$
\begin{array}{r|r|r|r|l}
323 & 816 & 2 & & \\
 & 170 & 323 & 1 & \\
 & 153 & 170 & 1 & \\
 & & 17 & 153 & 9 \\
 & & & \overline{0} & \\
\end{array}
$$

Man dividirt nämlich mit der kleineren Zahl 323 in die größere 816; mit dem Reste 170 in den vorigen Divisor 323; mit dem hieraus sich ergebenden Reste 153 in den letzten Divisor 170, und mit dem sich jetzt wieder ergebenden Reste 17 in den vorigen Divisor 153, wo denn die Division aufgeht; also ist 17 der größte gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 816 und 323. — Denn 17 ist der größte gemeinschaftliche Theiler von 17 und 153 (§. 125.); da aber 17 der Rest und 153 der Divisor der vorhergehenden Division ist, so ist 17 also auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden 170 und Divisors 153; allein da 153 der Rest und 170 der Divisor der vorhergehenden Division ist, so ist 17 auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden 323 und Divisors 170 dieser Division; und da 170 der Rest und 323 der Divisor der vorhergehenden Division ist, so ist 17 auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden 816 und Divisors 323, d. h. der beiden gegebenen Zahlen.

Divisors theilbar sind, so muß auch die Differenz, d. h. der Rest, dadurch theilbar sein (§. 110.).

§. 121. Haben der Divisor und der Rest einen gemeinschaftlichen Theiler, so ist auch der Dividend durch denselben theilbar. Dividirt man z. B. 112 durch 24, so erhält man 4 zum Quotienten und 16 zum Rest. Der Divisor 24 und Rest 16 haben den gemeinschaftlichen Theiler 8, daher 8 auch ein Theiler von 112 sein muß.

Der Dividend ist nämlich die Summe aus dem Product des Divisors mit dem Quotienten, und dem Reste. Da nun der Divisor theilbar ist, so ist auch das genannte Product durch dieselbe Zahl theilbar (§. 112.), und weil ferner der Rest theilbar ist, so ist die Summe dieser beiden Zahlen, d. h. der Dividend ebenfalls durch dieselbe Zahl theilbar (§. 110.).

§. 122. Ist also der Divisor durch den Rest theilbar, so ist auch der Dividend durch den Rest theilbar.

§. 123. Die größte Zahl, durch welche der Divisor und der Rest zugleich theilbar sind, ist auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden und Divisors.

Denn hätten der Dividend und Divisor noch einen größeren gemeinschaftlichen Theiler, als der größte des Divisors und Restes, so müßte dieser auch ein gemeinschaftlicher Theiler des Divisors und Restes sein (§. 120.), welches unmöglich ist.

§. 124. Ist also der Divisor durch den Rest theilbar, so ist der Rest der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden und Divisors (§. 108.).

§. 125. Giebt aber die Division zweier Zahlen keinen Rest, so ist der Divisor der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden und Divisors (§. 108.).

§. 126. Ist aber der, aus der Division zweier Zahlen sich ergebende, Rest nicht ein Theiler des Divisors, so dividire man den Divisor durch den Rest, so ergiebt sich wieder ein Rest; der größte gemeinschaftliche Theiler dieses Restes und des letzten Divisors (des ersten Restes) ist nun auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Divisors und Dividenden, d. h. des ersten Restes und ersten Divisors (§. 121.), also auch der größte der beiden gegebenen Zahlen (§. 123.). Man dividire nun wieder mit dem letzten Reste in den

letzten

letzten Divisor; geht die Division auf, so ist der Divisor dieser letzten Division der größte gemeinschaftliche Theiler dieses Divisors und des zugehörigen Dividenden, d. h. des Restes und Divisors der vorigen Division; also ist dies auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Divisors und Dividenden dieser vorletzten Division, d. h. des Restes und Divisors der ersten Division; also auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Divisors und Dividenden der ersten Division, d. h. der beiden gegebenen Zahlen. Bleibt aber bei der letzten Division ein Rest, so dividire man damit in den vorhergehenden Divisor, mit dem daraus sich ergebenden Reste wieder in den Divisor der letzten Division, u. s. w. immer mit dem letzten Reste in den letzten Divisor, bis endlich die Division aufgeht. Der letzte Divisor ist dann der größte gemeinschaftliche Theiler der beiden gegebenen Zahlen.

Z. E. es sei der größte gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 816 und 323 zu finden.

```
323|816|2
   |170|323|1
        153|170|1
             17|153|9
               |  0|
```

Man dividirt nämlich mit der kleineren Zahl 323 in die größere 816; mit dem Reste 170 in den vorigen Divisor 323; mit dem hieraus sich ergebenden Reste 153 in den letzten Divisor 170, und mit dem sich jetzt wieder ergebenden Reste 17 in den vorigen Divisor 153, wo denn die Division aufgeht; also ist 17 der größte gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 816 und 323. — Denn 17 ist der größte gemeinschaftliche Theiler von 17 und 153 (§. 125.); da aber 17 der Rest und 153 der Divisor der vorhergehenden Division ist, so ist 17 also auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden 170 und Divisors 153; allein da 153 der Rest und 170 der Divisor der vorhergehenden Division ist, so ist 17 auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden 323 und Divisors 170 dieser Division; und da 170 der Rest und 323 der Divisor der vorhergehenden Division ist, so ist 17 auch der größte gemeinschaftliche Theiler des Dividenden 816 und Divisors 323, d. h. der beiden gegebenen Zahlen.

Primzahlen; denn hätten sie noch einen gemeinschaftlichen Theiler, so hätten auch die gegebenen Zahlen einen grösseren gemeinschaftlichen Theiler, als die Zahl ist, durch welche alle, bis auf eine, dividirt worden.

§. 133. Sind aber mehrere Zahlen relative Primzahlen, jedoch einzelne derselben nicht relative Primzahlen unter einander (wie z. B. 12, 16, 27, wo es zwar keinen, allen drei Zahlen gemeinschaftlichen Theiler giebt, wo aber doch 12 und 16, eben so 12 und 27 einen gemeinschaftlichen Theiler haben), oder haben die gegebenen Zahlen zwar alle einen gemeinschaftlichen Theiler, sind aber von den Quotienten, welche sich ergeben, wenn man sie alle, eine ausgenommen, durch diesen, allen gemeinschaftlichen, Theiler dividirt, nicht je zwei relative Primzahlen (wie z. B. 16, 18, 20, 24 haben den gemeinschaftlichen Theiler 2; dividirt man alle, eine ausgenommen, durch denselben, so erhält man: 16, 9, 10, 12, oder 8, 18, 10, 12, oder u. s. w. wo 16, 10 und 12 noch den gemeinschaftlichen Theiler 2, 9 und 12 noch den gemeinschaftlichen Theiler 3 haben): so kann das kleinste gemeinschaftliche Vielfache auch nicht auf die oben beschriebene Weise gefunden werden. Sucht man in dem letzterwähnten Beispiele, wo sich nach der Division durch den, allen gegebenen Zahlen gemeinschaftlichen Theiler die Zahlen 16, 9, 10, 12 ergeben, erst das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zweier Zahlen, 16 und 9, so findet man dafür das Product 16 . 9; das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 16 . 9 und 10 ist nun 16 . 9 . 5 (oder 8 . 9 . 10) (§. 132.); und das von 16 . 9 . 5 und 12 ist ebenfalls 16 . 9 . 5, weil 12 sowohl mit 16, als auch mit 9 einen gemeinschaftlichen Theiler hat; also ist 16 . 9 . 5 auch das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 16, 18, 20 und 24.

§. 134. Dieses Verfahren läßt sich in Folgendem zusammenfassen: Alle Zahlen, welche einen gemeinschaftlichen Theiler haben, eine ausgenommen, werden durch ihren größten gemeinschaftlichen Theiler dividirt; giebt es unter den hieraus sich ergebenden Zahlen noch einige, welche nicht relative Primzahlen sind, so werden alle diese, eine ausgenommen, wieder durch ihren größten gemeinschaftlichen Theiler dividirt; mit diesem Geschäfte fährt man so lange fort, bis je zwei der so erhaltenen Zahlen relative Primzahlen sind;

so ist das Product aller dieser relativen Primzahlen das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Zahlen.

§. 135. Man kann auch alle unter den gegebenen Zahlen, welche dieselbe Zahl zum Theiler haben, dadurch dividiren, und diesen Theiler selbst zuletzt ebenfalls als Factor des zu bildenden Products nehmen. Z. B. aus

12,	16,	27,	erhält man zuerst:
4 . 3,	4,	27,	sodann aber:
4 . 3 . 1,	4,	9,	und 4 . 3 . 4 . 9

giebt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 12, 16 und 27.

§. 136. Etwas bequemer wird die Rechnung noch, wenn man die Theiler links heraussetzt, sie von den übrigen Zahlen durch einen Vertikalstrich trennend, und die Zahlen, welche durch jene Theiler dividirt sind, ausstreicht. Es soll z. B. das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 21, 9, 15, 24, 16 gesucht werden:

8	21,	9,	15,	24,	16
3	7	3	5	3	2
3		1		1	

also ist 8 . 3 . 3 . 7 . 5 . 2 = 5040 das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Zahlen.

§. 137. Kommen unter den geegebenen Zahlen solche vor, die in irgend einer anderen unter den gegebenen Zahlen ohne Rest enthalten sind, so kann man sie sogleich weglassen, und hat dann nur das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der übrigen zu suchen. Kämen z. B. unter den gegebenen Zahlen 24, 8 und 6 vor, so würden 8 und 6 sogleich weggelassen, denn, in der Zahl, in welcher 24 ohne Rest enthalten ist, ist auch 8, auch 6 ohne Rest enthalten.

Auch muß man, um sicher zu sein, die kleinste Zahl zu finden, welche durch alle gegebenen Zahlen theilbar ist, immer nur durch solche Zahlen wegdividiren, durch welche sich die größtmögliche Anzahl der gegebenen Zahlen dividiren lassen. Denn hätte man z. B. das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 36, 45 und 42 zu finden, so erhielte man:

2	36,	45,	42
3	18		21
3	6	15	7
	2	5	

und 2 . 3 . 3 . 2 . 5 . 7 wäre die gesuchte Zahl.

Dividirte man aber erst durch 2, dann aber sogleich durch 9, so gäbe dies:

2	36,	45,	42
9	18		21
	2	5	

d. h. 2 . 9 . 2 . 5 . 21, und diese Zahl ist offenbar 3 mal so groß als die zuerst erhaltene. Es ist leicht zu sehen, daß 21 wohl noch durch drei, aber nicht durch 9, hätte dividirt werden können.

§. 138. Alle Zahlen, die rechts eine Null haben, sind durch 10 theilbar, weil alle solche Zahlen Vielfache von 10 sind.

§. 139. Eine Zahl ist durch 2 theilbar, wenn ihre letzte Ziffer rechts eine Null oder durch 2 theilbar ist. Z. B. 750, 9300, 518 u. s. w. sind lauter durch 2 theilbare Zahlen. — Denn alle solche Zahlen, die rechts eine Null haben, sind durch 10 theilbar, und 10 ist ein Vielfaches von 2. Eine Zahl aber, die eine gerade Anzahl Einer hat, ist zu betrachten als die Summe aus zwei geraden Zahlen, wovon die eine die Einer, die andere die höheren Stellen enthält; da nun auch diese letzte gerade ist, weil sie rechts eine Null hat, so muß die gegebene Zahl selbst durch 2 theilbar sein.

§. 140. Eine Zahl ist durch 2 nicht theilbar, wenn ihre letzte Ziffer rechts durch 2 nicht theilbar ist. Denn die ganze Zahl ist die Summe zweier Zahlen, von denen die eine durch 2 theilbar, die andere durch 2 untheilbar ist.

§. 141. Eine Zahl ist durch 5 theilbar, wenn ihre letzte Ziffer rechts eine Null oder 5 ist. Z. B. 760, 3795, sind durch 5 theilbar. Denn eine solche Zahl, deren letzte Ziffer rechts eine 5 ist, ist die Summe zweier durch 5 theilbaren Zahlen. Der andere Fall ist aus (§. 138.) klar.

§. 142. Eine Zahl ist durch 5 nicht theilbar, wenn ihre letzte Ziffer rechts weder eine Null noch 5 ist. Denn dann ist die ganze Zahl die Summe einer durch 5 theilbaren und einer durch 5 untheilbaren Zahl.

§. 143. Alle Zahlen, welche rechts zwei Nullen, oder solche zwei Ziffern haben, die eine durch 4 theilbare Zahl bezeichnen, müssen durch 4 theilbar sein. Z. B. 700, 35900 sind durch 4 theilbar; desgleichen 43548, weil 48 durch 4 theilbar ist. Denn jede Zahl, die rechts zwei Nullen hat, ist ein Vielfaches von 100, und 100 ist durch 4 theilbar, also auch jedes Vielfache von 100.

Hat aber eine Zahl rechts zwei Ziffern, die eine durch 4 theilbare Zahl bezeichnen, so ist sie als die Summe aus zwei durch 4 theilbaren Zahlen anzusehen, also selbst durch 4 theilbar.

§. 144. Hat dagegen eine Zahl rechts zwei Ziffern, welche eine durch 4 untheilbare Zahl bezeichnen, so kann die Zahl selbst durch 4 nicht theilbar sein, weil sie dann die Summe aus einer durch 4 theilbaren und einer durch 4 untheilbaren Zahl ist.

§. 145. Weil 100 auch durch 25 theilbar ist, so folgt auf gleiche Weise, daß alle Zahlen, die rechts entweder zwei Nullen, oder zwei Ziffern haben, die eine durch 25 theilbare Zahl bezeichnen, d. h. 25, 50 oder 75, durch 25 theilbar sind.

§. 146. Alle Zahlen dagegen, welche rechts weder zwei Nullen, noch auch zwei solche Ziffern haben, die eine durch 25 theilbare Zahl bezeichnen, sind durch 25 nicht theilbar.

§. 147. Weil 1000 durch 8 theilbar ist, so ist auch jede Zahl durch 8 theilbar, die rechts drei Nullen, oder drei solche Ziffern hat, die eine durch 8 theilbare Zahl bezeichnen.

§. 148. Dagegen ist eine Zahl nicht durch 8 theilbar, wenn sie rechts weder drei Nullen, noch auch drei solche Ziffern hat, die eine durch 8 theilbare Zahl bezeichnen.

§. 149. Da ferner 1000 auch durch 125 theilbar ist, so ist jede Zahl durch 125 theilbar, die rechts drei Nullen, oder drei solche Ziffern hat, die eine durch 125 theilbare Zahl bezeichnen, also 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875.

§. 150. Dagegen ist eine Zahl durch 125 nicht theilbar, wenn sie rechts weder drei Nullen hat, noch auch drei solche Ziffern, die eine durch 125 theilbare Zahl bezeichnen.

Alle diese Sätze, und noch viele andere, die wir jedoch hier übergehen, lassen sich ganz so beweisen, wie bei den ersteren (§. 138 u. folg.) gezeigt worden.

§. 151. Wenn man die einzelnen Ziffern einer Zahl, ohne

Rücksicht auf ihre Stellen, addirt, und die Summe ist durch 9 theilbar, so ist die ganze Zahl selbst durch 9 theilbar.

Z. E. 56473821 ist durch 9 theilbar, denn die Summe der einzelnen Ziffern ist $5 + 6 + 4 + 7 + 3 + 8 + 2 + 1 = 36$, also durch 9 theilbar.

Jede solche mehrziffrige Zahl läßt sich, ihrer eigentlichen Bedeutung nach, als eine Summe aus so vielen Summanden ansehen, als sie Ziffern hat. Der erste Summand, die Ziffern von der Rechten an gezählt, also die Einer, giebt, durch 9 dividirt, (0 zum nächstkleineren Quotienten und) so viel zum Rest, als er selbst beträgt. Der zweite Summand, die Zehner, ist ein Product aus 10 und der in der zweiten Stelle stehenden Ziffer; weil 10, durch 9 dividirt, 1 zum Reste giebt, so muß, nach (§. 118.), dieser zweite Summand, wenn er durch 9 dividirt wird, denselben Rest geben, den die in der zweiten Stelle stehende Zahl giebt. Eben so sind nun alle folgenden Summanden Producte beziehlich aus 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 u. s. w. und der Ziffer der entsprechenden Stelle. Jeder der erstgenannten Factoren (nämlich 10, 100, 1000 u. s. w.) giebt aber, durch 9 dividirt, 1 zum Rest, wovon man sich auch ohne wirkliche Rechnung überzeugen kann: denn 100 ist das Product aus 10×10, da jeder dieser Factoren, durch 9 dividirt, 1 zum Rest giebt, so muß auch ihr Product 100, durch 9 dividirt, 1 zum Rest geben (§. 118.). 1000 ist $= 10 \times 100$, und weil jeder dieser beiden Faktoren, durch 9 dividirt, 1 zum Reste giebt, so giebt das Product selbst, wenn es durch 9 dividirt wird, 1 zum Rest. Gerade so ist jede folgende der genannten Zahlen das Product zweier solcher Zahlen, wovon jede, durch 9 dividirt, 1 zum Reste giebt; also giebt jede dieser Zahlen, wenn sie durch 9 dividirt wird, 1 zum Reste. Da nun der eine Factor, wie eben bewiesen, jedesmal 1 zum Reste hat, so giebt also, nach (§. 118.), das jedesmalige Product, d. h. jeder der Summanden, aus welchen die gegebene Zahl besteht, wenn derselbe durch 9 dividirt wird, denselben Rest, welchen die Ziffer der entsprechenden Stelle in der gegebenen Zahl giebt. Wenn nun bei einer Zahl die Summe dieser Reste, d. h. also die Summe der Reste, welche die einzelnen Ziffern der Zahl geben, durch 9 theilbar ist, so ist auch die ganze Zahl selbst durch 9 theilbar (§. 114.).

§. 152. Wenn also die Summe der einzelnen Ziffern einer Zahl durch 9 nicht theilbar ist, sondern einen Rest übrig läßt, so ist die Zahl selbst durch 9 nicht theilbar, und giebt denselben Rest (§. 115.).

§. 153. Ist die Summe der einzelnen Ziffern einer Zahl durch 3 theilbar, so ist die Zahl selbst durch 3 theilbar. Z. B. 4371 ist durch 3 theilbar, denn die Summe der einzelnen Ziffern $4 + 3 + 7 + 1 = 15$ ist durch 3 theilbar.

Eben so, wie (§. 151.), kann bewiesen werden, daß jeder der Summanden, in welche sich die ganze Zahl zerlegen läßt (im obigen Beispiel $1 + 70 + 300 + 4000$), durch 3 dividirt, denselben Rest geben muß, wie wenn man die entsprechende Ziffer der ganzen Zahl durch 3 dividirt (denn die Factoren 10, 100, 1000 ꝛc. geben alle, durch 3 dividirt, den Rest 1). Wenn also die Summe der Reste, welche die einzelnen Ziffern der Zahl geben, wenn sie durch 3 dividirt werden, durch 3 theilbar ist, so ist die ganze Zahl selbst durch 3 theilbar (§. 114.).

§. 154. Ist dagegen die Summe der einzelnen Ziffern einer Zahl durch 3 nicht theilbar, so ist auch die ganze Zahl selbst durch 3 nicht theilbar, und giebt, durch 3 dividirt, denselben Rest, wie die Summe der einzelnen Ziffern (§. 115).

§. 155. Findet man bei einer Zahl die Kennzeichen der durch 2 theilbaren Zahlen und der durch 3 theilbaren Zahlen zugleich, so ist eine solche Zahl durch $2 . 3$ oder 6 theilbar.

§. 156. Findet man bei einer Zahl die Kennzeichen der durch 2 theilbaren Zahlen und der durch 9 theilbaren Zahlen zugleich, so ist eine solche Zahl durch $2 \times 9 = 18$ theilbar.

§. 157. Finden sich bei einer Zahl die Kennzeichen der durch 4 theilbaren Zahlen und der durch 3 theilbaren Zahlen zugleich, so ist eine solche Zahl durch $4 \times 3 = 12$ theilbar.

Finden sich an einer Zahl die Kennzeichen der durch 4 theilbaren Zahlen und der durch 9 theilbaren Zahlen zugleich, so ist eine solche Zahl durch $4 \times 9 = 36$ theilbar.

158. Finden sich an einer Zahl die Kennzeichen der durch 8 theilbaren Zahlen und der durch 3 theilbaren Zahlen zugleich, so ist eine solche Zahl durch $3 \times 8 = 24$ theilbar.

§. 159. Finden sich an einer Zahl die Kennzeichen der durch

8 theilbaren Zahlen und der durch 9 theilbaren Zahlen, so ist eine solche Zahl durch $8 \times 9 = 72$ theilbar.

Auf diese Weise lassen sich noch mehr dergleichen Sätze aufstellen, welche wir jedoch hier, ihrer geringen Anwendbarkeit wegen, übergehen.

Anmerkung. Diese und manche andere Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen lassen sich, vermittelst der Anfangsgründe der Buchstabenrechnung, viel leichter auffinden, als es hier möglich war. Bezeichnet man nämlich die Zahl 10 durch z, so ist $100 = z^2$, $1000 = z^3$, $10000 = z^4$, u. s. w. und $bz + a$ bezeichnet jede zweiziffrige Zahl, so wie $cz^2 + bz + a$ jede dreiziffrige, $dz^3 + cz^2 + bz + a$ jede vierziffrige, und endlich

$$rz^m + qz^{m-1} + \ldots\ldots + dz^3 + cz^2 + bz + a$$

jede $m$ziffrige, d. h. jede beliebig vielziffrige Zahl.

Dividirt man nun, nach den Regeln der Buchstabenrechnung, die fünfziffrige Zahl $ez^4 + dz^3 + cz^2 + bz + a$ durch $z - 1$, so erhält man $ez^3 + (d + e) z^2 + (c + d + e) z + (b + c + d + e)$ zum Quotienten, und $a + b + c + d + e$ als Rest. Wie man sieht, ist der Rest die Summe der einzelnen Ziffern der gegebenen fünfziffrigen Zahl. So oft nun dieser Rest, in besondern Fällen, durch $z - 1$ theilbar ist, ist auch die gegebene Zahl durch $z - 1$ theilbar; und umgekehrt, ist dieser Rest nicht durch $z - 1$ theilbar, so ist auch die gegebene Zahl nicht durch $z - 1$ theilbar. Da nun $z - 1$ die Zahl 9 vorstellt, so geht hieraus hervor, was (§. 151. 152) auf einem andern Wege schon gefunden. Aber eben so wie hier für eine fünfziffrige Zahl der Beweis geführt wurde, so kann es für jede andere Zahl geschehen.

Dividirt man z. B. $cz^2 + bz + a$ durch $\frac{1}{3}(z - 1)$, so erhält man zum Quotienten $3cz + 3(b + c)$ und zum Rest $a + b + c$, d. h. die Summe der einzelnen Ziffern der gegebenen Zahl. Ist diese Summe durch $\frac{1}{3}(z - 1)$ theilbar, so ist die gegebene Zahl selbst dadurch theilbar; ist aber $a + b + c$ nicht durch $\frac{1}{3}(z - 1)$ theilbar, so ist auch die gegebene Zahl selbst nicht durch $\frac{1}{3}(z - 1)$ theilbar. Da, wenn $z = 10$, $z - 1 = 9$ ist, so ist $\frac{1}{3}(z - 1) = 3$, also giebt dies die Resultate (§. 153. 154.).

Man dividire ferner $ez^4 + dz^3 + cz^2 + bz + a$ durch $z + 1$, so erhält man zum Quotienten $ez^3 + (d - e) z^2 + (c - d + e) z + (b - c + d - e)$, und $a - b + c - d + e$ zum Rest. Wenn nun z 10 bezeichnet, so ist $z + 1 = 11$; ist also, in besondern Fällen, $a - b + c - d + e$ durch 11 theilbar, so ist die gegebene Zahl selbst durch 11 theilbar; ist dagegen dieser Rest nicht durch 11 theilbar, so ist die gegebene Zahl auch nicht durch 11 theilbar. Es ist aber dieser Rest $= (a + c + e) - (b + d)$, während a, c, e beziehlich die Ziffer der ersten, dritten und fünften Stelle, b und d die der zweiten und vierten Stelle bezeichnen. Man leitet hieraus leicht Folgendes ab: wenn in einer Zahl, von der Rechten an gerechnet, die Ziffern aller ungeraden Stellen (die Einer, Hunderter, Zehntausender u. s. w.), und dann besonders die Ziffern

aller geraden Stellen (die Zehner, Tausender, Hunderttausender, u. s. w.) addirt werden, und die Differenz dieser beiden Summen ist entweder Null, oder eine durch 11 theilbare Zahl, so muß die gegebene Zahl selbst durch 11 theilbar sein; ist dagegen die Differenz dieser beiden Summen eine durch 11 nicht theilbare Zahl, so ist auch die gegebene Zahl nicht durch 11 theilbar. Z. B. 75674852 ist durch 11 theilbar, denn die Summe der Ziffern der ungeraden Stellen ist $2 + 8 + 7 + 5 = 22$, die der geraden Stellen $5 + 4 + 6 + 7 = 22$ also ist die Differenz der beiden Summen Null. Eben so ist 6582917 durch 11 theilbar, denn es ist die Summe der Ziffern der ungeraden Stellen $7 + 9 + 8 + 6 = 30$, die der geraden Stellen $1 + 2 + 5 = 8$, also ihre Differenz $= 22$, d. h. eine durch 11 theilbare Zahl.

Setzt man ferner $z - 3$ statt 7, und dividirt z. B. $ez^4 + dz^3 + cz^2 + bz + a$ durch $z - 3$, so bekommt man als Rest $81.e + 27.d + 9.c + 3.b + a$, woraus sich, gerade wie oben, ein Gesetz für die Theilbarkeit der Zahlen durch 7 entnehmen läßt. Nimmt man aber $z + 3$, d. h. 13 zum Divisor, so erhält man $81.e - 27.d + 9.c - 3b + a$ zum Rest. Hieraus ist leicht zu ersehen, daß z. E. 3822 durch 7 theilbar ist; denn der Rest wird hier: $27.3 + 9.8 + 3.2 + 2 = 81 + 72 + 6 + 2 = 161$, welches durch 7 theilbar und $= 7.23$. — Eben so ist 559 durch 13 theilbar, denn der Rest ist: $9.5 - 3.5 + 9 = 6.5 + 9 = 39 = 13.3$. Indessen sind diese beiden Kennzeichen wegen ihrer Weitläufigkeit wenig anwendbar.

§. 160. Sollen mehrere gegebene Zahlen, z. B. 12, 9, 8, 16, 18, mit einander multiplicirt, und ihr Product durch das Product anderer gegebener Zahlen, z. B. 3, 15, 24, dividirt werden; soll also der Quotient von $\frac{12 . 9 . 8 . 16 . 18}{3 . 15 . 24}$ gesucht werden, so können, nach (§. 105.) Dividend und Divisor durch die ihnen gemeinschaftlichen Factoren wegdividirt werden. Dies giebt für obiges Beispiel: $\frac{12 . 9 . 8 . 16 . 18}{3 . 15 . 24} = \frac{4 . 9 . 8 . 16 . 18}{15 . 24}$, wenn man nämlich den Faktor 12 des Dividenden durch 3 dividirt, und den Faktor 3 des Divisors ebenfalls durch 3 dividirt, den daraus sich ergebenden Quotienten 1 aber ganz wegläßt, da er das Product der Factoren des Divisors doch nicht verändert. Läßt man ferner im Dividenden den Factor 9 weg, und dividirt dagegen im Divisor sowohl den Factor 15 als auch den Factor 24 durch 3, so ist der Divisor ebenfalls durch 9 dividirt, dies giebt: $\frac{4 . 8 . 16 . 18}{5 . 8}$, wo endlich noch im Dividend und Divisor der Factor 8 weggelassen

werden kann, so daß man nun $\frac{4 . 16 . 18}{5}$ erhält, welches offenbar viel leichter zu rechnen ist, als wenn man Dividend und Divisor nicht erst gegen einander gehoben hätte.

§. 161. Gewöhnlich schreibt man aber bei dergleichen Aufgaben den Divisor und Dividend nicht über einander, sondern neben einander, den Dividenden rechts, den Divisor links, und trennt sie durch einen Vertikalstrich. Das obige Beispiel wird dann auf folgende Weise angesetzt:

Divisor.	Dividend.
3	12
15	9
24	8
	16
	18

und die Rechnung selbst nimmt sich so aus:

Divisor.	Dividend.
~~3~~	~~12~~ 4
5 ~~15~~	~~9~~ 3
~~24~~	~~8~~
	16
	18

$$\begin{array}{r} 288 \\ \hline 1152 \end{array}(4$$

$$5)\begin{array}{r} 1152 \\ \hline 230 \end{array}$$ Quotient, 2 Rest.

Hier wurden die 3 links und 12 rechts durch 3 dividirt, links ergiebt sich der Quotient 1, welcher weggelassen wird, rechts der Quotient 4; 3 und 12 werden sogleich durchgestrichen. Dann wird links 15, rechts 9 durch 3 dividirt, links erhält man den Quotienten 5, rechts 3, 9 und 15 werden durchgestrichen; die beiden Factoren 3 und 8 rechts geben 24, welches gegen die 24 links gehoben wird. Es bleibt dann links, im Divisor, noch der Factor 5, rechts aber 18 . 16 . 4; multiplicirt man diese 3 Factoren mit einander, so erhält man zum Dividenden 1152, welche, durch 5 dividirt, 230 zum Quotienten und 2 zum Rest geben.

Es sei noch das Product der Zahlen 348, 150, 327, 2354 durch das Prduct der Zahlen 88, 200, 143, 162 zu dividiren:

```
   Divisor. | Dividend.
   22   88  |  348   87
    4  200  |  150    3
   13  143  |  327  109
   54  162  | 2354  214
   18       |       107
    9       |
   ---------------------
   117              763
    88            109
   ----           -----
   936            11663
   936               87
  -----           -----
  10296           81641
                 93304
               |1014681|98 Quotient.
               | 88041 |
               |  5673 Rest.
```

§. 162. Bliebe in einer solchen Rechnung, nachdem der Dividend und Divisor durch alle ihre gemeinschaftlichen Factoren dividirt worden, im Divisor kein Faktor mehr übrig, so hat man eigentlich 1 zum Divisor, weil jede der gegebenen Zahlen so lange dividirt worden, daß man für jede derselben zuletzt 1 erhielt; also muß sich der Dividend zum Quotienten ergeben (§. 70.).

§. 163. Erhielte man aber, nachdem Dividend und Divisor durch alle ihre gemeinschaftlichen Factoren dividirt worden, rechts aus dem Dividenden zuletzt keinen Factor mehr, so müßte man, aus den so eben erwähnten Gründen, den Dividenden 1 dafür setzen; die gesuchte Zahl wäre dann diejenige Zahl, welche, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden 1 giebt, welches zwar keine Zahl der Zahlenreihe ist, sondern unter die sogenannten „gebrochenen Zahlen" gehört, die im nächstfolgenden Kapitel behandelt werden sollen.

§. 166. Bei jeder Division, die einen Rest giebt, muß dieser noch in der Form eines Bruchs, dessen Zähler der Rest und dessen Nenner der Divisor ist, zu dem gefundenen nächstkleineren Quotienten addirt, d. h. vermittelst des Additionszeichens damit verbunden werden. Denn, wie wir oben gesehen haben, kann man z. B. statt $\frac{112}{9}$ auch setzen $\frac{108+4}{9}$, d. h. $\frac{108}{9}+\frac{4}{9}$ oder $12+\frac{4}{9}$. Eine solche Zahl, welche entsteht, wenn man zu einer ganzen Zahl noch eine gebrochene Zahl addirt, heißt eine gemischte Zahl; man schreibt aber die gemischten Zahlen gewöhnlich, ohne das Additionszeichen zwischen die ganze und gebrochene Zahl zu setzen, bloß dadurch, daß man den Bruch rechts neben die ganze Zahl hinsetzt: $12\frac{4}{9}$. So geben die Divisionen:

$$\frac{17}{8},\ \frac{11}{9},\ \frac{73}{3},\ \frac{127}{13},\ \frac{2035}{114} \text{ rc. beziehlich}$$

$$2\frac{1}{8},\ 1\frac{2}{9},\ 24\frac{1}{3},\ 9\frac{10}{13},\ 17\frac{97}{114} \text{ rc. zu Quotienten.}$$

§. 167. Man wendet gewöhnlich die Benennung „Bruch" auch auf solche angezeigte Divisionen an, deren Quotient eine ganze oder gemischte Zahl ist, nennt dies aber unächte Brüche, dagegen alle übrigen Brüche ächte heißen. Es ist klar, daß bei ächten Brüchen der Zähler immer kleiner ist, als der Nenner, bei unächten dagegen der Zähler so groß oder größer ist, als der Nenner.

$$\frac{4}{4},\ \frac{5}{4},\ \frac{6}{4},\ \frac{5}{5},\ \frac{6}{5},\ \frac{7}{5},\ \frac{10}{5},\ \frac{15}{5},\ \frac{17}{5},\ \frac{24}{6} \text{ u. s. w.}$$

sind unächte Brüche, dagegen

$$\frac{3}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{2}{6},\ \frac{3}{6},\ \frac{4}{6},\ \frac{5}{6} \text{ u. s. w.}$$

ächte Brüche sind.

§. 168. 1) Jeder unächte Bruch kann in eine ganze oder gemischte Zahl verwandelt werden, wenn man die durch den Bruch angezeigte Division wirklich verrichtet. So ist z. B. $\frac{175}{5}=35$; $\frac{76}{13}=5\frac{11}{13}$; $\frac{9}{9}=1$; $\frac{15}{15}=1$; u. s. w.

2) Die Einheit (1) läßt sich in der Form eines Bruchs darstellen, dessen Zähler und Nenner einander gleich, übrigens ganz belie-

big

big sind. Es ist z. B. $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6}$ ꝛc. Denn diese angezeigten Divisionen geben allemal 1 zum Quotienten.

§. 169. Die Zahl, die, 3 mal genommen, 2 giebt, ist offenbar 2 mal so groß, als die Zahl, die, 3 mal genommen, 1 giebt, d. h. $\frac{2}{3}$ ist 2 mal so groß als $\frac{1}{3}$, oder $\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$. Eben so ist die Zahl, die, 5 mal genommen, 3 giebt, 3 mal so groß als die Zahl, die, 5 mal genommen, 1 giebt, oder $\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5}$ u. s. w. Jeder Bruch kann also als ein Product angesehen werden, dessen einer Factor der Zähler des gegebenen Bruchs, der andere Factor aber der Bruch ist, dessen Zähler 1, dessen Nenner der Nenner des gegebenen Bruchs ist. So ist z. B. $\frac{5}{6} = 5 \cdot \frac{1}{6}$; $\frac{3}{7} = 3 \cdot \frac{1}{7}$; $\frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{1}{5}$ ꝛc.

§. 170. 1) Da z. B. $\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5}$ und $\frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{1}{5}$, so ist auch $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ so viel als $3 + 4$, d. h. 7 mal $\frac{1}{5}$ oder $\frac{7}{5}$. Auf gleiche Weise ist dann $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8}$ so viel als $3 + 5 + 6$, d. h. $14 \times \frac{1}{8}$ oder $\frac{14}{8}$, u. s. w.

Brüche mit einerlei Nenner werden also addirt, indem man ihre Zähler addirt, und den gemeinschaftlichen Nenner der gegebenen Brüche als Nenner beibehält.

Bei der Addition der Brüche setzt man gewöhnlich die Zähler noch besonders heraus, ohne die gleichen Nenner darunter zu setzen; z. B.

$$\begin{array}{r|c|l}
 & \overbrace{24} & \\
\frac{17}{24} & 17 & \\
\frac{13}{24} & 13 & \\
\frac{9}{24} & 9 & \\
\frac{19}{24} & 19 & \\
\hline
24 & 58 & 2\frac{10}{24} \text{ Summe.} \\
 & 10 &
\end{array}$$

2) Desgleichen werden auch Brüche mit einerlei Nenner von einander subtrahirt, indem man die Zähler der gegebenen Brüche von einander subtrahirt, und den gemeinschaftlichen Nenner als solchen beibehält.

Denn es ist z. B. $\frac{17}{19} - \frac{14}{19} = 17 - 14$, d. h. 3 mal $\frac{1}{19}$; $\frac{12}{13} - \frac{5}{13} = 12 - 5$ mal $\frac{1}{13}$ oder $\frac{7}{13}$, u. s. w.

Zwei oder mehr Brüche, die denselben Nenner haben, nennt man auch gleichnamige Brüche.

§. 171. 1) Die Zahl, die, z. B. 3 mal genommen, 2, 3, 4 ꝛc. mal so viel giebt, als eine andere, wenn sie eben so oft genommen wird, ist auch 2, 3, 4 ꝛc. mal so groß, als diese andere. So ist z. B. $\frac{4}{3} = 2 . \frac{2}{3}$; $\frac{6}{3} = 3 . \frac{2}{3}$, $\frac{8}{3} = 4 . \frac{2}{3}$ u. s. w. Und soll umgekehrt die Zahl gesucht werden, die z. B. 2 mal so groß ist als $\frac{2}{3}$, so muß dies demnach die Zahl sein, die 3 mal genommen 2 . 2 oder 4 giebt. Ein Bruch wird also mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl multiplicirt.

Es ist also $3 . \frac{5}{6} = \frac{15}{6}$; $7 . \frac{13}{25} = \frac{91}{25}$ u. s. w.

2) Und muß eine Zahl 2, 3, 4 ꝛc. mal so oft genommen werden, als eine andere, um dieselbe Zahl zu geben: so ist diese letzte Zahl auch 2, 3, 4 ꝛc. mal so groß, als erstere. Z. B. $\frac{7}{4}$ muß 4 mal genommen werden, um 7 zu geben; $\frac{7}{8}$ dagegen 8 mal, d. h. 2 mal so oft als $\frac{7}{4}$, um dasselbe zu geben; deshalb ist $\frac{7}{4} = 2 . \frac{7}{8}$. Eben so ist $3 . \frac{5}{6} = \frac{5}{2}$; $4 . \frac{9}{12} = \frac{9}{3}$ u. s. w. Ein Bruch wird also auch mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man den Nenner des Bruchs durch die Zahl dividirt.

3) Die beiden vorhergehenden Nummern können dann auf folgende Weise zusammengefaßt werden:

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man entweder den Zähler des Bruchs

mit dieser Zahl multiplicirt, oder den Nenner des Bruchs durch dieselbe dividirt.

§. 172. 1) Da nach (§. 171. Nr. 1.) z. B. $3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{6}$, d. h. da $\frac{5}{6}$ die Zahl ist, welche, mit 3 multiplicirt, $\frac{15}{6}$ giebt, so ist auch $\frac{5}{6}$ der Quotient, den man erhält, wenn $\frac{15}{6}$ durch 3 dividirt wird.

Ein Bruch wird also durch eine ganze Zahl dividirt, indem man den Zähler des Bruchs durch die ganze Zahl dividirt.

2) Da nach (§. 171. Nr. 2.) z. B. $3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{2}$, d. h. da $\frac{5}{6}$ die Zahl ist, welche, mit 3 multiplicirt, $\frac{5}{2}$ giebt, so ist auch $\frac{5}{6}$ der Quotient, den man erhält, wenn $\frac{5}{2}$ durch 3 dividirt wird.

Ein Bruch wird also durch eine ganze Zahl dividirt, indem man den Nenner des Bruchs mit der ganzen Zahl multiplicirt.

3) Die Nummern (1.) und (2.) können also auf folgende Weise zusammengefaßt werden:

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, indem man entweder den Zähler des Bruchs durch die ganze Zahl dividirt, oder den Nenner des Bruchs mit derselben multiplicirt.

Es versteht sich von selbst, daß in (§. 171. Nr. 3. und §. 172. Nr. 3.) die verlangte Operation nur dann durch das Dividiren ausgeführt werden kann, wenn in (§. 171. Nr. 3.) der Nenner, in (§. 172. Nr. 3.) aber der Zähler sich wirklich durch die gegebene ganze Zahl dividiren läßt.

§. 173. Dadurch, daß der Nenner eines Bruchs, z. B. $\frac{9}{10}$, mit einer Zahl (5) multiplicirt wird, dividirt man nach (§. 172. Nr. 2.) den Bruch $\frac{9}{10}$ durch 5, d. h. man erhält die Zahl $\frac{9}{50}$, die, 5 mal genommen werden muß, um wieder $\frac{9}{10}$ zu geben. Dadurch aber, daß man den Zähler des Bruchs $\frac{9}{50}$ mit 5 multiplicirt, wird nach (§. 171. Nr. 1.) der Bruch selbst mit 5 multiplicirt (oder 5 mal

genommen). Man erhält dadurch $\frac{9 \, . \, 5}{10 \, . \, 5} = \frac{45}{50}$, welcher Bruch demnach wieder gleich $\frac{9}{10}$ sein muß. Multiplicirt man also den Zähler und den Nenner eines Bruches mit ein und derselben ganzen Zahl, so bleibt der Bruch seinem Werthe nach unverändert.

§. 174. Dieses Satzes (§. 173.) bedient man sich, um statt gegebener Brüche andere, dem Werthe nach diesen gleiche Brüche zu finden, die aber einen gegebenen Nenner haben. Ist z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ gegeben, und soll ein diesem gleicher Bruch gesucht werden, dessen Nenner 20 ist, so hat man nur zu untersuchen, wie viel mal der gegebene Nenner 4 genommen werden muß, um den neuen Nenner 20 zu erhalten, d. h. man dividirt den Nenner 20 durch den Nenner 4 des gegebenen Bruchs, und erhält 5 zum Quotienten; der Nenner 4 muß also mit 5 multiplicirt werden, um den neuen Nenner 20 zu geben; damit der Bruch $\frac{3}{4}$ in seinem Werth unverändert bleibt, muß also der Zähler 3 ebenfalls mit 5 multiplicirt werden; dadurch erhält man aber

$$\frac{5 \, . \, 3}{5 \, . \, 4} \text{ oder } \frac{15}{20}; \text{ also ist } \frac{3}{4} = \frac{15}{20}.$$

Desgleichen ist

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} \text{ x.}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} \text{ x.}$$

§. 175. Dividirt man den Zähler eines Bruches, z. B. $\frac{20}{24}$, durch eine ganze Zahl (4), so wird, nach (§. 172. Nr. 1.), der Bruch $\frac{20}{24}$ durch 4 dividirt, d. h. der dadurch erhaltene Bruch $\frac{5}{24}$ giebt, 4 mal genommen, wieder $\frac{20}{24}$. Dividirt man nun im Bruche $\frac{5}{24}$ noch den Nenner durch die Zahl 4, so erhält man den Bruch $\frac{5}{6}$, der nach (§. 171. Nr. 2.) $= 4 \, . \, \frac{5}{24}$, also wieder dasselbe wie $\frac{20}{24}$ ist. Dividirt man also den Zähler und den Nenner

eines Bruches durch ein und dieselbe ganze Zahl, so bleibt der Bruch seinem Werthe nach unverändert.

§. 176. Vermittelst dieses Satzes kann man gegebene Brüche in den kleinstmöglichen Zahlen ausdrücken. Wäre z. B. der Bruch $\frac{864}{1536}$ gegeben, so übersieht man leicht, namentlich mit Hülfe der (§. 138. u. folg.) erwähnten Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen, daß sich Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs zunächst durch 4 theilen lassen; daraus erhält man den Bruch $\frac{216}{384}$, Zähler und Nenner dieses Bruchs lassen sich wieder durch 4, aber auch durch 3, also durch 12 dividiren; hieraus erhält man $\frac{18}{32}$; endlich lassen sich Zähler und Nenner von $\frac{18}{32}$ noch durch 2 dividiren, so daß nun der gegebene Bruch $\frac{864}{1536}$, in den kleinsten Zahlen ausgedrückt, $\frac{9}{16}$ wird. Die Rechnung erhält dann gewöhnlich folgende Gestalt:

$$\begin{array}{c|c|c|c} \multicolumn{2}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{12} & \multicolumn{1}{c}{2} \\ \frac{864}{1536} & \frac{216}{384} & \frac{18}{32} & \frac{9}{16} \end{array}$$

§. 177. Es ist indeß nicht in jedem Falle so leicht, die, dem Zähler und Nenner des Bruchs gemeinschaftlichen Faktoren sogleich zu übersehen, namentlich wenn diese Faktoren größere Zahlen sind, die selbst nicht weiter durch andere kleinere Zahlen theilbar sind. In solchen Fällen wendet man das (§. 126.) beigebrachte Verfahren an, den größtmöglichen gemeinschaftlichen Faktor des Zählers und Nenners zu finden, und gelangt dadurch jedesmal zum Ziele, wenn diese beiden Zahlen einen gemeinschaftlichen Faktor haben, oder findet im entgegengesetzten Falle, daß der Bruch sich nicht in kleineren Zahlen ausdrücken läßt. Z. B. es soll der Bruch $\frac{115}{391}$ in kleineren Zahlen ausgedrückt werden. Man sieht hier sogleich, daß keines der (§. 138. u. folg.) angeführten Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen Anwendung finden kann, und nimmt daher sogleich seine Zuflucht zu dem oben erwähnten Verfahren, indem man nämlich die größere der beiden Zahlen, für welche ein gemeinschaftlicher Theiler

gesucht werden soll, hier den Nenner, durch die kleinere, den Zähler, dividirt, und mit dem dadurch erhaltenen Reste wieder in den vorhergehenden Divisor dividirt, und so lange fortfährt, mit dem bei der letzten Division erhaltenen Reste in den Divisor derselben Division zu dividiren, bis die Division aufgeht, d. h. bis kein Rest mehr bleibt. Der letzte Divisor ist dann die größte Zahl, durch welche sich sowohl der Zähler als Nenner des gegebenen Bruchs dividiren lassen. Dies giebt für obiges Beispiel folgende Rechnung:

115	391	3		
	46	115	2	
		23	46	2

woraus hervorgeht, daß 23 der größte gemeinschaftliche Theiler der beiden Zahlen 115 und 391 ist. Dividirt man also den Zähler und den Nenner des Bruchs $\frac{115}{391}$ durch 23, so erhält man $\frac{5}{17}$, welcher Bruch dem gegebenen gleich, und in den kleinsten Zahlen ausgedrückt ist. Um anzugeben, daß ein Bruch in seinen kleinsten Zahlen ausgedrückt werden soll, sagt man gewöhnlich, er soll gehoben oder verkleinert werden.

§. 178. 1) Nach (§. 168. Nr. 2.) ist $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$ ꝛc. folglich ist z. B. $2 = 2 \cdot \frac{2}{2}$ oder $\frac{4}{2}$; eben so ist dann $2 = 2 \cdot \frac{3}{3} = \frac{6}{3}$; $2 = 2 \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{4}$, u. s. w. Jede ganze Zahl kann also in einen unächten Bruch mit beliebig gegebenem Nenner verwandelt werden.

Sollen z. B. 17 Ganze in einen Bruch verwandelt werden, dessen Nenner 39 ist, so erhält man dafür $17 \cdot \frac{39}{39}$ oder $\frac{663}{39}$.

2) Daher können nun auch beliebige gemischte Zahlen in Brüche verwandelt werden, und zwar zunächst in solche Brüche, deren Nenner der Nenner des, in der gemischten Zahl enthaltenen Bruches ist. Z. B. $3\frac{4}{5}$ in einen (unächten) Bruch zu verwandeln, dessen Nenner 5 ist. Es ist $1 = \frac{5}{5}$, also $3 = 3 \cdot \frac{5}{5} = \frac{15}{5}$; folglich $3\frac{4}{5} = \frac{15}{5} + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$ (nach §. 170. Nr. 1.). Es ist von selbst einleuchtend, daß

nun der gefundene Bruch $(\frac{19}{5})$, je nachdem es erforderlich ist, nach (§. 173. oder §. 175.) behandelt werden kann. — Betrachtet man den Inhalt dieser Nummer (2) etwas genauer, so sieht man leicht, daß sie eigentlich zeigt, wie ein Bruch zu einer ganzen Zahl addirt werde.

3) Um einen Bruch von einer ganzen Zahl zu subtrahiren, z. B. $3 - \frac{4}{5}$ zu finden, würde man die 3 Ganzen in einen Bruch mit dem Nenner 5 verwandeln, so erhielte man: $\frac{15}{5} - \frac{4}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$. Allein, wenn der zu subtrahirende Bruch ein ächter ist, so reicht es schon hin, von den 3 Ganzen nur 1 zu nehmen, dafür $\frac{5}{5}$ zu setzen, und den Bruch $\frac{4}{5}$ von $\frac{5}{5}$ zu subtrahiren, man erhält dadurch $\frac{1}{5}$ und von den Ganzen bleiben dann noch 2, so daß die Differenz wieder $2\frac{1}{5}$ ist.

Eben so ist z. B. $9 - \frac{3}{8} = 8\frac{5}{8}$; denn für $9 - \frac{3}{8}$ hat man zunächst $8 + 1 - \frac{3}{8}$ oder $8 + \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 8 + \frac{5}{8}$ wofür man $8\frac{5}{8}$ schreibt.

§. 179. Um Brüche mit verschiedenen Nennern zu addiren und zu subtrahiren, verwandelt man sie in Brüche mit gleichen Nennern, und addirt oder subtrahirt sie dann nach (§. 170.). Z. B. es seien die Brüche $\frac{4}{5}$ und $\frac{3}{7}$ zu addiren, so muß zunächst eine Zahl gefunden werden, welche als gemeinschaftlicher Nenner der gegebenen Brüche bequem zu gebrauchen ist. Nach (§. 173.) wird aber ein Bruch in einen andern mit gegebenem Nenner dadurch verwandelt, daß man Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs mit ein und derselben Zahl multiplicirt; und diese Zahl wird nach (§. 173.) jedesmal gefunden, wenn man den neuen Nenner durch den alten Nenner des gegebenen Bruchs dividirt; damit aber durch diese Division sich eine ganze Zahl ergebe, eignet sich als neuer Nenner nur eine solche Zahl, die ein Vielfaches des alten Nenners ist. In dem

Beispiele $\frac{4}{5}+\frac{3}{7}$ muß also der neue Nenner, welcher beiden Brüchen gemeinschaftlich werden soll, ein Vielfaches von 5, aber auch ein Vielfaches von 7 sein, also 5×7 oder 35. Nun ist $\frac{4}{5}=\frac{28}{35}$ und $\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$, und $\frac{28}{35}+\frac{15}{35}=\frac{43}{35}$ oder $1\frac{8}{35}$. Uebrigens ist leicht einzusehen, daß die Rechnung um so mehr verkürzt wird, je kleiner der für die gegebenen Brüche gefundene gemeinschaftliche Nenner ist; man sucht daher das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Nenner der gegebenen Brüche, nach (§. 136.) und nimmt dies als gemeinschaftlichen Nenner (auch General-Nenner genannt).

Es seien z. B. die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{7}$ und $\frac{7}{12}$ zu addiren. Man findet als Generalnenner die Zahl 252. Darnach hat man nun die Zahl zu bestimmen, womit Zähler und Nenner jedes Bruches multiplicirt werden muß, nach (§. 173.). (Da nämlich alle gegebenen Brüche in solche verwandelt werden sollen, die zwar noch denselben Werth, aber 252 zum Zähler haben: so frägt es sich jedesmal, womit der Nenner multiplicirt werden soll, um 252 zu geben; für den Bruch $\frac{3}{4}$ muß er mit $\frac{252}{4}$, d. h. mit 63 multiplicirt werden, und damit der Werth des Bruchs unverändert bleibe, muß natürlich dann auch der Zähler mit derselben Zahl multiplicirt werden). Diese Quotienten des Generalnenners durch die einzelnen Nenner der gegebenen Brüche sind, der Ordnung nach: 63, 42, 28, 36, 21; folglich die neuen Zähler 3.63, 5.42, 8.28, 5.36, 7.21, oder 189, 210, 224, 180, 147, so daß man also statt der gegebenen Brüche jetzt $\frac{189}{252}$, $\frac{210}{252}$, $\frac{224}{252}$, $\frac{180}{252}$, $\frac{147}{252}$ hat, welche nach (§. 170. Nr. 1.) dadurch addirt werden, daß man die Zähler addirt, und den gemeinschaftlichen Nenner beibehält. Hierdurch erhält man $\frac{950}{252}$ oder $3\frac{194}{252}$ oder $3\frac{97}{126}$. Die Rechnung erhält aber gewöhnlich folgende Gestalt:

252		
$\frac{3}{4}$	63	189
$\frac{5}{6}$	42	210
$\frac{8}{9}$	28	224
$\frac{5}{7}$	36	180
$\frac{7}{12}$	21	147
252	950	$3\frac{97}{126}$
	$\frac{194}{252}$	$\frac{97}{126}$

Um den Generalnenner zu finden:

$$3 \mid 4,\ 6,\ 9,\ 7,\ 12$$
$$ 3 \qquad 4$$
$$3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 = 252$$

Oder:

$$3 \mid 9,\ 7,\ 12$$
$$ 3 \qquad 4$$
$$3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 = 252$$

In vielen Fällen ist es übrigens auch leicht, den Generalnenner sogleich zu erkennen. Z. B. es seien die Brüche $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ zu addiren, so erkennt man sogleich $3 \cdot 8$ oder 24 als General-Nenner, und erhält also folgende Rechnung:

24		
$\frac{7}{8}$	21	
$\frac{3}{4}$	18	
$\frac{1}{2}$	12	
$\frac{2}{3}$	16	
24	67	$2\frac{19}{24}$
	19	

wo, wegen der Leichtigkeit der Rechnung, bloß die neuen Zähler der Brüche hingeschrieben wurden.

§. 180. Kommen unter den zu addirenden Zahlen sowohl ganze, als gemischte und gebrochene Zahlen vor: so addirt man erst die Brüche, dann die Ganzen, und zählt die Ganzen, welche die Summe der Brüche manchmal enthält, noch zu den übrigen Ganzen

Beispiele $\frac{4}{5}+\frac{3}{7}$ muß also der neue Nenner, welcher beiden Brüchen gemeinschaftlich werden soll, ein Vielfaches von 5, aber auch ein Vielfaches von 7 sein, also 5×7 oder 35. Nun ist $\frac{4}{5}=\frac{28}{35}$ und $\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$, und $\frac{28}{35}+\frac{15}{35}=\frac{43}{35}$ oder $1\frac{8}{35}$. Uebrigens ist leicht einzusehen, daß die Rechnung um so mehr verkürzt wird, je kleiner der für die gegebenen Brüche gefundene gemeinschaftliche Nenner ist; man sucht daher das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Nenner der gegebenen Brüche, nach (§. 136.) und nimmt dies als gemeinschaftlichen Nenner (auch General-Nenner genannt).

Es seien z. B. die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{7}$ und $\frac{7}{12}$ zu addiren. Man findet als Generalnenner die Zahl 252. Darnach hat man nun die Zahl zu bestimmen, womit Zähler und Nenner jedes Bruches multiplicirt werden muß, nach (§. 173.). (Da nämlich alle gegebenen Brüche in solche verwandelt werden sollen, die zwar noch denselben Werth, aber 252 zum Zähler haben: so frägt es sich jedesmal, womit der Nenner multiplicirt werden soll, um 252 zu geben; für den Bruch $\frac{3}{4}$ muß er mit $\frac{252}{4}$, d. h. mit 63 multiplicirt werden, und damit der Werth des Bruchs unverändert bleibe, muß natürlich dann auch der Zähler mit derselben Zahl multiplicirt werden). Diese Quotienten des Generalnenners durch die einzelnen Nenner der gegebenen Brüche sind, der Ordnung nach: 63, 42, 28, 36, 21; folglich die neuen Zähler $3 \cdot 63$, $5 \cdot 42$, $8 \cdot 28$, $5 \cdot 36$, $7 \cdot 21$, oder 189, 210, 224, 180, 147, so daß man also statt der gegebenen Brüche jetzt $\frac{189}{252}$, $\frac{210}{252}$, $\frac{224}{252}$, $\frac{180}{252}$, $\frac{147}{252}$ hat, welche nach (§. 170. Nr. 1.) dadurch addirt werden, daß man die Zähler addirt, und den gemeinschaftlichen Nenner beibehält. Hierdurch erhält man $\frac{950}{252}$ oder $3\frac{194}{252}$ oder $3\frac{97}{126}$. Die Rechnung erhält aber gewöhnlich folgende Gestalt:

ner hat, addirt diesen Bruch zu dem Bruche des Minuenden, und subtrahirt dann den Bruch des Subtrahenden von dieser Summe. Es versteht sich von selbst, daß die ganze Zahl des Minuenden alsdann um 1 vermindert werden muß. Z. B. es seien $3\frac{4}{5}$ von $17\frac{2}{11}$ zu subtrahiren. Der Generalnenner ist 55, $\frac{2}{11} = \frac{10}{55}$, $\frac{4}{5} = \frac{44}{55}$; $1 = \frac{55}{55}$, und $\frac{10}{55} + \frac{55}{55} = \frac{65}{55}$, $\frac{65}{55} - \frac{44}{55} = \frac{21}{55}$ und $16 - 3 = 13$, folglich die gesuchte Differenz $= 13\frac{21}{55}$. Hier stehe noch die Rechnung selbst:

	55	65
$17\frac{2}{11}$	5	10
$3\frac{4}{5}$	11	44
$13\frac{21}{55}$.		$\frac{21}{55}$

Es ist übrigens bequemer, den Bruch des Subtrahenden erst von 1 zu subtrahiren, und zu der erhaltenen Differenz den Bruch des Minuenden zu addiren. Im vorhergehenden Beispiel erhielte man dann: $\frac{55}{55} - \frac{44}{55} = \frac{11}{55}$, und $\frac{11}{55} + \frac{10}{55} = \frac{21}{55}$.

§. 183. Sollen nun endlich mehrere gebrochene, gemischte, auch ganze Zahlen zum Theil addirt, zum Theil subtrahirt werden: so addirt man erst alle die Zahlen, welche addirt, dann auch alle die, welche subtrahirt werden sollen, und subtrahirt die Summe dieser letztern von der erst erhaltenen Summe. Z. B. es sei:

$$12\frac{8}{9} - \frac{11}{13} + 27\frac{1}{2} + 14 - 3\frac{5}{8} - \frac{4}{5} + \frac{7}{12} - 6\frac{8}{15} - 13$$

zu finden, so erhält man folgende Rechnung:

	36
$12\frac{8}{9}$	32
$27\frac{1}{2}$	18
$14\frac{7}{12}$	21
$54\frac{35}{36}$.	$\frac{71}{36} = 1\frac{35}{36}$

Es seien z. B. $9\frac{2}{3}$, $26\frac{7}{15}$, $36\frac{11}{12}$, $104\frac{8}{9}$, $63\frac{7}{10}$ zu addiren, so erhält man folgende Rechnung:

180		
$9\frac{2}{3}$	60	120
$26\frac{7}{15}$	12	84
$36\frac{11}{12}$	15	165
$104\frac{8}{9}$	20	160
$63\frac{7}{10}$	18	126
$241\frac{23}{36}$. 180		655 | 3
		$\frac{115}{180}$ | $\frac{23}{36}$

§. 181. Um nun zwei Brüche von einander zu subtrahiren, verfährt man, wie schon oben bemerkt, auf ganz gleiche Weise. Man sucht den Generalnenner der beiden gegebenen Brüche, verwandelt diese in solche mit diesem Nenner, und subtrahirt dann, nach (§. 170. Nr. 2.) ihre Zähler von einander. Z. B. es sollen $\frac{5}{9}$ von $\frac{23}{24}$ subtrahirt werden, so findet man 72 zum Generalnenner, und erhält dann folgende Rechnung:

72		
$\frac{23}{24}$	3	69
$\frac{5}{9}$	8	40
		$\frac{29}{72}$ die gesuchte Differenz.

§. 182. Wenn gemischte Zahlen von einander zu subtrahiren sind, so kann es sich zuweilen ereignen, daß der Bruch des Subtrahenden größer ist, als der des Minuenden, und folglich nicht von diesem subtrahirt werden kann. Man verfährt dann wie in (§. 178. Nr. 3.), nimmt nämlich 1 von den Ganzen des Minuenden, verwandelt dies in einen Bruch, welcher den Generalnenner zum Nen-

$\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$, also $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{7}$ ist; nun ist $\frac{1}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{4\,.\,7}$, d. h. $= \frac{1}{28}$, also sind $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = 3 \times \frac{1}{28} = \frac{3}{28}$.

Ist endlich $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ zu finden, so hat man $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$ und $\frac{5}{7} = 5 \times \frac{1}{7}$, also $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = 2 \times \frac{1}{3} \times 5 \times \frac{1}{7} = 2 \times 5 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7}$; $\frac{1}{3} \times \frac{1}{7}$ ist aber $\frac{1}{3\,.\,7}$, $5 \times \frac{1}{3\,.\,7} = \frac{5}{3\,.\,7}$ und dies noch mit 2 multiplicirt, giebt $\frac{2\,.\,5}{3\,.\,7} = \frac{10}{21}$.

Zwei Brüche werden also mit einander multiplicirt, indem man die Zähler mit einander multiplicirt und auch die Nenner mit einander multiplicirt; das Product der Zähler giebt den Zähler, das Product der Nenner aber den Nenner des neuen Bruchs.

§. 185. Ist eine gemischte Zahl mit einer ganzen, gebrochenen oder gemischten Zahl zu multipliciren, so verwandelt man die gemischte Zahl (oder beide gemischte Zahlen, wenn beide Faktoren dergleichen sind) in einen unächten Bruch, und multiplicirt dann diesen Bruch mit der ganzen Zahl nach (§. 171. Nr. 1.) oder die beiden Brüche mit einander nach dem Vorhergehenden. Z. B. es sei $3\frac{4}{5}$ mit 7 zu multipliciren, so ist $3\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$, also hat man $7 \times \frac{19}{5}$ oder $\frac{7\,.\,19}{5} = \frac{133}{5} = 26\frac{3}{5}$. Es sei ferner $2\frac{3}{8}$ mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. $2\frac{3}{8}$ ist $\frac{19}{8}$, und $\frac{19}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{19\,.\,3}{8\,.\,4} = \frac{57}{32} = 1\frac{25}{32}$. Endlich sei $6\frac{1}{2}$ mit $2\frac{2}{3}$ zu multipliciren. $6\frac{1}{2}$ ist $\frac{13}{2}$ und $2\frac{2}{3}$ ist $\frac{8}{3}$; also erhält man $\frac{13}{2} \times \frac{8}{3}$ oder $\frac{13\,.\,8}{2\,.\,3} = \frac{104}{6} = 17\frac{2}{6} = 17\frac{1}{3}$.

§. 186. Man kann aber noch auf andere Weise zu denselben Resultaten gelangen. Um z. B. das Product $7 \times 3\frac{4}{5}$ zu erhalten, muß man eigentlich 7×3 zu $7 \times \frac{4}{5}$ hinzusetzen, also 21 zu $\frac{28}{5}$ oder $5\frac{3}{5}$ addiren; $21 + 5\frac{3}{5}$ sind $26\frac{3}{5}$. Und $2\frac{3}{8} \times \frac{3}{4}$ ist $2 \times \frac{3}{4} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{4}$ oder $1\frac{1}{2} + \frac{9}{32} = 1\frac{25}{32}$. Ferner ist $6\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3} = 6$.

$2 + 6 . \frac{2}{3} + \frac{1}{2} . 2 + \frac{1}{2} . \frac{2}{3}$, d. i. $12 + \frac{12}{3} + 1 + \frac{2}{6}$ oder $12 + 4 + 1 + \frac{1}{3}$, d. h. $17\frac{1}{3}$. Dieses letztere Verfahren ist namentlich in allen den Fällen vorzuziehen, wo die in den gemischten Zahlen vorkommenden Ganze größere Zahlen sind. An folgendem Beispiele möge noch die Rechnung selbst gezeigt werden: es sei nämlich $1416\frac{13}{15}$ mit $704\frac{8}{29}$ zu multipliciren. Hier erhält man $704 \times 1416 + 704 \times \frac{13}{15} + \frac{8}{29} \times 1416 + \frac{8}{29} \times \frac{13}{15}$.

$$\begin{array}{r|r}
1416\frac{13}{15} & \\
704\frac{8}{29} & \\
\hline
5664 & \\
9912 & 435 \\
610\frac{2}{15} & 58 \\
390\frac{18}{29} & 270 \\
\frac{104}{435} & 104 \\
\hline
997864\frac{432}{435} & 432
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
704 \\
13 \\
\hline
2112 \\
704 \\
\hline
15 \,|\, 9152 \,|\, 610\frac{2}{15} \\
15 \\
2 \\[1em]
1416 \\
8 \\
\hline
29 \,|\, 11328 \,|\, 390\frac{18}{29} \\
262 \\
18
\end{array}$$

das gesuchte Product.

§. 187. Wenn z. B. 7 durch $\frac{1}{4}$ zu dividiren ist, so soll man eigentlich die Zahl suchen, die, mit $\frac{1}{4}$ multiplicirt, 7 giebt. Nach dem vorigen Paragraphen aber, wird eine Zahl mit $\frac{1}{4}$ multiplicirt, wenn man sie durch 4 dividirt: also stellt $7 : \frac{1}{4}$ die Zahl vor, welche, durch 4 dividirt, 7 giebt, welches offenbar 7×4 oder 28 ist. Und sollte 7 durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden, so bedenke man, daß $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{4} \times 3$ ist, daß also $7 : \frac{3}{4} = \frac{7 : \frac{1}{4}}{3}$, d. h. $= \frac{7 . 4}{3}$. $\frac{7 . 4}{3}$ ist aber auch dasselbe wie $7 . \frac{4}{3}$, so daß also $7 : \frac{3}{4} = 7 . \frac{4}{3}$.

Eben so ist dann aber auch z. B. $\frac{8}{9} : \frac{2}{5} = \frac{8}{9} \times \frac{5}{2}$, d. i. $\frac{40}{18} =$ $2\frac{4}{18}$ oder $2\frac{2}{9}$.

Eine beliebige Zahl wird also durch einen Bruch dividirt, wenn man diesen Bruch (den Divisor) umkehrt (d. h. den Zähler zum Nenner und den Nenner zum Zähler macht, so daß aus $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$, aus $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{2}$ u. s. w. wird) und damit multiplicirt.

§. 188. Ist der Divisor eine gemischte Zahl, so wird sie in einen unächten Bruch verwandelt, und der Dividend mit dem umgekehrten Bruche nach (§. 184.) multiplicirt. So ist $5 : 1\frac{2}{3} = 5 : \frac{5}{3}$ $= 5 . \frac{3}{5} = \frac{15}{5} = 3$; $\frac{7}{12} : 2\frac{3}{4} = \frac{7}{12} : \frac{11}{4} = \frac{7}{12} . \frac{4}{11} = \frac{28}{132} = \frac{7}{33}$; $17\frac{1}{2} : 3\frac{3}{5} = 17\frac{1}{2} : \frac{18}{5} = 17\frac{1}{2} . \frac{5}{18} = 17 \times \frac{5}{18} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{18}$ oder $\frac{85}{18}$ $+ \frac{5}{36} = 4\frac{13}{18} + \frac{5}{36}$ oder $4\frac{31}{36}$.

Hier finde noch die Rechnung eines Beispiels in größern Zahlen eine Stelle. Es sei $2715\frac{7}{9}$ durch $49\frac{4}{7}$ zu dividiren.

$2715\frac{7}{9}$: $49\frac{4}{7}$

7   3123 $\frac{347}{7}$

347	19005	$54\frac{267}{347}$	2403
	1655	$\frac{49}{3123}$	49
	267		
Gesuchter Quot.		$54\frac{2452}{3123}$	2452

Es wurde hier erst 2715 mit $\frac{7}{347}$ multiplicirt, d. h. mit 7 multiplicirt und durch 347 dividirt; dies gab $54\frac{267}{347}$. Nachher wurde noch $\frac{7}{9}$ mit $\frac{7}{347}$ multiplicirt; dies gab $\frac{49}{3123}$. Die Summe dieser beiden Produkte war dann das gesuchte Resultat. Man hätte aber auch sogleich $2715\frac{7}{9}$ mit 7 multipliciren und das Product durch 347 dividiren können. Bei dieser Division ergiebt sich ein

Rest $272\frac{4}{9}$, welcher ebenfalls noch durch 347 dividirt werden muß (§. 165.). Man verwandelt daher $106\frac{1}{9}$ in einen unächten Bruch, und dividirt diesen durch die ganze Zahl 347 nach (§. 172. Nr. 2.). Dies giebt folgende Rechnung:

$$2715\frac{7}{9} : 49\frac{4}{7}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 19005 \\ 5\frac{4}{9} \end{array} \qquad \frac{347}{7}$$

$$347 \,\Big|\, 19010\frac{4}{9} \,\Big|\, 54\frac{2452}{3132}, \text{ gesuchter Quotient.}$$

$$\begin{array}{r} 1660 \\ 272\frac{4}{9} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{2452}{9} : 347 = \frac{2452}{3132}.$$

§. 189. Bei dem Multipliciren und Dividiren der Brüche mit und durch einander kann man oft die Rechnung bedeutend erleichtern, wenn man (§. 160.) in Anwendung bringt. Denn es ist z. B. $\frac{7}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 4}{8 \cdot 5}$; eben so ist auch $\frac{9}{10} : \frac{3}{4} = \frac{9}{10} \times \frac{4}{3} = \frac{9 \cdot 4}{10 \cdot 3}$. Man erhält also sowohl für die Multiplication, als auch für die Division nichts weiter, als eine Division zweier Producte ganzer Zahlen durch einander, daher die angeführten Sätze ihre Anwendung finden. In den erwähnten Beispielen kann man also, ehe man die wirkliche Rechnung ausführt, Dividend und Divisor durch die, beiden gemeinschaftlichen Faktoren wegdividiren. So erhält man z. B. statt $\frac{7 \cdot 4}{8 \cdot 5}$ dann $\frac{7}{2 \cdot 5}$ oder $\frac{7}{10}$, und statt $\frac{9 \cdot 4}{10 \cdot 3}$ erhält man $\frac{3 \cdot 2}{5}$ oder $\frac{6}{5}$ oder $1\frac{1}{5}$. Dieselben Vortheile benutzt man natürlich auch bei gemischten Zahlen, wenn dieselben in unächte Brüche verwandelt werden.

§. 190. Ist z. B. das Product $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{7}$ durch das andere Product $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$ zu dividiren: so erhält man zunächst

$$\frac{\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{7}}{\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5\,.\,3}{6\,.\,7}}{\frac{3\,.\,2}{4\,.\,3}},$$

nach (§. 184.). Es soll nun hier der Bruch $\frac{5\,.\,3}{6\,.\,7}$ durch den andern Bruch $\frac{3\,.\,2}{4\,.\,3}$ dividirt werden; nach (§. 187.) geschieht dies dadurch, daß man den Divisor umkehrt, und dann den Dividenden damit multiplicirt. Dadurch erhält man also: $\frac{5\,.\,3}{6\,.\,7} \times \frac{4\,.\,3}{3\,.\,2}$. Diese beiden Brüche werden nun nach (§. 184.) mit einander multiplicirt; dies giebt:

$\frac{5\,.\,3\,.\,4\,.\,3}{6\,.\,7\,.\,3\,.\,2}$, welches nach (§. 189.) $\frac{5}{7}$ ist.

Aus diesem Beispiele ist aber leicht Folgendes zu ersehen:

A. Wenn das Product mehrerer Brüche (oder auch gemischter Zahlen, wenn solche in unächte Brüche verwandelt werden) durch das Product mehrerer anderer Brüche (oder gemischter Zahlen) dividirt werden soll, so verwandelt sich die ganze Rechnung in eine Division, deren Dividend und Divisor Producte ganzer Zahlen sind.

B. Der Dividend dieser letzten Division hat zu Faktoren: a) die Zähler der Brüche, welche den Dividenden der erst gegebenen Division ausmachten; b) die Nenner der Brüche, welche den Divisor der erst gegebenen Division ausmachten. — Der Divisor dieser letzten Division dagegen hat zu Faktoren: a) die Zähler der Brüche, welche den Divisor der erst gegebenen Division ausmachten; b) die Nenner der Brüche, welche den Dividenden der erst gegebenen Division ausmachten.

§. 191. Ist daher das Product beliebig vieler gebrochener oder gemischter Zahlen durch das Product beliebig vieler anderer gebrochener oder gemischter Zahlen zu dividiren, so verwandelt man erst alle gemischten Zahlen in unächte Brüche, schreibt die Zähler aller Brüche des Dividenden, und die Nenner aller Brüche des Divisors als Faktoren eines Products neben einander, dann auch die Zähler aller Brüche des Divisors und die Nenner aller Brüche des Dividenden als Faktoren eines andern Products neben einander; jenes erste Product giebt den Dividenden, dies letztere den Divisor einer Division, in welcher man zuerst alle, dem Dividenden

und Divisor gemeinschaftlichen Faktoren gegenseitig hebt, und nachgehends die Rechnung wirklich ausführt. Sollten in dem einen oder in beiden gegebenen Producten auch noch ganze Zahlen vorkommen, so würden diese in dem angegebenen Verfahren keine Aenderung veranlassen; denn die ganzen Zahlen des Dividenden würden wieder Factoren des Dividenden, und die ganzen Zahlen des Divisors würden Faktoren des Divisors der zuletzt erhaltenen Division. Für die Rechnung selbst ist es aber bequemer, die gegebenen (ganzen, gebrochenen und gemischten) Zahlen des Dividenden alle unter einander zu schreiben, links derselben einen Vertikalstrich zu ziehen, und dann die gegebenen (ganzen, gebrochenen und gemischten) Zahlen des Divisors links dieses Vertikalstrichs ebenfalls unter einander zu setzen, wie schon (§. 161.) für ganze Zahlen geschehen, und sodann zu verfahren, wie hier oben angegeben worden.

Es sei z. B. das Product der Zahlen 9, $\frac{7}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{5}$, $24\frac{2}{3}$, $1\frac{7}{9}$ durch das Product der Zahlen $3\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, 6, $2\frac{5}{8}$, $\frac{8}{9}$ zu dividiren, so erhält man folgenden Ansatz, in welchem zugleich noch alle gemischte Zahlen in Brüche verwandelt worden.

Divisor.		Dividend.	
$\frac{15}{4}$	$3\frac{3}{4}$	9	
	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	
	6	$2\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{21}{8}$	$2\frac{5}{8}$	$3\frac{3}{5}$	$\frac{18}{5}$
	$\frac{8}{9}$	$24\frac{2}{3}$	$\frac{74}{3}$
		$1\frac{7}{9}$	$\frac{16}{9}$

Bringt man nun hier alle, im Divisor vorkommenden Nenner auf die Seite des Dividenden, und alle im Dividenden vorkommenden Nenner auf die Seite des Divisors, und hebt dann die, beiden Seiten gemeinschaftlichen Faktoren weg, so erhält man:

Divisor.		Dividend.	
5	15	9	3
	5	7	
	6	5	
8	21	18	
	8	74	
	8	16	2
	2	4	
	5	6	
	8	6	
	9	9	
	5 . 5	3 . 74 . 2 . 4	
oder	25	1776 | $71\frac{1}{25}$ der gesuchte Quotient.	
		26	
		1	

Man kann übrigens die Nenner derjenigen Brüche, welche aus den gemischten Zahlen entstehen, sogleich bei dem Verwandeln derselben in Brüche auf die andere Seite hinüberschaffen, und wird überhaupt durch Uebung dahin gelangen, das Geschäft so viel wie möglich abzukürzen. Die ganze Rechnung erhält dann folgende Gestalt:

Divisor.	Dividend.
5 15 $3\frac{3}{4}$	9 3
$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$
6	$2\frac{1}{2}$ 5
3 21 $2\frac{5}{8}$	$3\frac{3}{5}$ 18
$\frac{8}{9}$	$24\frac{2}{3}$ 74
(8)	$1\frac{7}{9}$ 16
2	4
5	6 2
3	8
9	9
5 . 5	3 . 74 . 4 . 2
d. i. 25	1776 | $71\frac{1}{25}$ der gesuchte Quotient.
	26
	1

Versuchte man es, dieses Beispiel dadurch zu berechnen, daß man erst alle (ganzen, gebrochenen und gemischten) Faktoren des Dividenden, dann auch die des Divisors mit einander multiplicirte, und ersteres Product durch letzteres dividirte: so würde man zwar ebenfalls zu demselben Resultate gelangen müssen, welches oben auf kürzerem Wege erhalten wurde; allein die Rechnung würde unverhältnißmäßig viel länger und verwickelter, daher auch die Richtigkeit des gefundenen Resultates um so mehr einem Rechnungsfehler ausgesetzt sein. Um die Vortheile, welche diese Art der Berechnung gewährt, so oft wie möglich benutzen zu können, ist es daher immer besser, die Operationen, welche mit den in einer Aufgabe vorkommenden Zahlen zu verrichten sind, erst nur anzuzeigen, d. h. die gegebenen Zahlen mit dazwischen gesetzten Additions, Subtraktions-, Multiplications- und Divisions-Zeichen, so wie es die Aufgabe verlangt, hinzuschreiben, (besonders ist dies aber in den Fällen von Wich-

tigkeit, wo nur Multiplicationen und Divisionen vorkommen), sodann die Zahlen nach der bisher gegebenen Anleitung gegenseitig zu heben, und erst nachdem dies geschehen die Operationen wirklich zu verrichten. In diesem einzigen Umstande (nebst noch einer unbedeutenden Bemerkung, welche wir gelegentlich bei Behandlung der benannten Zahlen beibringen werden) sind alle sogenannten Abkürzungen, Vortheile u. s. w. des Rechnens vereinigt.

§. 192. Nachdem nun also gezeigt worden, wie Brüche addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt werden, so ist es leicht, jede Zusammensetzung ganzer, gebrochener und gemischter Zahlen vermittelst dieser 4 Operationen zu berechnen. Einige der am gewöhnlichsten vorkommenden, verwickelteren Rechnungen mögen hier noch durchgeführt werden. Z. B. es ist $\frac{3\frac{5}{6}}{5} = \frac{\frac{23}{6}}{5} = \frac{23}{30}$; eben so $\frac{25\frac{3}{8}}{3} = \frac{\frac{203}{8}}{3} = \frac{303}{24} = 8\frac{11}{24}$; oder man kann in diesem letzten Beispiele sogleich durch 3 dividiren, so erhält man: $8\frac{1\frac{3}{8}}{3} = 8\frac{\frac{11}{8}}{3} = 8\frac{11}{24}$.

Ferner: $\frac{3\frac{2\frac{1}{3}}{4}}{5}$ heißt so viel als: $2\frac{1}{3}$ soll durch 4 dividirt, der erhaltene Quotient zu 3 addirt, und diese Summe wieder durch 5 dividirt werden; deshalb erhält man zunächst: $\frac{3\frac{\frac{7}{3}}{4}}{5}$ dann $\frac{3\frac{7}{12}}{5}$, sodann $\frac{\frac{43}{12}}{5}$, und endlich $\frac{43}{60}$. —

Es sei ferner $6\frac{2\frac{1\frac{2}{3}}{8}}{3}$ zu berechnen. Es soll hier erst $1\frac{2}{3}$ durch 8 dividirt, der Quotient dann zu 2 addirt, die erhaltene Summe durch 3 dividirt und dieser Quotient wieder zu 6 addirt werden. Man erhält deshalb nach und nach folgende Ausdrücke dafür:

$$6\frac{2\frac{1\frac{2}{3}}{8}}{3} = 6\frac{2\frac{\frac{5}{3}}{8}}{3} = 6\frac{2\frac{5}{24}}{3} = 6\frac{\frac{53}{24}}{3} = 6\frac{53}{72}.$$

Es sei $\dfrac{5\frac{2\frac{3\frac{1\frac{5}{7}}{9}}{8}}{13}}{9\frac{3\frac{5\frac{1\frac{2}{7}}{9}}{6}}{5}}$ zu berechnen.

Man hat $1\frac{5}{7} = \frac{12}{7}$; $1\frac{5}{7} : 9 = \frac{12}{7 \cdot 9} = \frac{4}{21}$; $3\frac{4}{21} = \frac{67}{21}$; $\frac{67}{21} : 8 = \frac{67}{168}$, und $2\frac{67}{168} = \frac{403}{168}$, $\frac{403}{168} : 13 = \frac{31}{168}$; $5\frac{31}{168} = \frac{871}{168}$, welches der Zähler des gesuchten Bruchs ist. Ferner: $1\frac{2}{7} : 9 = \frac{1}{7}$, $5\frac{1}{7} : 6 = \frac{6}{7}$; $3\frac{6}{7} : 5 = \frac{27}{35}$, und $9\frac{27}{35} = \frac{342}{35}$, welches der Nenner ist. Endlich: $\frac{871}{168} : \frac{342}{35} = \frac{871 \times 35}{168 \times 342} = \frac{871 \times 5}{24 \times 342} = \frac{4355}{8208}$.

Die zu Ende des vierten und fünften Kapitels angeführten Aufgaben zum Kopfrechnen, können nun auch hier mit gebrochenen und gemischten Zahlen durchgenommen werden; da sie indessen daselbst weitläufig behandelt sind, so wird es nicht nöthig sein, sie hier noch einmal besonders aufzuführen. In der Beispielsammlung soll noch eine hinreichende Anzahl dieser Aufgaben gegeben werden.

Schlußbemerkung.

Die Lehre von den Brüchen läßt sich auch noch auf andere Weise, anschaulicher, vortragen, als es in diesem Kapitel geschehen ist, obgleich man dann auf der andern Seite an Gründlichkeit und Uebereinstimmung mit dem Früheren einbüßt. Geht man nämlich von der oben gegebenen Definition aus: ein Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$, ist die Zahl, die, mit dem Nenner 4 multiplicirt, den Zähler 3 giebt (nachdem nämlich die Ausdrücke „Zähler" und „Nenner", wie oben, gehörig erklärt worden): so kann man den Bruch $\frac{3}{4}$ auch als 3 solche

Theile eines Ganzen ansehen, deren 4 zu einem Ganzen gehören. Aehnliches gilt nun von jedem andern Bruche. Man hat also beim Bruche zweierlei zu unterscheiden; nämlich erstens die Größe der Theile und zweitens die Anzahl der Theile. Hat man also Brüche mit gleichen Nennern zu addiren oder zu subtrahiren, z. B. $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$ oder $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$, so hat man, im ersten Falle $7 + 2$ oder 9, im andern Falle $7 - 2$ oder 5 solcher Theile, deren 9 zum Ganzen gehören, d. h. Neuntel. Eben so deutlich sieht man auch nach dieser Ansicht die Nothwendigkeit ein, daß ungleichnamige Brüche vor der Addition oder Subtraction in gleichnamige verwandelt werden müssen. — Für die Multiplication und Division der Brüche mit und durch ganze Zahlen bemerke man Folgendes: nach dem oben Gesagten wird ein Bruch, z. E. $\frac{7}{24}$, 2, 3, 4, rc. mal so groß gemacht, als er ist, erstens: wenn man beziehlich 2, 3, 4, rc. mal so viel derselben Theile nimmt, also 2, 3, oder 4 mal 5 Vierundzwanzigstel; zweitens: wenn man eben so viele, aber beziehlich 2, 3, oder 4 mal so große Theile nimmt. Ein Theil eines Ganzen ist aber um so größer, eine je geringere Anzahl desselben zum Ganzen gehört, und da der Nenner stets diese Anzahl (wie viel nämlich der durch den Bruch ausgedrückten Theile zum Ganzen gehören) anzeigt; so wird ein Bruch um so größer, je kleiner sein Nenner ist. Hieraus gehen nun die Regeln des (§. 171.) hervor. Aber eben so deutlich sieht man hieraus ein, daß ein Bruch um so kleiner wird, um so weniger Theile man nimmt, oder auch um so kleiner man die Theile macht; d. h. also, um so kleiner der Zähler, oder um so größer der Nenner ist, welches die Regeln des (§. 172.) giebt.

Soll nun irgend eine ganze, gebrochene oder gemischte Zahl mit einem Bruche, z. B. mit $\frac{1}{4}$, multiplicirt werden, so soll man die Zahl suchen, die noch 4 mal genommen werden muß, um den erst gegebenen Multiplicanden wieder zu erhalten, d. h. die gegebene Zahl muß durch 4 dividirt werden; und da $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$ ist, so erhielte man z. B. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$, wenn man $\frac{1}{4} \times \frac{5}{7}$ sucht, und das

erhaltene Product noch mit 3 multiplicirt; da aber $\frac{1}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{7} : 4 = \frac{5}{4 \,.\, 7}$, so ist $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \,.\, 5}{4 \,.\, 7} = \frac{15}{28}$.

Soll ferner z. E. $\frac{5}{7}$ durch $\frac{3}{7}$ dividirt werden, so soll man suchen, wie oft 3 Theile, nämlich Siebentel, genommen werden müssen, um 5 Theile derselben Art zu erhalten, und man sieht leicht ein, daß dies eben so viel zum Quotienten geben muß, wie wenn man 5 durch 3 dividirt, also $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Haben die Brüche, welche durch einander dividirt werden sollen, ungleiche Nenner, so verwandelt man sie in solche mit gleichen Nennern. Hieraus gehen die Regeln der (§§. 184—188.) hervor. Natürlich müssen nachgehends die Regeln für alle diese Verfahrungsarten in Worte gefaßt werden, gerade wie dies oben geschehen ist. Dies sind die wesentlichsten Punkte, worin man von dem oben befolgten Gange abweichen könnte, alles Uebrige schließt sich dann sehr leicht daran an.

Achtes Kapitel.

Von den Decimalbrüchen.

§. 193. Wenn man zwischen irgend zwei mehrerer neben einander geschriebener Ziffern ein Komma setzt, die Ziffern linker Hand des Kommas für Ganze gelten läßt, für die Ziffern rechts vom Komma aber dasselbe Gesetz annimmt, nach welchem in unserm Zahlensysteme die Einheiten jeder Ziffer einen 10 mal so großen Werth haben, als die der rechts neben ihr stehenden, also einen 10 mal kleineren Werth, als die der links neben ihr stehenden; so muß, da die letzte Ziffer links vom Komma Einer bedeutet, die erste rechts vom Komma Zehntel, die zweite $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{10}$, d. h. Hundertel, die dritte $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{100}$, d. h. Tausendtel, u. s. w. bedeuten. Nach dieser Annahme drückt 47,3652 also 47 Ganze $+ \frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{2}{10000}$ aus. Auf vorstehende Weise geschriebene Brüche hei-

beliebig viele 9 in der dritten und den folgenden Decimalstellen. Da aber der Decimalbruch 0,999... grösser ist, als jeder andere aus kleineren Zahlen als 9, bestehende Decimalbruch; so ist eine 1 *in* irgend einer Stelle eines Decimalbruchs grösser als alle folgenden Decimalstellen zusammen, so viele ihrer auch sein mögen.

Also ist z. B. 0,001 grösser als 0,00076439; 49,6 grösser als 49,579864; denn die erste Decimalstelle des ersten Bruches ist um 1 grösser als die erste des zweiten Bruches; eben so ist 3,42 grösser, als 3,41659871, u. s. w.

§. 202. Um gegebene Decimalbrüche zu einander zu addiren, oder von einander zu subtrahiren, bedenke man nur, daß jeder Decimalbruch, sammt den Ganzen, einem gemeinen Bruche gleich ist (derselbe ist ein ächter, wenn der Decimalbruch keine Ganzen enthält, dagegen ein unächter, wenn der Decimalbruch Ganze enthält), dessen Zähler die Ganzen nebst den Decimalstellen, wenn man nämlich das Komma wegläßt, dessen Nenner 1 mit so viel angehängten Nullen, als der gegebene Bruch Decimalen hat. Diese Brüche werden unter gleiche Benennung gebracht, indem man den Zählern der Decimalbrüche so viele Nullen anhängt, bis sie alle eine gleiche Zahl Decimalen haben, wo dann der gemeinschaftliche Nenner eine 1 mit so viel angehängten Nullen ist, als jeder der Brüche jetzt Decimalen erhalten hat. Die so erhaltenen Zähler können nun wie ganze Zahlen zu einander addirt, oder von einander subtrahirt werden; die erhaltene Summe oder Differenz ist der Zähler eines Bruches, dessen Nenner der oben gefundene gemeinschaftliche Nenner aller gegebenen Decimalbrüche ist, so daß also das Resultat leicht wieder in Form eines Decimalbruchs hingestellt werden kann. Es seien z. B. 5,43; 116,068; 0,76094 und 1716,45 zu addiren. Diese Decimalzahlen sind der Reihe nach folgenden Brüchen gleich, nämlich:

$$\frac{543}{100},\ \frac{116068}{1000},\ \frac{76094}{100000},\ \frac{171645}{100}.$$

Der gemeinschaftliche Nenner dieser Brüche ist 100000, also erhält man dafür:

$$\frac{543000 + 11606800 + 76094 + 171645000}{100000};$$

Komma stehende Zahl, dessen Nenner aber der Nenner der letzten Decimalstelle ist. Da indessen die erste Decimalstelle nach dem Komma 10 zum Nenner hat, die zweite 100, die dritte 1000, u. s. w., so enthält der gemeinschaftliche Nenner aller Decimalstellen auch jedesmal gerade so viele Nullen, als Decimalstellen vorhanden sind.

Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, daß Nullen, welche in einem Decimalbruche, der keine Ganzen enthält, unmittelbar rechts vom Komma stehen, weggelassen werden, sobald man den Decimalbruch in der Form eines gemeinen Bruches schreibt. Z. B. $0{,}0047 = \frac{47}{10000}$.

§. 195. Stehen bei einem Decimalbruche auch noch Ganze, so können auch diese in einen unächten Bruch verwandelt werden, dessen Nenner der gemeinschaftliche Nenner des Decimalbruchs ist, so daß man dann durch Addition die Ganzen mit dem Bruche in einen einzigen unächten Bruch vereinigen kann. Z. B. $256{,}74 = \frac{25600}{100} + \frac{74}{100} = \frac{25674}{100}$; $7{,}06 = \frac{700}{100} + \frac{6}{100} = \frac{706}{100}$. Es ist klar, daß bei dieser Verwandlung den Ganzen allemal gerade so viel Nullen angehängt werden, als der Bruch Decimalen hat, daß also bei der Addition die Decimalen genau die Stellen der, den Ganzen angehängten Nullen einnehmen, daher ein mit Ganzen behafteter Decimalbruch einem unächten Bruche (von der Form der gemeinen Brüche) gleich ist, dessen Zähler erhalten wird, wenn man in der Decimalzahl das Komma wegläßt, und dessen Nenner der gemeinschaftliche Nenner des Decimalbruchs ist. So z. B. ist

$$57{,}04 = \frac{5704}{100},$$

$$6{,}50437 = \frac{650437}{100000},$$

$$9{,}00064 = \frac{900064}{100000}.$$

§. 196. Soll also ein gegebener Decimalbruch in Ziffern geschrieben werden, so müssen rechts vom Komma so viele Stellen gesetzt werden, als der Nenner des Bruchs Nullen hat; kommen im Zähler des gegebenen Bruches nicht so viele vor, so müssen die fehlenden unmittelbar hinter dem Komma durch Nullen ersetzt werden.

z. B. $\frac{17}{100} = 0,17$; $4\frac{376}{1000} = 4,376$; $\frac{17}{1000} = 0,017$; denn $\frac{17}{1000}$ $= \frac{10}{1000} + \frac{7}{1000} = \frac{1}{100} + \frac{7}{1000} = \frac{0}{10} + \frac{1}{100} + \frac{7}{1000} = 0,017$. $\frac{24}{10000} = 0,0024$; $700\frac{13}{100000} = 700,00013$.

Auch jede ganze Zahl kann als Decimalbruch geschrieben werden, z. B. 15 ist = 15,0 = 15,00 ꝛc.

§. 197. Da z. B. $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{60}{100}$ (indem man Zähler und Nenner mit 10 multiplicirt), dieser letzte Bruch aber in Form eines Decimalbruchs durch 0,60 ausgedrückt wird; da ferner $\frac{6}{10}$ auch $= \frac{600}{1000}$ (indem man Zähler und Nenner mit 100 multiplicirt), dieser letzte Bruch aber in Form eines Decimalbruchs durch 0,600 ausgedrückt wird, und da dasselbe für 3, 4 und mehr Nullen ebenfalls gilt: so wird der Werth eines Decimalbruchs nicht verändert, wenn man demselben rechts beliebig viele Nullen anhängt, oder Nullen, die am weitsten zur Rechten desselben stehen, wegläßt. So z. B. ist 6,4 = 6,40 = 6,400 = 6,4000, u. s. w.; 57,003 = 57,0030 = 57,00300, u. s. w.; 0,004 = 0,0040 = 0,00400 ꝛc.

§. 198. Rückt man z. B. in dem Decimalbruche 796,5312 das Komma eine Stelle weiter rechts, so daß jetzt 7965,312 daraus wird, so hat jede Stelle einen zehnfachen Werth erhalten; denn 7 bedeutete 700, jetzt aber 7000; 9 bedeutete 90, jetzt 900; 6 bedeutete 6 Einer, jetzt 60; 5 bedeutete $\frac{5}{10}$, jetzt 5 Einer; 3 bedeutete $\frac{3}{100}$, jetzt $\frac{3}{10}$, u. s. w. Dadurch also, daß das Komma eines Decimalbruchs eine Stelle weiter rechts gerückt wird, erhält die dadurch bezeichnete Zahl einen zehnfachen Werth, wird also mit 10 multiplicirt. Auf dieselbe Weise wird nachgewiesen, daß, wenn das Komma um 2, 3, 4, u. s. w. Stellen rechts gerückt wird, der Decimalbruch dadurch mit 100, 1000, 10000 u. s. w. multiplicirt wird.

§. 199. Rückt man dagegen in obigem Bruche 796,5312 das Komma um eine Stelle gegen die Linke zu, so daß 79,65312 daraus wird, so bedeutet 7 jetzt 70, 9 bedeutet 9 Einer, 6 aber

$\frac{6}{10}$, 5 bedeutet $\frac{5}{100}$, u. s. w.; also hat jetzt jede Stelle nur $\frac{1}{10}$ des Werthes, den sie vorher hatte, d. h. der Decimalbruch ist durch 10 dividirt. Auf gleiche Weise kann erwiesen werden, daß, wenn das Komma eines Decimalbruchs um 2, 3, 4 2c. Stellen links gerückt wird, der Bruch durch 100, 1000, 10000 u. s. w. dividirt wird.

§. 200. Sollte z. B. der Decimalbruch 9,6 mit 100 multiplicirt, also das Komma um 2 Stellen rechts gerückt werden, so müßte man rechts noch eine Null anhängen, so daß man 960 (Ganze) erhielte. Denn die 9 Ganzen müssen jetzt 100×9, d. h. 900, und die $\frac{6}{10}$ auch $100 \times \frac{6}{10}$, d. h. 60 Ganze werden, also $100 \times 9{,}6 = 900 + 60 = 960$. Und sollte derselbe Decimalbruch 9,6 durch 100 dividirt, also das Komma um 2 Stellen links gerückt werden, so müßte man links noch eine Null anhängen, so daß 0,096 daraus würde. Denn die 9 Ganzen müssen jetzt $\frac{9}{100}$, die $\frac{6}{10}$ aber $\frac{6}{10} : 100$, also $\frac{6}{1000}$ werden, also ist $9{,}6 : 100 = \frac{9}{100} + \frac{6}{1000} = 0{,}096$.

Beispiele.

$76{,}348 \times 100 = 7634{,}8$; $94{,}87 \times 100 = 9487$; $34{,}07 \times 1000 = 34070$; $6{,}8 \times 1000 = 6800$; $\frac{345{,}3}{100} = 3{,}453$; $\frac{90{,}7}{100} = 0{,}907$; $\frac{43{,}8}{1000} = 0{,}0438$; $\frac{0{,}5}{1000} = 0{,}0005$; $\frac{75}{10} = \frac{75{,}0}{10} = 7{,}5$; $\frac{75}{100} = \frac{75{,}0}{100} = 0{,}75$; $\frac{75}{1000} = 0{,}075$.

§. 201. Es ist offenbar 1 größer als 0,9, und gleichfalls größer als 0,9999...., wo durch die Punkte angedeutet werden soll, daß noch beliebig viele Decimalen angehängt werden können; dividirt man nun 1 durch 10, und den Decimalbruch 0,9999.... auch durch 10, so erhält man 0,1 größer als 0,09999....; also ist 1 in der ersten Decimalstelle größer als beliebig viele 9 in der zweiten- und den folgenden Stellen. Dividirt man ferner 1 und auch 0,9999.... durch 100, so erhält man 0,01 größer als 0,009999...., d. h. 1 in der zweiten Decimalstelle ist größer als

beliebig viele 9 in der dritten und den folgenden Decimalstellen. Da aber der Decimalbruch 0,999... größer ist, als jeder andere aus kleineren Zahlen als 9, bestehende Decimalbruch; so ist eine 1 in irgend einer Stelle eines Decimalbruchs größer als alle folgenden Decimalstellen zusammen, so viele ihrer auch sein mögen.

Also ist z. B. 0,001 größer als 0,00076439; 49,6 größer als 49,579864; denn die erste Decimalstelle des ersten Bruches ist um 1 größer als die erste des zweiten Bruches; eben so ist 3,42 größer, als 3,41659871, u. s. w.

§. 202. Um gegebene Decimalbrüche zu einander zu addiren, oder von einander zu subtrahiren, bedenke man nur, daß jeder Decimalbruch, sammt den Ganzen, einem gemeinen Bruche gleich ist (derselbe ist ein ächter, wenn der Decimalbruch keine Ganzen enthält, dagegen ein unächter, wenn der Decimalbruch Ganze enthält), dessen Zähler die Ganzen nebst den Decimalstellen, wenn man nämlich das Komma wegläßt, dessen Nenner 1 mit so viel angehängten Nullen, als der gegebene Bruch Decimalen hat. Diese Brüche werden unter gleiche Benennung gebracht, indem man den Zählern der Decimalbrüche so viele Nullen anhängt, bis sie alle eine gleiche Zahl Decimalen haben, wo dann der gemeinschaftliche Nenner eine 1 mit so viel angehängten Nullen ist, als jeder der Brüche jetzt Decimalen erhalten hat. Die so erhaltenen Zähler können nun wie ganze Zahlen zu einander addirt, oder von einander subtrahirt werden; die erhaltene Summe oder Differenz ist der Zähler eines Bruches, dessen Nenner der oben gefundene gemeinschaftliche Nenner aller gegebenen Decimalbrüche ist, so daß also das Resultat leicht wieder in Form eines Decimalbruchs hingestellt werden kann. Es seien z. B. 5,43; 116,068; 0,76094 und 1716,45 zu addiren. Diese Decimalzahlen sind der Reihe nach folgenden Brüchen gleich, nämlich:

$$\frac{543}{100},\ \frac{116068}{1000},\ \frac{76094}{100000},\ \frac{171645}{100}.$$

Der gemeinschaftliche Nenner dieser Brüche ist 100000, also erhält man dafür:

$$\frac{543000 + 11606800 + 76094 + 171645000}{100000};$$

oder, stellt man sie unter einander, und läßt den Nenner vorläufig weg:

$$\begin{array}{r} 543000 \\ 11606800 \\ 76094 \\ 171645000 \\ \hline 1838{,}70894 \end{array}$$

Da nämlich der Generalnenner 5 Nullen enthält, so muß auch die gefundene Summe 5 Decimalstellen erhalten.

Es sei ferner 6,7913 von 743,2 zu subtrahiren. Es ist $6{,}7913 = \frac{67913}{10000}$ und $743{,}2 = \frac{7432}{10} = \frac{7432000}{10000}$, also die gesuchte Differenz $= \frac{7432000 - 67913}{10000}$, oder, wenn man die Zähler unter einander schreibt und den gemeinschaftlichen Nenner wegläßt:

$$\begin{array}{r} 7432000 \\ 67913 \\ \hline 736{,}4087 \end{array}$$

Weil der Generalnenner 4 Nullen hat, so muß auch die gefundene Differenz 4 Decimalstellen enthalten.

§. 203. Dadurch, daß jedem der gegebenen Decimalbrüche so viele Nullen angehängt werden, bis sie alle gleich viel Decimalstellen haben, und die Zähler der so erhaltenen Brüche dann, wie ganze Zahlen, mit ihren letzten Stellen rechts unter einander gesetzt werden, kommen natürlicher Weise jedesmal die Kommata aller so unter einander geschriebenen Brüche gerade unter einander zu stehen, und vom Komma aus, links und rechts, die übrigen Stellen in ihrer Aufeinanderfolge ebenfalls unter einander. Hieraus läßt sich für die Addition und Subtraction der Decimalbrüche folgendes kürzere Verfahren leicht ableiten: Man schreibe nämlich alle gegebenen Decimalbrüche so unter einander, daß die Kommata aller Brüche gerade unter einander zu stehen kommen und die Ziffern links und rechts vom Komma in ihrer Aufeinanderfolge ebenfalls unter einander; addire oder subtrahire sodann, rechts anfangend, als ob die, bei einigen der unter einander geschriebenen Zahlen, rechts fehlenden Stellen mit Nullen ausgefüllt wären, und die Kommata gar nicht da wären; in der erhaltenen Summe oder Differenz setze man das

Komma zwischen dieselben beiden Stellen, wo es in den gegebenen Zahlen steht.

§. 204. Kommen unter denen, zum Addiren oder Subtrahiren gegebenen Zahlen auch Ganze ohne anhangende Decimalen vor, so kann man sich rechts der letzten Ziffer (der Einer) ebenfalls ein Komma und die nöthige Zahl Nullen hinzudenken, um sie ebenfalls in der Form eines Decimalbruchs zu erblicken.

Beispiele.

Addition.

0,65	264,93
147,045	98,0763
56,7	1897,
0,00543	4,92
4689,107	700,135
4893,50743	2965,0613

Subtraction.

649,53216	34,0435
75,358	19,8076
574,17416	14,2359

739,25	341,
94,76801	75,07438
644,48199	265,92562

§. 205. Es sei der Decimalbruch 56,423 mit 8,35 zu multipliciren. Es ist 56,423 $= \frac{56423}{1000}$, und 8,35 $= \frac{835}{100}$. Diese beiden gemeinen Brüche werden nun mit einander multiplicirt, indem man die Zähler mit einander, und auch die Nenner mit einander multiplicirt; also erhält man zum Product einen Bruch, dessen Zähler 56423×835, und dessen Nenner $1000 \times 100 = 100000$, d. h. das Product ist ein Decimalbruch, welcher entsteht, wenn man die gegebenen Faktoren, mit Weglassung des Kommas, mit einander multiplicirt, und von dem so erhaltenen Producte so viele Decimalen absondert, als beide Factoren zusammen genommen Decimalstellen haben (weil in obigem Beispiele der eine Factor 3, der andere

2 Decimalstellen hat, so erhält das Product 2 + 3 = 5 Decimalstellen, nämlich so viele, als der Nenner, 100 × 1000 = 100000, Nullen hat). Die Rechnung dieses Beispiels ist nun:

```
   56,423
     8,35
  -------
   282115
  169269
 451384
 --------
 471,13205
```

Denkt man sich eine ganze Zahl als einen Decimalbruch, der gar keine Decimalstelle hat, so gilt das oben Gesagte auch noch, im Falle daß der eine Faktor eine ganze Zahl ist. — Auch ist noch zu bemerken, daß an das Product links noch Nullen angehängt werden müssen, sobald die Zahl der Decimalstellen beider Faktoren zusammen größer ist, als die Zahl aller der, durch die Multiplication entstandenen Stellen.

Beispiele.

```
   36,29          5,87
    1,53        0,0036
  ------       -------
  10887          3522
 18145          1761
 3629          --------
 -------       0,021132
 55,5237

  6,83509         1931
       45       0,0045
 --------      -------
  3417545         9655
 2734036         7724
 ---------     -------
 307,57905      8,6895
```

§. 206. Es sei nun der Decimalbruch 56,056 durch 9,8 zu dividiren. Man hat wieder $56,056 = \frac{56056}{1000}$ und $9,8 = \frac{98}{10}$, und $\frac{56056}{1000} : \frac{98}{10}$ ist $= \frac{56056}{1000} \times \frac{10}{98} = \frac{56056}{98} \times \frac{10}{1000}$, wo also der erste Faktor anzeigt, daß die gegebenen Zahlen, ohne Rücksicht auf das Komma, durch einander dividirt werden müssen; der andere Faktor, $\frac{10}{1000}$, zeigt, daß der, durch diese Division erhaltene Quotient noch

zu

zu dividiren ist, durch eine Zahl, welche aus 1 und so viel angehängten Nullen besteht, als der gegebene Dividend Decimalen hat, weniger die Zahl der Decimalen des gegebenen Divisors, d. h. der Quotient erhält so viele Decimalen, als der Dividend deren hat, weniger die Zahl der Decimalen des Divisors. Für das hier benutzte Beispiel hat man nun folgende Rechnung:

Divisor.	Dividend.	Quotient.
9,8	56,056	5,72
	705	
	196	

Da der Dividend 3, der Divisor 1 Decimalstelle hat, so erhält der Quotient 3 — 1 = 2 Decimalstellen.

§. 207. Enthält der Dividend weniger Decimalen, als der Divisor, oder ist der Dividend eine bloße ganze Zahl, so hängt man demselben die zur Division nöthige Zahl Nullen an, wodurch, wie oben bewiesen, der Werth desselben nicht verändert wird. Es sei z. B. 9596,3 durch 4,789 zu dividiren.

Divisor.	Dividend.	Quotient.
4,789	9596,3..	2003
	18300	
	3933 Rest.	

Der Quotient hat hier keine Decimalstelle, denn der Divivisor hat deren 3, der Dividend hat ebenfalls 3 Decimalstellen, da 2 Nullen angehängt wurden.

§. 208. Es sei 96,87 durch 5,32 zu dividiren. Man hat:

5,32	96,87	18 Quotient.
	4367	
Rest	111	

Da Dividend und Divisor gleich viel Decimalen haben, so erhält der Quotient gar keine Decimalstellen, er ist also 18 Ganze. Man hat nun aber $\frac{96,87}{5,32} = \frac{9687}{532}$, indem man Divisor und Dividend mit 100 multiplicirt, also $= 18 + \frac{111}{532}$. Da nun also der Rest 111 noch durch 532 zu dividiren ist, so kann derselbe als ein Decimalbruch angesehen werden; hängt man ihm beliebig viele

Nullen an, und dividirt durch 532, so erhält man ihn in Form eines Decimalbruchs ausgedrückt. Dies giebt:

$$\begin{array}{r|l|l} 532 & 111,0\ldots & 20864 \\ & 4600 & \\ & 3440 & \\ & 2480 & \\ & 352 & \end{array}$$

An den Dividenden sind 5 Nullen angehängt worden; da nun in $\frac{111}{532}$ Dividend und Divisor als ganze Zahlen angesehen werden konnten, so erhält also der Quotient 5 Decimalen, und ist daher 0,20864, nebst dem Reste 352. Hätte man sich damit begnügt, dem Divisor 111 nur eine Null anzuhängen, so wäre der Quotient 0,2 geworden, nebst dem Reste 46. Da man nun aber $\frac{1110}{10}$ durch 532 dividirt hat, so muß natürlich auch der genaue Quotient $\frac{2 + \frac{46}{532}}{10} = 0,2 + \frac{46:532}{10}$ werden. Oder hätte man dem gegebenen Dividenden 111 drei Nullen angehängt, so wäre, wegen des Restes 344, der genaue Quotient $\frac{208 + 344:532}{1000} = 0,208 + \frac{344:532}{1000}$. Werden 4 Nullen an den Dividenden gehängt, so wird, wie die Rechnung zeigt, der genaue Quotient $\frac{2086 + 248:532}{10000} = 0,2086 + \frac{248:532}{10000}$; bei Anhängung von 5 Nullen an den Dividenden erhält man $\frac{20864 + 352:532}{100000} = 0,20864 + \frac{352:532}{100000}$. Wollte man also schon bei dem ersten Reste 111 stehen bleiben, und diesen ganz außer Acht lassen, so würde man um $\frac{111}{532}$ fehlen. Begnügt man sich mit einer Decimalstelle, so fehlt man um $\frac{46}{5320}$; bei 2 Decimalstellen fehlt man um eben so viel (nämlich $\frac{460}{53200} = \frac{46}{5320}$); bei 3 Decimalen um $\frac{344}{532000}$; bei 4 Decimalen um $\frac{248}{5320000}$; bei 5 Decimalen fehlt man um $\frac{352}{53200000}$ u. s. w. Während also, bei Vernachläßigung des Restes, der Fehler im ersten Falle über $\frac{1}{5}$ beträgt, ist er, bei 5 Decimalen, noch nicht $\frac{1}{100000}$.

§. 209. Man sieht übrigens aus dem Vorhergehenden, daß, um den genauen Quotienten zu erhalten, der Rest jedesmal durch den Divisor dividirt werden muß, und zwar mit Weglassung des Kommas, der so erhaltene Quotient aber jedesmal noch durch die Zahl zu dividiren ist, welche aus einer 1 mit so viel angehängten Nullen besteht, als der Quotient Decimalen erhält (d. h. also durch den Nenner des Quotienten). Da nun der Rest jedesmal kleiner als der Divisor (diesen als ganze Zahl betrachtet), also der Rest, dividirt durch den Divisor, allemal ein ächter Bruch ist, so wird dieser, nachdem derselbe durch den Nenner des Quotienten dividirt ist, um so kleiner, je größer dieser Nenner, d. h. bis zu je mehr Decimalen die Division geführt worden ist. Der genaue Quotient kann nun bei solchen Divisionen, die einen Rest geben, so viele Nullen man auch an den Dividenden anhängen mag, immer nur durch Addition eines gemeinen Bruches an den Quotienten, angegeben werden; da man aber dies gerne vermeidet, um die Rechnungen möglichst einfach zu machen, so wird der Rest ganz vernachlässigt, welches in der Praxis wohl erlaubt ist, so lange es nicht zu große Irrthümer zur Folge hat. Um aber dennoch den Quotienten möglichst genau zu erhalten, muß die Division, je nach dem Erforderniß der Genauigkeit in jedem einzelnen Falle, zu einer größeren oder geringeren Zahl von Decimalstellen fortgeführt werden.

Beispiele.

1) Es sei 3,794 durch 0,1369 zu dividiren:

```
0,1369|3,794 . . .|27713
      | 10560     |
          9770
          1870
          5010
           903
```

Der Dividend enthielt 3 Decimalen, dazu sind noch 4 Nullen angehängt worden, also im Ganzen $3 + 4 = 7$ Decimalen; der Divisor hat deren 4, folglich der Quotient $7 - 4 = 3$, und ist daher 27,713; der Rest 903 beträgt $\frac{903 : 1369}{1000} = \frac{903}{1369000}$.

52) $\frac{2}{7} = 0{,}285714285\ldots$	61) $\frac{5}{11} = 0{,}45454\ldots$
53) $\frac{3}{7} = 0{,}428571428\ldots$	62) $\frac{6}{11} = 0{,}545454\ldots$
54) $\frac{5}{8} = 0{,}625.$	63) $\frac{7}{11} = 0{,}636363\ldots$
55) $\frac{7}{8} = 0{,}875.$	64) $\frac{8}{11} = 0{,}72727\ldots$
56) $\frac{7}{9} = 0{,}7777\ldots$	65) $\frac{9}{11} = 0{,}818181\ldots$
57) $\frac{1}{11} = 0{,}0909090\ldots$	66) $\frac{10}{11} = 0{,}90909\ldots$
58) $\frac{2}{11} = 0{,}1818181\ldots$	67) $\frac{17}{24} = 0{,}708333\ldots$
59) $\frac{3}{11} = 0{,}272727\ldots$	68) $\frac{23}{103} = 0{,}223309\ldots$
60) $\frac{4}{11} = 0{,}363636\ldots$	69) $\frac{34}{809} = 0{,}0420271\ldots$

Neuntes Kapitel.

Von den benannten Zahlen.

§. 211. Wenn irgend eine der bisher betrachteten ganzen, gebrochenen oder gemischten Zahlen auf ein bestimmtes Ding bezogen wird, so entsteht dadurch eine **benannte Zahl**, dahingegen die Zahlen, welche auf keinen bestimmten Gegenstand bezogen werden und von denen allein bisher die Rede war, **unbenannt** heißen. So sind z. B. 5 Personen, 6 Pferde, $\frac{1}{2}$ Elle, $\frac{3}{4}$ Pfund, $6\frac{2}{7}$ Thaler u. s. w. benannte Zahlen, dagegen 5, 6, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $6\frac{2}{7}$ u. s. w. unbenannte Zahlen sind. Dabei heißt der Name des gezählten Dinges die **Benennung**, wie z. B. oben die Wörter: Personen, Pferde, Elle, Pfund, Thaler u. s. w. Uebrigens leuchtet ein, daß die benannten Zahlen, im Allgemeinen wenigstens, sowohl ganz, als gebrochen oder gemischt sein können.

§. 212. Die benannten Zahlen sind: 1) **einfach benannt**, wie z. B. 4 Centner, $\frac{5}{6}$ Klafter, $2\frac{1}{3}$ Stunden u. dgl.; 2) **mehr-**

6) Es sei $\frac{5}{7}$ in einen Decimalbruch zu verwandeln, d. h. 5 durch 7 zu dividiren:

```
7|5,0...|714285714
   10
    30
    20
     60
     40
      50
       10
        30
         2
```

also $\frac{5}{7} = 0,714285714\ldots$

7) Ferner sei $\frac{7}{211}$ in einen Decimalbruch zu verwandeln:

```
211|7,000...|331753554
     670
     370
     1590
     1130
      750
      1170
       1150
        950
        106
```

also ist $\frac{7}{211} = 0,0331753554 + \frac{106 : 211}{10000000000}$.

8) Es sei 1 zu dividiren durch 0,005796:

```
0,005796|1,0000...|17253278
          42040
          14680
          30880
           19000
            16120
             45280
              47080
                712
```

also der gesuchte Quotient $= 172,53278 + \frac{712 : 5706}{100000}$.

52) $\frac{2}{7} = 0,285714285 \ldots$

53) $\frac{3}{7} = 0,428571428 \ldots$

54) $\frac{5}{8} = 0,625.$

55) $\frac{7}{8} = 0,875.$

56) $\frac{7}{9} = 0,7777 \ldots$

57) $\frac{1}{11} = 0,0909090 \ldots$

58) $\frac{2}{11} = 0,1818181 \ldots$

59) $\frac{3}{11} = 0,272727 \ldots$

60) $\frac{4}{11} = 0,363636 \ldots$

61) $\frac{5}{11} = 0,45454 \ldots$

62) $\frac{6}{11} = 0,545454 \ldots$

63) $\frac{7}{11} = 0,636363 \ldots$

64) $\frac{8}{11} = 0,72727 \ldots$

65) $\frac{9}{11} = 0,818181 \ldots$

66) $\frac{10}{11} = 0,90909 \ldots$

67) $\frac{17}{24} = 0,708333 \ldots$

68) $\frac{23}{103} = 0,223309 \ldots$

69) $\frac{34}{809} = 0,0420271 \ldots$

Neuntes Kapitel.

Von den benannten Zahlen.

§. 211. Wenn irgend eine der bisher betrachteten ganzen, gebrochenen oder gemischten Zahlen auf ein bestimmtes Ding bezogen wird, so entsteht dadurch eine **benannte Zahl**, dahingegen die Zahlen, welche auf keinen bestimmten Gegenstand bezogen werden und von denen allein bisher die Rede war, **unbenannt** heißen. So sind z. B. 5 Personen, 6 Pferde, $\frac{1}{2}$ Elle, $\frac{3}{4}$ Pfund, $6\frac{2}{7}$ Thaler u. s. w. benannte Zahlen, dagegen 5, 6, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $6\frac{2}{7}$ u. s. w. unbenannte Zahlen sind. Dabei heißt der Name des gezählten Dinges die **Benennung**, wie z. B. oben die Wörter: Personen, Pferde, Elle, Pfund, Thaler u. s. w. Uebrigens leuchtet ein, daß die benannten Zahlen, im Allgemeinen wenigstens, sowohl ganz, als gebrochen oder gemischt sein können.

§. 212. Die benannten Zahlen sind: 1) **einfach benannt**, wie z. B. 4 Centner, $\frac{5}{6}$ Klafter, $2\frac{1}{3}$ Stunden u. dgl.; 2) **mehr-**

fach benannt, wie z. B. 3 Thaler + 12 Groschen (welches man gewöhnlich 3 Thaler 12 Groschen schreibt), 5 Centner 8 Pfund $9\frac{2}{3}$ Loth u. s. w. — Ferner sind die benannten Zahlen: 1) gleich benannt, wie z. B. 8 Pfund mit 13 Pfund, 9 Tage mit 27 Tage, 5 Thaler 3 Groschen 8 Pfennig mit 17 Thaler 15 Groschen 4 Pfennig gleichbenannt; 2) ungleich benannt, wie z. B. 1 Thaler mit 4 Groschen, 5 Pfund mit 9 Ellen u. s. w. ungleich benannt sind.

§. 213. Der vorhergehenden Erklärung zufolge kann jedes Ding Einheit einer benannten Zahl werden; und die Dinge unterscheiden sich in dieser Beziehung nur dadurch, daß einige derselben als aus einer gewissen Anzahl untergeordneter Einheiten zusammengesetzt angesehen werden können, welches bei andern nicht der Fall ist. So ist z. B. 1 Groschen = 12 Pfennig, 1 Thaler = 24 Groschen = 30 Silbergroschen, 1 Centner = 110 Pfund, 1 Pfund = 32 Loth u. dgl. m. Dagegen sind Ellen, Personen, Arbeiter u. s. w. nicht als aus kleineren Einheiten zusammengesetzt zu betrachten. Die Zahlen, welche anzeigen, wie viel niedrigere Einheiten in einer höheren Einheit enthalten sind, nennt man die Verhältnißzahlen dieser Einheiten. So ist z. B. 30 die Verhältnißzahl der Thaler und Silbergroschen, 110 die der Centner und Pfund.

§. 214. Da man sich eine Zahl Dinge denken kann, welche so groß ist, als zwei andere Anzahlen Dinge derselben Art zusammen, so giebt es allemal auch eine einfach benannte Zahl, welche so groß ist, als zwei andere, ebenfalls einfach, aber gleichbenannte Zahlen zusammen; es können daher einfach, aber gleichbenannte Zahlen addirt werden. Z. B. 4 Fuß und 9 Fuß geben zusammen 13 Fuß. Deshalb kann denn auch nach der benannten Zahl gefragt werden, welche, zu einer gegebenen benannten Zahl addirt, eine andere gegebene benannte Zahl derselben Art giebt, d. h. es kann eine benannte Zahl von einer anderen gleichbenannten subtrahirt werden. Die Zahl Thaler z. B., welche, zu 5 Thalern addirt, 12 Thaler giebt, ist 12 — 5 Thaler oder 7 Thaler, oder, was dasselbe heißt, 5 Thaler von 12 Thalern subtrahirt, giebt 7 Thaler zur Differenz.

§. 215. Addirt man nach einander mehrere gleiche und gleichbenannte Zahlen, wie z. B. 5 Pfund + 5 Pfund + 5 Pfund, so entsteht der Begriff des Mehrfachen einer benannten Zahl, denn

das angeführte Beispiel giebt 3 mal 5 Pfund oder 15 Pfund. Eine benannte Zahl kann also auch beliebig viel mal genommen, d. h. mit irgend einer unbenannten ganzen Zahl multiplicirt werden.

Dagegen leuchtet auf den ersten Blick die Unmöglichkeit der Multiplication zweier benannten Zahlen mit einander, oder einer unbenannten mit einer benannten, ein, insofern durch den Multiplicator allemal die Zahl der Summanden angezeigt wird, deren Summe dem Product gleich ist, dies aber durch eine benannte Zahl nie geschehen kann.

§. 216. So wie nun in 3 mal 5 Pfund das Product 15 Pfund als das 3fache von 5 Pfund erscheint, so kann auch wieder umgekehrt:

1) diejenige benannte Zahl gesucht werden, welche, 3 mal genommen (oder mit 3 multiplicirt), 15 Pfund giebt;
2) kann auch gesucht werden, wie oft die benannte Zahl 5 Pfund genommen werden muß, um 15 Pfund zu erhalten; oder, was dasselbe ist, es kann diejenige unbenannte Zahl gesucht werden, mit welcher 5 Pfund multiplicirt werden muß, um 15 Pfund zu geben.

Die erste dieser beiden Aufgaben begreift die Division einer benannten Zahl durch eine unbenannte in sich; der Quotient dieser Division wird allemal eine, mit der gegebenen benannten Zahl (dem Dividenden) gleichbenannte Zahl sein.

Die zweite Aufgabe drückt die Division zweier gleichbenannten Zahlen durch einander aus; der Quotient ist dann allemal eine unbenannte Zahl, wie dies aus der Natur der Aufgabe deutlich hervorgeht.

§. 217. Da wir nun in dem Gesagten von der einfachsten Zusammenstellung, nämlich von der Summe zweier benannten Zahlen, ausgegangen sind, daraus die einzig mögliche umgekehrte Aufgabe, die Subtraction, ableiteten, alsdann den specielleren Begriff des Products, als Summe aus gleichen Summanden, aufstellten, und daraus wieder die beiden einzig möglichen umgekehrten Aufgaben, nämlich die Division der benannten Zahl durch eine unbenannte, und die Division der benannten Zahl durch eine mit dem Dividenden gleichbenannte Zahl ableiteten: so müssen auch hierin alle möglichen (in den Bereich des gemeinen Rechnens gehörigen, d. h.

nur die 4 Grundoperationen erfordernden) Rechnungsarten mit benannten Zahlen enthalten sein. Diese sind also:

I. Addition benannter Zahlen.

II. Subtraction benannter Zahlen.

III. Multiplication einer benannten Zahl mit einer unbenannten Zahl.

IV. Division,

a) einer benannten Zahl durch eine unbenannte Zahl;

b) zweier gleichbenannten Zahlen durch einander.

§. 218. Das bisher Gesagte wurde bloß auf einfach benannte Zahlen bezogen. Es leuchtet von selbst ein, daß es in demselben Sinne auf mehrfach benannte Zahlen auszudehnen ist.

§. 219. Da ferner ein Bruch, wie z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ rc., diejenige Zahl bezeichnet, die, mit dem Nenner 2, 3 rc. multiplicirt, den Zähler 1 giebt, so bedeutet $\frac{1}{2} \times 12$ Ellen, oder $\frac{1}{3}$ mal 12 Ellen rc. diejenige Zahl Ellen, welche noch mit 2, 3 rc. multiplicirt werden muß, um 12 Ellen zu geben. Eben so drückt dann $\frac{2}{3}$ mal 12 Thaler 2 mal die Zahl Thaler aus, welche, mit 3 multiplicirt, 12 Thaler giebt. Eine einfach oder mehrfach benannte Zahl kann also auch mit einer gebrochenen, und dann natürlich auch mit einer gemischten unbenannten Zahl multiplicirt werden. Man kann aber umgekehrt dann auch wieder die benannte Zahl suchen, welche, mit einer gegebenen gebrochenen oder gemischten unbenannten Zahl multiplicirt, eine gegebene benannte Zahl giebt, d. h. eine (einfach oder mehrfach) benannte Zahl kann durch eine gebrochene oder gemischte unbenannte Zahl dividirt werden. Der Quotient ist dann eine, mit der gegebenen gleichbenannte (ganze, gebrochene oder gemischte) Zahl. Die zweite hieher gehörige Aufgabe fällt mit der obigen IV. a. zusammen. Die oben angeführten Operationen mit benannten Zahlen finden also auch dann noch statt, wenn die, bei der Multiplication und Division vorkommenden unbenannten Zahlen gebrochen oder gemischt sind. Endlich ist einleuchtend, daß in allen diesen Fällen die einfach oder mehrfach benannten Zahlen eben sowohl gebrochene oder gemischte, als ganze Zahlen sein können, immer werden noch dieselben Operationen damit statt finden.

§. 220. Außer den genannten Operationen mit benannten Zahlen sind auch noch folgende zwei Aufgaben zu lösen:

1) Eine Zahl höherer Einheiten in eine Zahl niedrigerer Einheiten zu verwandeln.
2) Eine Zahl niedrigerer Einheiten in eine Zahl höherer Einheiten zu verwandeln.

Weil diese beiden Aufgaben fast bei allen Rechnungen mit benannten Zahlen angewendet werden, so werden wir sogleich in den nächstfolgenden Paragraphen ihre Auflösung geben.

Was ferner die Operationen mit einfach benannten (ganzen, gebrochenen oder gemischten) Zahlen anlangt, so sieht man aus der Natur der Aufgabe sogleich ein, daß diese sich ganz auf die nämlichen Operationen mit unbenannten Zahlen zurückführen lassen, da bei den einfach benannten Zahlen die in denselben zu Grunde gelegte Einheit ganz gleichgültig, ohne alle Beziehung ist, und nur die Zahl in Betracht kommen kann, ganz so, wie bei den unbenannten Zahlen. Wir gehen daher sogleich zu den Operationen mit mehrfach benannten Zahlen über.

Hinsichtlich der Verhältnißzahlen aller in diesem Werke vorkommenden benannten Zahlen, verweisen wir auf die, für diesen Zweck ziemlich reichhaltigen, Verzeichnisse in der Beispielsammlung. Der Lehrer mache seine Schüler hier im Allgemeinen mit der Einrichtung dieser Verzeichnisse bekannt, so daß sie das für jede Aufgabe Erforderliche leicht darin aufzufinden im Stande sind. Die bei jedem Lande auf das französische Münz-, Maaß- und Gewichtssystem sich beziehenden Zahlen dienen besonders zur Verwandlung dieser Größen in die anderer Länder, und können hier zunächst füglich übergangen werden.

§. 221. Da z. B. 1 Sgr. so viel ist als 12 Pf., so sind 2 Sgr. auch 2 mal 12 Pf. oder 24 Pf., 3 Sgr. sind 3 mal 12 Pf. oder 36 Pf., 4 Sgr. sind 4 mal 12 Pf. oder 48 Pf. u. s. w. Eben so, weil 1 Thlr. so viel ist als 30 Sgr., so sind 7 Thlr. 7 mal 30 Sgr., d. h. 210 Sgr. und 210 Sgr. sind wieder 210 × 12 Pf. oder 2520 Pf., so daß also 7 Thlr. = 2520 Pf. sind. — Ferner ist $\frac{1}{2}$ Sgr. = $\frac{1}{2}$ mal 12 Pf. oder 6 Pf.; $\frac{2}{3}$ Sgr. = $\frac{2}{3} \times 12$ Pf. oder 8 Pf. Weil 1 Pfd. = 32 Loth,

so ist $\frac{3}{4}$ Pfd. = $\frac{3}{4} \times 32$ Loth = 24 Loth; $\frac{5}{6}$ Pfd. = $\frac{5}{6} \times 32$ Loth = $26\frac{2}{3}$ Loth; $3\frac{2}{3}$ Pfd. = $3\frac{2}{3} \times 32$ Loth oder $117\frac{1}{3}$ Loth, und $117\frac{1}{3}$ Loth sind wieder $117\frac{1}{3} \times 4$ Quentchen oder $469\frac{1}{3}$ Quentchen.

Eine Zahl höherer Einheiten wird also in niedrigere Einheiten verwandelt, wenn man dieselbe mit der Verhältnißzahl multiplicirt.

§. 222. Soll eine mehrfach benannte Zahl durch die niedrigste darin vorkommende Einheit ausgedrückt werden, wie z. B. 3 Thlr. 15 Sgr. in Sgr., so verwandelt man die Zahl der höhern Einheiten in die der nächst niedrigern, die Thlr. in Sgr., und addirt die noch übrigen Einheiten derselben Benennung dazu; 3 Thlr. sind 3×30 Sgr. oder 90 Sgr., also 3 Thlr. 15 Sgr. 90 Sgr. + 15 Sgr. oder 105 Sgr. Sollten aber 3 Thlr. 15 Sgr. 10 Pf. in die niedrigste Benennung (Pf.) verwandelt werden, so würde man, eben so wie oben, erst die 3 Thlr. in Sgr. verwandeln und die 15 Sgr. dazu addiren; die daraus sich ergebenden 105 Sgr. aber auf dieselbe Weise wieder in Pf. verwandeln und die 10 Pf. dazu addiren; 105 Sgr. sind 105×12 Pf. oder 1260 Pf., folglich 105 Sgr. 10 Pf. = 1260 Pf. + 10 Pf., d. i. 1270 Pf., so hat man die Zahl Pf. gefunden, welche = 3 Thlr. 15 Sgr. 10 Pf. ist.

Die in diesem und dem vorhergehenden Paragraphen enthaltenen Uebungen werden gewöhnlich das Resolviren genannt.

§. 223. 4 Qtch. machen 1 Loth; 28 Qtch. machen also so viel Loth, als man 4 Qtch. nehmen muß, um 28 Qtch. zu bekommen; diese Zahl wird aber erhalten, wenn man 28 durch 4 dividirt; also sind 28 Qtch. $\frac{28}{4}$ Loth oder 7 Loth. — 24 Gr. machen 1 Thlr., 125 Gr. machen also so viel Thlr., als man 24 Gr. nehmen muß, um 125 Gr. zu erhalten, d. h. $\frac{125}{24}$ Thlr. oder $5\frac{5}{24}$ Thlr. Man könnte hier auch sagen: 24 Gr. 5 mal genommen, geben 120 Gr., also sind 125 Gr. (d. h. 120 Gr. + 5 Gr.) = 5 Thlr. 5 Gr.

— 16 Mtz. machen 1 Schfl.; $53\frac{1}{2}$ Mtz. sind also so viele Schfl., als man 16 Mtz. nehmen muß, um $53\frac{1}{2}$ Mtz. zu bekommen, oder $\frac{53\frac{1}{2}}{16}$ Schfl., d. h. 3 Schfl. + $5\frac{1}{2}$ Mtz. (denn 3 Schfl. sind 3 × 16 oder 48 Mtz., aber $53\frac{1}{2}$ Mtz. sind 48 Mtz. + $5\frac{1}{2}$ Mtz.); oder $\frac{53\frac{1}{2}}{16}$ Schfl. ist $3\frac{11}{32}$ Schfl.

Eine Zahl niedriger Einheiten wird also in höhere Einheiten verwandelt, wenn man dieselbe durch die Verhältniß-Zahl dividirt.

So ist auch 1 Qtch. = $\frac{1}{4}$ Loth; man folgert dies entweder aus dem oben erwiesenen Satze, oder weist es direkt so nach: 4 Qtch. sind 1 Loth; 1 Qtch. ist also die Zahl, die, 4 mal genommen, 1 Loth giebt; diese Zahl ist aber $\frac{1}{4}$ Loth. Hieraus könnte man dann auch folgern, daß 2 Qtch. = $2 \cdot \frac{1}{4}$ Loth oder $\frac{2}{4}$ Loth, d. h. $\frac{1}{2}$ Loth; 3 Qtch. = $3 \cdot \frac{1}{4}$ Loth oder $\frac{3}{4}$ Loth; eben so 7 Qtch. = $7 \cdot \frac{1}{4}$ Loth oder $\frac{7}{4}$ Loth, d. h. $1\frac{3}{4}$ Loth; 20 Qtch. = $20 \cdot \frac{1}{4}$ Loth oder $\frac{20}{4}$ Loth, d. h. 5 Loth u. s. w. Desgleichen: 16 Mtz. machen 1 Schfl.; 1 Mtz. ist also die Zahl, die, 16 mal genommen, 1 Schfl. giebt; diese Zahl ist aber $\frac{1}{16}$ Schfl. Deshalb sind dann z. B. 32 Mtz. = $32 \cdot \frac{1}{16}$ Schfl. oder $\frac{32}{16}$ Schfl., d. h. 2 Schfl. Und wieder: da 1 Mtz. = $\frac{1}{16}$ Schfl. ist, so ist $\frac{1}{2}$ Mtz. = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16}$ Schfl. oder $\frac{1}{32}$ Schfl., $\frac{3}{5}$ Mtz. sind $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{16}$ Schfl. oder $\frac{3}{80}$ Schfl., $7\frac{2}{3}$ Mtz. sind $7\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16}$ Schfl. oder $\frac{7\frac{2}{3}}{16}$ Schfl. oder $\frac{\frac{23}{3}}{16}$ Schfl., d. h. $\frac{23}{48}$ Schfl. Man könnte also den oben aufgestellten Satz wenigstens eben so deutlich, wie dort, auch auf diese Weise darthun.

§. 224. Um z. B. 6 Pfd. 18 Loth in Pfd. zu verwandeln, verwandelt man die 18 Loth nach dem vorigen Paragraphen in Pfd. und addirt sie zu den 6 Pfd. 18 Loth sind $\frac{18}{32}$ Loth oder $\frac{9}{16}$ Loth, folglich 6 Pfd. 18 Loth $= 6\frac{9}{16}$ Pfd. Diese könnte man nun auch wieder in Ctr. verwandeln, indem man sie durch die Verhältnißzahl 110 dividirt; dies giebt $\frac{6\frac{9}{16}}{110}$ Ctr. oder $\frac{\frac{105}{16}}{110}$ Ctr., d. h. $\frac{105}{1760}$ Ctr. oder $\frac{21}{352}$ Ctr. Und sollten 15 Wspl. 12 Schfl. $8\frac{2}{3}$ Mtz. in Wisp. verwandelt werden, so erhielte man zuerst: 15 Wspl. $12\frac{8\frac{2}{3}}{16}$ Schfl., dann $15\frac{12\frac{8\frac{2}{3}}{16}}{24}$ Wspl., welches nun noch nach dem Früheren berechnet werden muß. Es ist aber $\frac{8\frac{2}{3}}{16} = \frac{26}{48}$ oder $\frac{13}{24}$, also hat man jetzt $15\frac{12\frac{13}{24}}{24}$; nun sind ferner $\frac{12\frac{13}{24}}{24} = \frac{301}{576}$. Also sind 15 Wspl. 12 Schfl. $8\frac{2}{3}$ Mtz. $= 15\frac{301}{576}$ Wspl.

Die Uebungen der (§§. 223. und 224.) heißen gewöhnlich Reduktionen.

§. 225. Um mehrere mehrfach, aber gleich benannte Zahlen zu addiren, werden sie mit ihren gleichen Benennungen unter einander geschrieben; dann addirt man die Zahlen der niedrigsten Benennung, reducirt die erhaltene Summe sogleich auf die nächsthöhere Benennung, insofern es nämlich ganze Einheiten dieser höheren Benennung giebt, bildet aber keine Brüche dieser höheren Benennung, sondern schreibt die Einheiten der niedrigen Benennung, welche weniger sind, als eine Einheit der nächsthöheren Benennung, sogleich unter die Reihe, aus der sie erhalten worden, und addirt dann die, aus den niedrigeren Einheiten hervorgegangenen höheren Einheiten zu denen derselben Art. Z. B. es seien zu addiren: 13 Thlr. 20 Sgr. 8 Pf.; 5 Thlr. 16 Sgr. 6 Pf.; 24 Thlr. 19 Sgr. 11 Pf.; so erhält man folgende Rechnung:

13 Thlr.	20 Sgr.	8 Pf.	
5 "	16 "	6 "	
24 "	19 "	11 "	
43 Thlr.	27 Sgr.	1 Pf.	Summe.

In diesem Beispiele waren die Reductionen leicht im Kopfe zu machen. In denjenigen Fällen, wo man es mit größern Zahlen zu thun hat, muß die Reduction schriftlich gemacht werden. Man schreibe aber dann die erhaltene Summe jeder Reihe nicht erst neben die Rechnung hinaus, sondern sogleich unter den Horizontalstrich, nehme da die (schriftliche) Reduction vor, und ziehe dann, wenn man mit allen Einheiten zu Ende gekommen, noch einen Horizontalstrich darunter, unter welchen das ganze Resultat zu stehen kommt. Folgendes Beispiel, welches wir aber sogleich in der Form der Rechnung hinsetzen, möge dies noch etwas erläutern.

5 Ctr.	96 Pfd.	22 Loth	1 Qtch.
17 „	100 „	30 „	3 „
1 „	104 „	27 „	3 „
3 „	85 „	31 „	2 „
— „	79 „	29 „	3 „
2 „	109 „	25 „	2 „
33 Ctr.	110) 578 Pfd. / 5 Ctr. 28 Pfd.	32) 167 Loth / 5 Pfd. 7 Loth	4) 14 Qtch. / 3 Loth 2 Qtch.
33 Ctr.	28 Pfd.	7 Loth	2 Qth.

Addirt man nämlich erst die Qtch., so erhält man zur Summe 14, welche, durch die Verhältnißzahl 4 dividirt, 3 Loth 2 Qtch. geben; addirt man diese 3 Loth noch zu der Summe der übrigen Lothe, so erhält man 167 Loth, welche, durch die Verhältnißzahl 32 dividirt, 5 Pfd. 7 Loth geben; die 5 Pfd. addirt man wieder zu den übrigen Pfd., und erhält 578 Pfd., die, durch 110 dividirt, 5 Ctr. 28 Pfd. geben; die 5 Ctr. wieder zu den übrigen Ctrn. addirt, giebt 33 Ctr. zur Summe; also 33 Ctr. 28 Pfd. 7 Loth 2 Qtch. überhaupt.

§. 226. Kommen unter der niedrigsten Benennung der zu addirenden mehrfach benannten Zahlen auch gebrochene und gemischte Zahlen vor: so werden auch hier die Brüche erst addirt, die daraus sich ergebenden Ganzen zu den Ganzen derselben Benennung addirt, und das Uebrige eben so berechnet, wie bisher. Z. B.

15 Fl.

Fl.		Xr.		Pf.		120	
12	Fl.	29	Xr.	$3\frac{2}{3}$	Pf.	80	
54	„	53	„	$1\frac{7}{8}$	„	105	
7	„	—	„	$3\frac{5}{6}$	„	100	
—	„	46	„	$2\frac{3}{4}$	„	90	
17	„	39	„	$3\frac{4}{5}$	„	96	
1	„	58	„	$3\frac{7}{12}$	„	70	
2	„	36	„	$2\frac{4}{5}$	„	96	
97	Fl.	266	Xr.	$22\frac{37}{120}$	Pf.	637	$5\frac{37}{120}$
		60) 4 Fl. 26 Xr.		4) 5 Xr. 2 Pf.		37	
97	Fl.	26	Xr.	$2\frac{37}{120}$	Pf.		

§. 227. Wenn mehrere theils einfach, theils mehrbenannte Zahlen, von denen die einen bei den Einheiten der höheren Benennung, andere bei den Einheiten der niedrigeren Benennung Brüche mit sich führen, addirt werden sollen; so kann man auf verschiedene Weisen verfahren. Wir werden die Wege, welche man dabei einschlagen kann, an folgendem Beispiele anschaulich machen. Es seien z. B. zu addiren:

Thlr.		Sgr.		Pf.	
5	Thlr.	26	Sgr.	$9\frac{2}{3}$	Pf.
$7\frac{8}{9}$	„	—	„	—	„
4	„	$13\frac{1}{4}$	„	—	„
—	„	$25\frac{7}{8}$	„	—	„
—	„	23	„	$4\frac{1}{2}$	„
$12\frac{1}{2}$	„	—	„	—	„

Erstens. Man verwandelt die Brüche der höchsten Einheiten (der Thlr.) in die nächstniedrigere (in Sgr.), und wenn dies Brüche

von Sgr. giebt, werden diese in Pf. verwandelt. Die Brüche der Sgr., welche in der Aufgabe vorkommen, werden natürlich ebenfalls in Pf. verwandelt. Man erhält dann $\frac{8}{9}$ Thlr. = $\frac{30 \cdot 8}{9}$ Sgr. = $\frac{10 \cdot 8}{3}$ Sgr. = $26\frac{2}{3}$ Sgr. oder 26 Sgr. 8 Pf. Ferner $\frac{1}{4}$ Sgr. = 3 Pf.; $\frac{7}{8}$ Sgr. = $\frac{12 \cdot 7}{8}$ Pf. = $\frac{3 \cdot 7}{2}$ Pf. = $10\frac{1}{2}$ Pf.; $\frac{1}{2}$ Thlr. = 15 Sgr. Also wird die Aufgabe dann in folgende umgewandelt:

5	Thlr.	26	Sgr.	$9\frac{2}{3}$	Pf.	
7	„	26	„	8	„	
4	„	13	„	3	„	
—	„	25	„	$10\frac{1}{2}$	„	
—	„	23	„	$4\frac{1}{2}$	„	
12	„	15	„	—	„	
32	„	10	„	$11\frac{2}{3}$	Pf.	Summe.

Zweitens. Man verwandelt die Pfennige in Brüche von Sgr. und die Brüche der Thlr. ebenfalls in Sgr. Zuletzt addirt man wie gewöhnlich, und verwandelt den bei den Sgr. sich etwa vorfindenden Bruch noch in Pfennige. Das obige Beispiel erhält dann folgende Gestalt:

			7	
5 Thlr.	$26\frac{29}{36}$ Sgr.		58	
7 „	$26\frac{2}{3}$ „		48	
4 „	$13\frac{1}{4}$ „		18	
— „	$25\frac{7}{8}$ „		63	
— „	$23\frac{3}{8}$ „		27	
12 „	15 „			
32 Thlr.	$10\frac{35}{36}$ Sgr.		214	$2\frac{70}{72}$ oder
			70	$2\frac{35}{36}$.
32 Thlr.	10 Sgr.		$10\frac{2}{3}$ Pf.	

Drittens. Endlich kann man alle niedrigere Einheiten in Brüche der höchsten verwandeln, diese sammt den Ganzen addiren, und den erhaltenen Bruch der höchsten Einheit wieder in niedrigere verwandeln. Wir führen das obige Beispiel auch noch auf diesem Wege durch. Man erhält nämlich für $26\frac{29}{30}$ Sgr. $\frac{26\frac{29}{36}}{30}$ Thlr. oder $\frac{193}{216}$ Thlr.; für $13\frac{1}{4}$ Sgr. $\frac{13\frac{1}{4}}{30}$ Thlr. oder $\frac{53}{120}$ Thlr.; für $25\frac{7}{8}$ Sgr. $\frac{25\frac{7}{8}}{30}$ Thlr. oder $\frac{69}{80}$ Thlr.; für $23\frac{3}{8}$ Sgr. $\frac{23\frac{3}{8}}{30}$ Thlr. oder $\frac{187}{240}$ Thlr., so daß also folgende Rechnung sich ergiebt:

		2160	
$5\frac{193}{216}$ Thlr.	10	1930	
$7\frac{8}{9}$ „	240	1920	
$4\frac{53}{120}$ „	18	954	
$\frac{69}{80}$ „	27	1863	
$\frac{187}{240}$ „	9	1683	
$12\frac{1}{2}$ „		1080	
$32\frac{79}{216}$ Thlr.		9430	$4\frac{79}{216}$
		790	

$$\frac{30 \cdot 79}{216} \text{ Sgr.} = \frac{5 \cdot 79}{36} \text{ Sgr.} = 10\frac{35}{36} \text{ Sgr.}$$

$$\frac{12 \cdot 35}{36} \text{ Pf.} = \frac{35}{3} \text{ Pf.} = 11\frac{2}{3} \text{ Pf.}$$

32 Thlr. 10 Sgr. $11\frac{2}{3}$ Pf.

Dieser letzte Weg ist offenbar für dieses Beispiel der beschwerlichste, doch kann er in denjenigen Fällen, wo die Reductionen leichter werden, und besonders wenn, wie dies manchmal der Fall ist, das Resultat nicht wieder resolvirt zu werden braucht, selbst kürzer werden, als die beiden andern Wege für dasselbe Beispiel. Durch Uebung gelangt man bald dahin, in jedem Falle sogleich zu übersehen, welcher der drei Wege am leichtesten zum Ziele führt. Wenn wir uns auch hier in den Erläuterungen größtentheils nur auf das vorliegende Beispiel bezogen, so wird man doch keine Schwierigkeiten finden, dasselbe auf benannte Zahlen jeder beliebigen Art anzuwenden.

§. 228. Wenn bei Zeitbenennungen Monate in Rechnung kommen, so muß als Verhältnißzahl der Monate und Tage jedesmal diejenige genommen werden, welche dem in Rede stehenden Monat entspricht. Sind z. B. 4 Monat 25 Tage und 6 Monat 12 Tage zu addiren, so erhält man zunächst 10 Monat 37 Tage; sollen nun vielleicht, der gegebenen Aufgabe gemäß, diese 10 Monat vom Anfange des Jahres an gerechnet werden, so ist der letzte der-

selben der Oktober, also der von den 37 Tagen hinzukommende der November, welcher 30 Tage hat; weshalb hier 30 als Verhältnißzahl zu nehmen ist, so daß man also 11 Monat 7 Tage erhält. Eben so geben:

	9 Jahr	9 Mnt.	27 Tg.	addirt zu
	4 "	7 "	16 "	
die Summe	14 Jahr	5 Mnt.	12 Tg.	

denn 7 + 9 Mnt. sind 16 Mnt. = 1 Jahr 4 Mnt.; also der von den Tagen hinzukommende Monat der 5te Monat des Jahrs, d. h. der Mai, welcher 31 Tage hat; und 27 + 16 Tage = 43 Tage = 1 Mnt. 12 Tg., u. s. w.

§. 229. Sind zwei mehrfach aber gleich benannte Zahlen von einander zu subtrahiren, so schreibe man sie wieder mit ihren gleichen Benennungen unter einander, und subtrahire die Zahlen derselben Benennungen von einander, mit den niedrigsten Einheiten anfangend. Z. B.

1)	123 Ctr.	97 Pfd.	26 Loth.	Minuend.
	47 "	38 "	12 "	Subtrahend.
	76 Ctr.	59 Pfd.	14 Loth.	Differenz.

2)	36 Wspl.	19 Schfl.	$12\frac{3}{8}$ Mtz.	Minuend.
	13 "	17 "	$9\frac{8}{9}$ "	Subtrahend.
	23 Wspl.	2 Schfl.	$2\frac{35}{72}$ Mtz.	Differenz.

§. 230. Oft ereignet es sich, daß die Zahlen der niedrigeren Einheiten des Subtrahenden größer sind, als die derselben Einheiten im Minuenden, wie z. B. wenn von 9 Thlr. 12 Sgr. 4 Thlr. 27 Sgr. subtrahirt werden soll. Es sind nun aber 9 Thlr. so viel als 8 Thlr. 30 Sgr., also 9 Thlr. 12 Sgr. = 8 Thlr. 42 Sgr. und hiervon werden dann 4 Thlr. 27 Sgr. subtrahirt, indem man 27 Sgr. von 42 Sgr. und 4 Thlr. von 8 Thlr. subtrahirt; dies giebt 4 Thlr. 15 Sgr. zur Differenz. Man nimmt also von der Zahl der nächst höheren Einheiten im Minuenden 1 weg, resolvirt diese in die nächst niedrigere, addirt das Erhaltene zu der schon gegebenen Zahl derselben (niedrigern) Einheiten des Minuenden und subtrahirt dann die Zahl dieser Einheiten des Subtrahenden von der

erhaltenen Summe; oder, was oft leichter ist, man subtrahirt die Zahl niedrigerer Einheiten des Subtrahenden von 1 der nächst höheren Einheiten (nachdem dieses in die niedrigern Einheiten resolvirt) und addirt die gefundene Differenz zu der Zahl derselben (niedrigeren) Einheiten im Minuenden; daß dabei die Zahl der nächst höheren Einheiten im Minuenden um 1 vermindert werde, braucht wohl kaum erinnert zu werden. Noch ein Beispiel.

Minuend	27 Ctr.	65 Pfd.	$10\frac{2}{3}$ Loth.
Subtrah.	9 "	98 "	$26\frac{7}{8}$ "
Differenz	17 Ctr.	76 Pfd.	$15\frac{19}{24}$ Loth.

In diesem Beispiele werden $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{8}$ in Brüche verwandelt mit dem Nenner 24; $\frac{2}{3}$ ist $\frac{16}{24}$ und $\frac{7}{8}$ ist $\frac{21}{24}$; $\frac{21}{24}$ von 1 oder $\frac{24}{24}$ subtrahirt giebt $\frac{3}{24}$, dies zu $\frac{16}{24}$ addirt giebt $\frac{19}{24}$; da 26 Loth nicht von 9 Loth (denn die 10 Loth sind um 1 vermindert worden, weil $\frac{7}{8}$ nicht von $\frac{2}{3}$ subtrahirt werden konnte) subtrahirt werden können, so subtrahirt man sie von 1 Pfd. oder von 32 Loth, welches 6 Loth giebt, dies zu 9 Loth addirt macht 15 Loth. Da 98 Pfd. nicht von 64 Pfd. (denn die 65 Pfd. sind um 1 Pfd. vermindert worden) subtrahirt werden können, so subtrahirt man sie von 1 Ctr. oder von 110 Pfd., dies giebt 12 Pfd. welche, zu 64 Pfd. addirt, 76 Pfd. ausmachen. Endlich geben 9 Ctr., von 26 Ctr. subtrahirt, 17 Ctr. zur Differenz.

§. 231. Es ist ferner zuweilen der Minuend mehrfach, der Subtrahend aber nur einfach benannt, oder es hat doch der Subtrahend weniger Benennungen als der Minuend, wie in folgenden Beispielen:

1)	49 Thlr.	17 Sgr.	$6\frac{2}{3}$ Pf.	Minuend.
	37 "	— "	— "	Subtrahend.
	12 Thlr.	17 Sgr.	$6\frac{2}{3}$ Pf.	Differenz.

2)	208 Fl.	13 Xr.	$3\frac{1}{2}$ Pf.	Minuend.
	94 „	47 „	— „	Subtrahend.
	113 Fl.	26 Xr.	$3\frac{1}{2}$ Pf.	Differenz.

Es versteht sich von selbst, daß da, wo im Subtrahenden sich keine Zahl vorfindet, die Differenz sich vom Minuenden nicht unterscheidet.

§. 232. Noch ist der Fall zu betrachten, wo umgekehrt, der Minuend einfach, der Subrahend dagegen mehrfach benannt ist, oder der Minuend doch weniger Benennungen enthält als der Subtrahend. Man nimmt dann 1 von den niedrigsten im Minuenden noch vorkommenden Einheiten, resolvirt diese in eine Zahl der nächstniedrigeren Einheiten, resolvirt dann wieder eine 1 von diesen in eine Zahl der darauf folgenden niedrigeren Einheiten u. s. w., so wird man allemal die Zahl einer jeden Einheit des Subtrahenden von der der entsprechenden Einheiten des Minuenden subtrahiren können. Z. B.

1)	1790 Ctr.	— Pfd.	— Loth.	Minuend.
	947 „	53 „	17 „	Subtrahend.
	842 Ctr.	56 Pfd.	15 Loth.	Differenz.

2)	54 Jahr	— Mnt.	7 Tg.	— Std.	— Mint.
	11 „	6 „	13 „	9 „	37 „
	42 Jahr	5 Mnt.	23 Tg.	14 Std.	23 Mint.

§. 233. Wenn endlich der Minuend und der Subtrahend bei verschiedenen ihrer Benennungen Brüche mit sich führen, so stehen einem die (§. 227) für die Additionen angegebenen Wege zur Berechnung offen. Z. B.

					15
Minuend.	37 Ctr.	$6\frac{2}{5}$ Pfd.	— Loth	$12\frac{4}{5}$	12
Subtrah.	13 „	29 „	$17\frac{1}{3}$ „	$17\frac{1}{3}$	5
Differenz.	23 Ctr.	86 Pfd.	$27\frac{7}{15}$ Loth	27	7

Hier wurde $\frac{2}{5}$ Pfd. in Loth verwandelt, giebt $12\frac{4}{5}$ Loth; $\frac{1}{3}$ von $\frac{4}{5}$ subtrahirt giebt $\frac{7}{15}$; 17 Loth von 1 Pfd. oder 32 Loth

subtrahirt, giebt 15 Loth, dazu 12 Loth addirt, macht 27 Loth; 29 Pfd. von 1 Ctr. oder 110 Pfd. subtrahirt, giebt 81 Pfd., dies zu 5 Pfd. addirt, giebt 86 Pfd.; endlich 13 Ctr. von 36 Ctr. subtrahirt, giebt 23 Ctr. — Noch ein Beispiel:

Min. $253\frac{5}{7}$ Thlr.

Sub. 87 „ 19 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf.

$\frac{157}{240}$ Thlr. $\frac{15}{24}$ Sgr. = $\frac{5}{8}$ Sgr.

	1680
253 $\frac{5}{7}$ Thlr.	1200
87 $\frac{157}{240}$ „	1099
166 $\frac{101}{1680}$ Thlr.	101

$30 . \frac{101}{1680}$ Sgr. $= \frac{101}{56}$ Sgr. $= 1\frac{45}{56}$ Sgr.

$12 . \frac{45}{56}$ Pf. $= \frac{3.45}{14}$ Pf. $= 9\frac{9}{14}$ Pf.

Differenz 166 Thlr. 1 Sgr. $9\frac{9}{14}$ Pf.

Auf dem oben angedeuteten Wege, wonach nämlich $\frac{5}{7}$ Thlr. in Sgr. und Pf. verwandelt würden, wäre man hier leichter zum Ziele gelangt; die Rechnung würde so aussehen:

Min. $253\frac{5}{7}$ Thlr.

Sub. 87 „ 19 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf.

$\frac{5}{7}$ Thlr. $= \frac{30.5}{7}$ Sgr. $= \frac{150}{7}$ Sgr. $= 21\frac{3}{7}$ Sgr.

$\frac{3}{7}$ Sgr. $= \frac{36}{7}$ Pf. $= 5\frac{1}{7}$ Pf.

Min.	253	Thaler	21	Sgr.	$5\frac{1}{7}$	Pf.
Sub.	87	„	19	„	$7\frac{1}{2}$	„
Diff.	166	Thaler	1	Sgr.	$9\frac{9}{14}$	Pf.

§. 234. Sollen z. B. 7 Thlr. 3 Sgr. 4 Pf. mit einer Zahl 2 multiplicirt, d. h. 2 mal genommen werden, so erhält man 2 mal 7 Thlr., 2 mal 3 Sgr. und noch 2 mal 4 Pf. oder 14 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf. Um also eine mehrfach benannte Zahl mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, multiplicirt man die Zahlen jeder Benennung mit dieser Zahl. — Sind nun ferner 9 Mk. 12 ßl. 6 Pf. mit der Zahl 7 zu multipliciren, so erhält man: 7 × 9 Mk., 7 × 12 ßl. und 7 × 6 Pf. oder: 63 Mk. 84 ßl. und 42 Pf. Allein da 84 ßl. und 42 Pf. höhere Einheiten geben, so müssen diese reducirt werden: 84 ßl. geben $\frac{84}{16}$ Mk. oder 5 Mk 4 ßl. und 42 Pf. geben $\frac{42}{12}$ ßl. oder 3 ßl. 6 Pf.; also erhält man im Ganzen:

	63 Mk.		
	5 "	4 ßl.	
		3 "	6 Pf.
deren Summe also	68 Mk.	7 ßl.	6 Pf. ist.

Die Rechnung wird indeß bedeutend erleichtert, wenn man damit anfängt, die Zahl der niedrigsten Einheiten mit der gegebenen Zahl zu multipliciren, das erhaltene Product, im Falle es höhere Einheiten enthält, sogleich auf die nächst höheren Einheiten reducirt (ohne jedoch Brüche dieser höheren Einheit zu bilden). Man multiplicirt alsdann die Zahl der höheren Einheiten mit der gegebenen Zahl und addirt sogleich die Zahl derselben Einheit, welche so eben aus der nächst niedrigen erhalten worden ist, reducirt dies wieder, und fährt so fort, bis die höchste Einheit berechnet ist. Für 7 × 9 Mk. 12 ßl. 6 Pf. erhält man sodann: 7 × 6 Pf. = 42 Pf. oder 3 ßl. 6 Pf.; 7 × 12 ßl. = 84 ßl., hierzu kommen 3 ßl., dies giebt 87 ßl. oder 5 Mk. 7 ßl.; 7 × 9 Mk. = 63 Mk., dazu 5 Mk. addirt, giebt 68 Mk. Die Rechnung erhält folgende Gestalt:

9 Mk.	12 ßl.	6 Pf.	(7
68 Mk.	7 ßl.	6 Pf.	

Fügen wir noch ein Beispiel hinzu, wo die Reductionen schriftlich gemacht werden müssen:

```
 417 Wspl.      21 Schfl.          13 Mtz.  × 13
                                              (13
5432 Wspl.  24) 273            16) 169
                11 Wspl. 9 Schfl.   10 Schfl. 9 Mtz.
5432 Wspl.       9 Schfl.           9 Mtz.
```

§. 236. Wenn der Multiplicatior eine größere Zahl ist, müssen auch noch die Multiplicationen schriftlich ausgeführt werden; dies geschieht dann auf die Weise wie folgendes Beispiel zeigt:

```
    107 Pfd.          29 Loth.        3 Qtch.  × 137.
    959             1233            411
   137               274         4) 102 Loth 3 Qtch.
    127              102
110|14786|134 Ctr. 32|4075|127 Pfd.
   | 378 |           | 87 |
   |  486|           | 235|
    46 Pfd.           11 Loth.
 134 Ctr. 46 Pfd. 11 Loth 3 Qtch.
```

§. 237. Wenn sich der Multiplicator in einfachere Factoren zerlegen läßt, so wird die Rechnung oft sehr erleichtert, wenn man den Satz (§. 87.) in Anwendung bringt, wonach mit einer Zahl multiplicirt wird, indem man dieselbe in Factoren zerlegt, den Multiplicanden mit einem derselben multiplicirt, das erhaltene Product mit einem andern der Factoren des Multiplicators multiplicirt, und so fortfährt bis mit allen Factoren multiplicirt worden. Es ist dabei nicht nöthig den Multiplicator allemal gerade in die einfachsten seiner Factoren zu zerlegen, sondern nur wo möglich solche zu suchen, womit sich leicht im Kopfe multipliciren läßt. Um also z. B. eine mehrfach benannte Zahl mit 24 zu multipliciren, zerlegt man 24 in 4 × 6, multiplicirt jene Zahl erst mit 4 und das erhaltene Product mit 6. Z. B.:

```
196 Thlr. 23 Sgr. 9 Pf. × 24 = 4 × 6
                           (4
787   „    5   „  —  „
                           (6
4723 Thlr. — Sgr. — Pf.
```

Man hätte eben so gut die benannte Zahl erst mit 6 und dann das erhaltene Product mit 4 multipliciren können, weil es einerlei ist, in welcher Ordnung mehrere Zahlen mit einander mul-

tiplicirt werden. Auch könnte man 24 noch auf andere Art in Factoren zerlegen, z. B. in 2×12, oder in 3×8, oder in $2 \times 2 \times 6$, oder $2 \times 2 \times 2 \times 3$ oder in $2 \times 3 \times 4$ u. s. w. und in jedem Falle kann man die Factoren in ganz beliebiger Ordnung nehmen.

§. 238. Man kann sich aber auch die Arbeit erleichteren in den Fällen, wo der Multiplicator sich nicht in einfachere Factoren zerlegen läßt, indem man nämlich (§. 90.) in Verbindung mit dem Zerlegen in Factoren anwendet. Soll z. B. eine Zahl mit 29 multiplicirt werden, so kann man dieselbe 28 mal nehmen und noch 1 mal diese Zahl zu dem 28fachen addiren, so ist das Erhaltene ebenfalls das 29fache jener Zahl. Nun läßt sich aber 28 in 4×7 zerlegen, so daß man also die gegebene (mehrfach benannte) Zahl in diesem Falle erst mit 4, und das daraus sich ergebende Product mit 7 multiplicirt, und dann zu diesem Product noch 1 mal die gegebene Zahl addirt. Z. B.:

678 Thlr.	25 Sgr.	8 Pf.	$\times$ 29 (= $4 \times 7 + 1$.)
2715 „	12 „	8 „	(4
19007 „	28 „	8 „	(7
678 „	25 „	8 „	addirt.
19686 Thlr.	24 Sgr.	4 Pf.	gesuchtes Product.

Man könnte aber auch 29 in $30 - 1$, d. h. in $3 \times 10 - 1$, zerlegen, so bekäme man folgende Rechnung:

678 Thlr.	25 Sgr.	8 Pf.	$\times$ 29 (= $3 \times 10 - 1$.)
2036 „	17 „	— „	(3
20365 „	20 „	— „	(10
678 „	25 „	8 „	subtrahirt.
19986 Thlr.	24 Sgr.	4 Pf.	

Da schon früher (§. 90.) gezeigt worden, daß man diese Zerlegungen der Zahlen auf verschiedene Weise bewerkstelligen kann, und man bloß durch Uebung dahin gelangt, in jedem speciellen Falle den zweckmäßigsten Weg einzuschlagen: so wird es hier genügen, auf diesen Punkt hingewiesen zu haben.

§. 239. So wie bisher nur ganze mehrfach benannte Zahlen mit ganzen unbenannten Zahlen multiplicirt worden, kann man auch solche mehrfach benannte Zahlen, welche auch noch einen Bruch bei irgend einer ihrer Einheiten mit sich führen, mit einer ganzen unbenannten Zahl multipliciren; z. B. 5×3 Thlr. $14\frac{2}{3}$ Sgr. giebt $5 \times \frac{2}{3}$ Sgr., 5×14 Sgr. und 5×3 Thlr. $5 \times \frac{2}{3}$ Sgr. ist $\frac{10}{3}$ Sgr. oder $3\frac{1}{3}$ Sgr. 5×14 Sgr. $= 70$ Sgr.; hiezu 3 Sgr. addirt, giebt 73 Sgr. oder 2 Thlr. 13 Sgr.; endlich 5×3 Thlr. $= 15$, und dazu 2 Thlr. addirt, giebt 17 Thlr., so daß 17 Thlr. $13\frac{1}{3}$ Sgr. oder 17 Thlr. 13 Sgr. 4 Pf. das gesuchte Product ist. Noch ein Beispiel:

97 Pfd. $26\frac{5}{9}$ Loth $\times$ 97 $(= 10 \times 10 - 3.)$

(10

110 | 978 | 8 Ctr. 32 | $265\frac{5}{9}$ | 8 Pfd.
| 98 Pfd. | $9\frac{5}{9}$ Loth.

8 Ctr. 98 Pfd. $9\frac{5}{9}$ Loth.

(10

88 Ctr. 110 | 982 | 8 Ctr. 32 | $95\frac{5}{9}$ | 2 Pfd.
| 102 Pfd. | $31\frac{5}{9}$ Loth.

88 Ctr.	102 Pfd.	$31\frac{5}{9}$ Loth.	
2 „	73 „	$15\frac{6}{9}$ „	(3 mal, subtrahirt.
86 Ctr.	29 Pfd.	$15\frac{8}{9}$ Loth	gesuchtes Product.

Man könnte nun $\frac{8}{9}$ Loth noch in $\frac{4 \cdot 8}{9}$ Qtch., oder $3\frac{5}{9}$ Qtch. verwandeln.

Man bemerkt leicht, daß die verschiedenen Einheiten einer mehrfach benannten Zahl vor der Multiplication beliebig reducirt oder resolvirt werden können. So könnte man in dem Beispiele: 97 Pfd. $26\frac{5}{9}$ Loth $\times$ 97 die $\frac{5}{9}$ in Quentchen verwandeln; namentlich würde

dies in einem Falle geschehen, wo sich dieser Bruch durch eine ganze Zahl Quentchen ausdrücken ließe. Hier erhielte man $\frac{4 \cdot 5}{9}$ Quentchen oder $2\frac{2}{9}$; also hätte man dann 97 Pfd. 26 Loth $2\frac{2}{9}$ Qtch. mit 97 zu multipliciren:

97 Pfd.	26 Loth	$2\frac{2}{9}$ Qtch. $\times$ 97	$(= 8 \times 12 + 1)$ (8
110|782|7 Ctr. 12 Pfd.	32|212|6 Pfd. 20 Loth.	$1\frac{7}{9}$ "	
7 Ctr. 12 Pfd.	20 Loth.	$1\frac{7}{9}$ Qtch.	(12
85 " 41 "	32|245|7 Pfd. 21 Loth.	$1\frac{1}{3}$ "	
85 " 41 "	21 "	$1\frac{1}{3}$ "	
— " 97 "	26 "	$2\frac{2}{9}$ "	(1 mal, addirt.
86 Ctr. 29 Pfd.	15 Loth.	$3\frac{5}{9}$ Qtch.	gesuchtes Product.

Oder man könnte $26\frac{5}{9}$ Loth in Pfd. verwandeln, und erhielte dafür $\frac{26\frac{5}{9}}{32}$ Pfund oder $\frac{239}{288}$ Pfd., und um nun $97\frac{239}{288}$ Pfd. mit 37 zu multipliciren erhält man folgende Rechnung:

$$
\begin{array}{rl}
 & 97\frac{239}{288} \text{ Pfd.} \\
 & 97 \\
\hline
 & 679 \\
 & 873 \\
 & 80\frac{143}{288} \\
\hline
 & 9489\frac{143}{288} \text{ Pfd.} \\
110) & \overline{86 \text{ Ctr. } 29 \text{ Pfd. } \frac{32 \cdot 143}{288} \text{ Loth} = \frac{143}{9} \text{ Loth oder } 15\frac{8}{9} \text{ Loth.}} \\
\hline
 & 86 \text{ Ctr. } 29 \text{ Pfd. } 15\frac{8}{9} \text{ Loth.}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
239 \\
97 \\
\hline
1673 \\
2151 \\
288|23183|80 \\
143|
\end{array}
$$

Auch könnte man endlich noch 37 Pfd. in Loth verwandeln, dazu die $26\frac{5}{9}$ Loth addiren, und das Erhaltene mit 97 multiplici-

ren; zuletzt müßte man dann die erhaltenen Loth wieder zu Pfd. und Ctr. reduciren.

§. 240. Um eine mehrfach benannte Zahl durch eine ganze (unbenannte) Zahl zu dividiren, z. B. 6 Thlr. 18 Sgr. 6 Pf. durch 3, muß die Zahl jeder Einheit ins besondere, von der höchsten bis zur niedrigsten durch 3 dividirt werden, weil: eine Zahl durch 3 dividiren, nichts anders heißt, als: die Zahl suchen, die, mit 3 multiplicirt (oder 3 mal genommen) jene Zahl wieder giebt, also diese Zahl für jede Einheit der gegebenen benannten Zahl besonders gesucht werden muß. Obiges Beispiel giebt also zum Quotienten: 2 Thlr. 6 Sgr. 2. Pf.

Sind ferner 6 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf. durch 5 zu dividiren, so erhält man nicht, wie im ersten Beispiele, für jede Einheit einen genauen Quotienten; man kann sich aber 6 Thlr. als aus 5 Thlr. + 1 Thlr. oder 5 Thlr. + 30 Sgr. zusammengesetzt vorstellen, also sind dann 6 Thlr. 18 Sgr. = 5 Thlr. 48 Sgr. Weil aber $\frac{48}{5}$ wieder keinen genauen Quotienten geben, so stellt man sich 48 Sgr. als aus 45 Sgr. + 3 Sgr. d. i. 45 Sgr. + 36 Pf. zusammengesetzt vor, also 48 Sgr. 4 Pf. = 45 Sgr. 40 Pf., so daß man dann, statt 6 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf., 5 Thlr. 45 Sgr 40 Pf. hat, welche sich eben so wie das erste Beispiel durch 5 dividiren lassen, und zum Quotienten 1 Thlr. 9 Sgr. 8 Pf. geben. Gewöhnlich nimmt man aber diese Verwandlungen während der Rechnung selbst vor; man sucht nämlich für die Zahl der höchsten Einheit den nächst kleineren Quotienten (für 6 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf. : 5 ist dieser 1) und bestimmt den Rest dieser Division (für dieß Beispiel ist dieser Rest 1). Da nun dieser Rest, durch den Divisor (5) dividirt, immer weniger als eine Einheit der höchsten Art geben muß, so wird er sogleich in die nächst niedrigere Einheit verwandelt, zu der gegebenen Zahl dieser Einheit addirt, und die Summe durch den Divisor dividirt (30 Sgr. + 18 Sgr. = 45 Sgr; $\frac{48}{5}$ Sgr. = 9 Sgr. und 3 als Rest). Auf dieselbe Weise wird dann auch mit den niedrigsten Einheiten verfahren, bis man zur letzten gelangt ist, wo man entweder einen genauen Quotienten erhält, oder, wenn dies nicht der Fall ist, den Rest der letzten Division noch als Bruch hinzuschreibt.

In dem obigen Beispiele geben die 3 Sgr. 3 . 12 = 36 Pf., hiezu 4 Pf., macht 40 Pf., und $\frac{40}{5}$ Pf. = 8 Pf., so daß der Quotient wieder 1 Thlr. 9 Sgr. 8 Pf. wird. Folgendes ist die Rechnung dieses Beispiels:

5) 6 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf. : 5
   1 Thlr. 9 Sgr. 8 Pf.

Ein anderes Beispiel. Es seien 4589 Ctr. 87 Pfd. 26 Loth 2 Qtch. durch 251 zu dividiren:

4589 Ctr. 87 Pfd. 26 Loth 2 Qtch. : 251.
2079
71 Rest — 18 Ctr. 31 Pfd. 14 Loth $3\frac{145}{251}$ Qtch. gesuchter Quotient.
110
7897 Pfd.
367
116 Rest
32
258
348
3738 Loth
1228
224 Rest
4
898 Qtch.
145 Rest.

§. 241. Auch hier kann man oft leichter zum Ziele gelangen, wenn man den Divisor in Factoren zerlegt, den gegebenen Dividenden erst durch einen derselben dividirt, den erhaltenen Quotienten durch einen anderen dieser Factoren dividirt, und so fortfährt, bis daß durch alle Factoren des Divisors dividirt worden, nach (§. 87. Anmerk.). Läßt sich aber der Divisor nicht in Factoren zerlegen, so muß die Rechnung allemal auf die im vorigen (§. 240.) angedeutete Weise durchgeführt werden.

Beispiel:

3) 1729 Thlr. 17 Sgr. 6 Pf. : 105 (= 3 . 5 . 7)
5) 576 „ 15 „ 10 „
7) 115 „ 9 „ 2 „
   16 Thlr. 14 Sgr. 2 Pf. Quotient.

§. 242. Enthält eine gegebene mehrfach benannte Zahl, welche durch eine ganze (unbenannte) Zahl dividirt werden soll, bei irgend einer ihrer Einheiten noch einen Bruch, so verfährt man gerade wie in den bisher durchgeführten Fällen, nur daß natürlich dieser Bruch ebenfalls noch durch die ganze Zahl dividirt werden muß. Z. B. es seien 5 Thlr. $24\frac{3}{5}$ Sgr. durch 3 zu dividiren, so erhält man zunächst als Quotient 1 Thlr., und 2 Thlr. zum Rest; 2 Thlr. $24\frac{3}{5}$ Sgr. sind $84\frac{3}{5}$ Sgr., diese durch 5 dividirt, geben 16 Sgr. zum Quotienten und $4\frac{3}{5}$ Sgr. zum Rest. Entweder können nun $4\frac{3}{5}$ Sgr. sogleich durch 5 dividirt werden, woraus man dann $\frac{23}{25}$ Sgr. erhält, welche noch $\frac{12 \cdot 23}{25}$ Pf. oder $11\frac{1}{25}$ Pf. geben. Oder man verwandelt den oben erhaltenen Rest, $4\frac{3}{5}$ Sgr., erst in Pfennige, giebt $12 \cdot 4\frac{3}{5}$ Pf. oder $55\frac{1}{5}$ Pf., welche, durch 5 dividirt, ebenfalls $11\frac{1}{25}$ Pf. geben. Man sieht nämlich, daß man nach jeder der beiden Verfahrungsarten $\frac{12 \cdot 4\frac{3}{5}}{5}$ Pf. erhält.

§. 243. So wie in (§. 239.) gezeigt wurde, daß bei der Multiplication einer mehrfach benannten Zahl mit einer unbenannten ganzen Zahl die verschiedenen Einheiten zuvor in andere, größere oder kleinere verwandelt werden können: so ist dies auch hier der Fall. Soll z. B. 37 Pfd. $16\frac{2}{3}$ Loth durch 12 dividirt werden, so kann man entweder $16\frac{2}{3}$ Loth in Pfd. verwandeln, und erhält $\frac{16\frac{2}{3}}{32}$ Pfd. $= \frac{50}{96}$ Pfd. oder $\frac{25}{48}$ Pfd.; nun dividirt man $37\frac{25}{48}$ Pfd. durch 12:

$$12 \,\Big|\, 37\frac{25}{48} \,\Big|\, 3\frac{37}{576} \text{ Pfd.} = 3 \text{ Pfd. } 4\frac{1}{18} \text{ Loth.}$$
$$1\frac{25}{48}$$

$$\frac{32 \cdot 73}{12 \cdot 48} \text{ Loth} = \frac{73}{18} \text{ Loth} = 4\frac{1}{18} \text{ Loth.}$$

Der Bruch $\frac{73}{576}$ Pfd. kann nun wieder in Loth verwandelt wer-

werden; dies giebt $\frac{32 . 73}{576}$ Loth $= \frac{73}{18}$ Loth $= 4\frac{1}{18}$ Loth. Oder man setzt die Rechnung so fort, wie oben zuletzt geschehen, welches allemal leichter ist.

Ferner kann man die 37 Pfd. in Loth verwandeln, dies giebt 32 . 37 Loth $= 1184$ Loth, hiezu $16\frac{2}{3}$ Loth addirt, macht $1200\frac{2}{3}$ Loth; zuletzt wird diese Zahl durch 12 dividirt, und der Quotient wieder in Pfd. verwandelt:

$$12 \left| 1200\frac{2}{3} \right| 100\frac{1}{18} \text{ Loth}$$

$$\frac{2}{12 . 3} = 3 \text{ Pfd. } 4\frac{1}{18} \text{ Loth.}$$

§. 244. Nachdem gezeigt worden, wie eine mehrfach benannte Zahl durch eine ganze Zahl dividirt wird, führen wir hier noch eine andere Art an, bei der Multiplication mehrfach benannter Zahlen den Multiplicator zu zerlegen. Soll z. B. eine Zahl mit 67 multiplicirt werden, so bemerkt man, daß $67 = 36 + 18 + 9 + 3 + 1$ ist; dabei ist $18 = \frac{36}{2}$; $9 = \frac{18}{2}$; $3 = \frac{9}{3}$. Nimmt man daher die gegebene Zahl erst 36 mal, (welches ebenfalls wieder dadurch geschieht, daß man 36 in 4×9 oder 6×6 rc. zerlegt), und dividirt das Product durch 2, so erhält man 12 mal die gegebene Zahl; dividirt man diese wieder durch 2, so erhält man 9 mal die gegebene Zahl; dies letzte durch 3 dividirt, giebt 3 mal die gegebene Zahl; zuletzt addirt man alle diese Resultate und noch 1 mal oder 67 mal die gegebene Zahl. Z. B. es seien 4 Thlr. 9 Sgr. $8\frac{1}{2}$ Pf. mit 67 zu multipliciren:

4 Thlr.	9 Sgr.	$8\frac{1}{2}$ Pf.	× 67.
25 „	28 „	3 „	(6
155 „	19 „	6 „	(6 = 36 mal.
2) 77 „	24 „	9 „	= 18 mal.
2) 38 „	27 „	$4\frac{1}{2}$ „	= 9 mal.
3) 12 „	29 „	$1\frac{1}{2}$ „	= 3 mal.
4 „	9 „	$8\frac{1}{2}$ „	= 1 mal.
289 Thlr.	20 Sgr.	$5\frac{1}{2}$ Pf.	gesuchtes Product.

Man könnte 67 auch in $3 . 22 + 1$ zerlegen, und 22 wieder in $12 + 6 + 4$, wo $6 = \frac{12}{2}$, $4 = \frac{12}{3}$ ist; so daß man also danach die gegebene Zahl erst 12 mal nehmen müßte, das erhaltene Product durch 2 dividiren, dann das 12fache ebenfalls durch 3 dividiren, und endlich die Summe aller dieser Resultate 3 mal nehmen und zu diesem Producte noch einmal die gegebene Zahl addiren müßte. Dies gäbe für das vorliegende Beispiel folgende Rechnung:

	4 Thlr.	9 Sgr.	$8\frac{1}{2}$ Pf.	
	51 „	26 „	6 „	(12
2)	25 „	28 „	3 „	= 6 mal.
3)	17 „	8 „	10 „	= 4 mal.
	95 „	3 „	7 „	(3 = 22 mal.
	285 „	10 „	9 „	= 66 mal.
add.	4 „	9 „	$8\frac{1}{2}$ „	= 1 mal.
	289 Thlr.	20 Sgr.	$5\frac{1}{2}$ Pf.	

Uebrigens wird man bei einer Vergleichung dieser letzten Rechnungen mit der directen Multiplication (ohne Zerlegung des Multiplicators) leicht finden, daß die directe Berechnung in den meisten Fällen weit schneller zum Ziele führt, und man dabei weit weniger Irrthümern ausgesetzt ist. Da es indessen doch einzelne Fälle giebt, wo diese letzteren Wege mit einigem Vortheil angewendet werden können, so hielten wir es nicht für überflüssig, sie hier mit anzuführen.

§. 245. Da eine beliebige Zahl mit einem Bruche multiplicirt wird, wenn man sie mit dem Zähler des Bruchs multiplicirt und das Product durch den Nenner dividirt; so kann nun auch eine beliebig mehrfach benannte Zahl mit einer unbenannten gebrochenen Zahl multiplicirt werden. Z. B. es seien 75 Jahr 7 Monat $12\frac{4}{5}$ Tage mit $\frac{7}{8}$ zu multipliciren, so ergiebt sich folgende Rechnung:

	75 Jahr	7 Mnt.	$12\frac{4}{5}$ Tg.	$\times \frac{7}{8}$
				(7
	529 „	3 „	$29\frac{3}{5}$ „	
8)				
	66 Jahr	2 Mnt.	$14\frac{19}{20}$ Tg.	Product.

Um ferner eine mehrfach benannte Zahl mit einer unbenannten gemischten Zahl zu multipliciren, muß die benannte Zahl mit der in dem Multiplicator enthaltenen ganzen Zahl, dann auch mit dem darin vorkommenden Bruche multiplicirt werden; zuletzt werden dann beide Producte addirt. Z. B.

	125 Thlr.	$13\frac{8}{9}$ Sgr.	$\times 17\frac{4}{5}$	
		(4		
	501 „	$25\frac{5}{9}$ „		
		(4		
	2007 „	$12\frac{2}{9}$ „		
add.	125 „	$13\frac{8}{9}$ „	= 1 mal.	
	2132 „	$26\frac{1}{9}$ „	= 17 mal.	
add.	100 „	$11\frac{1}{9}$ „	= $\frac{1}{5}$ von 4 mal.	
	2233 „	$7\frac{2}{9}$ Sgr.	Product.	

§. 246. Da ferner eine beliebige Zahl durch einen Bruch dividirt wird, indem man diesen umkehrt, und dann damit multiplicirt; so kann nun auch eine mehrfach benannte Zahl durch eine gebrochene unbenannte Zahl dividirt werden, wenn man die gegebene benannte Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt und das Product durch den Zähler dividirt. Und soll eine benannte Zahl durch eine gemischte unbenannte Zahl dividirt werden, so muß diese

1) 25 Pfd. 16 Loth : 24 Loth.

$25\frac{1}{2}$ Pfd. $\quad \frac{3}{4}$ Pfd.

(4

102

3) 34 Quotient.

2) 113 Ctr. : 5 Ctr. 17 Pfd.

110 $\quad$ 110

12430 Pfd. $\quad$ 567 Pfd.

1090 $\quad 21\frac{523}{567}$ Quotient.

523

§. 249. Dasselbe Verfahren müßte man endlich einschlagen, wenn beide gegebene Zahlen einfach, aber verschieden benannt wären, doch, wie sich von selbst versteht, die Einheiten derselben gleichartig und nur einander untergeordnet sind, wie z. B. Thaler und Groschen, oder Groschen und Pfennig, oder Thaler und Pfennig; oder Centner und Pfund, oder Centner und Loth, u. s. w. Z. B. es seien 475 Fl. durch 3 Pf. zu dividiren.

475 Fl : 3 Pf.

80 $\quad \frac{3}{4 \cdot 60}$ Fl. $= \frac{1}{80}$ Fl.

Quotient. 38000

Noch ein Beispiel:

15 Loth : 28 Pfd.

32

56

84

15 : 896 $= \frac{15}{896}$

In allen Fällen, die Einheiten des Divisors mögen im Dividenden vorkommen oder nicht, müssen die beiden benannten Zahlen in Zahlen ein und derselben Einheit verwandelt, und diese letztern Zahlen durch einander dividirt werden.

§. 250. Wir haben uns zwar bisher bei der Division zweier mehrfach benannter Zahlen durch einander bloß auf ganze Zahlen beschränkt; da jedoch nach dem Früheren jede gebrochene benannte Zahl sowohl in eine Zahl höherer oder niedrigerer Einheiten verwandelt, als auch einfach benannte gebrochene Zahlen durcheinander

Dividend.		Divisor.
1) 236 Thlr. 14 Sgr. 6 Pf.	:	7 Thlr. 21 Sgr. 5 Pf.
30		30
7094 Sgr.		231 Sgr.
12		12
85134 Pf.		2777 Pf.
1824		$30\frac{1824}{2777}$ Quotient.

2) 236 Thlr. 14 Sgr. 6 Pf.	:	7 Thlr. 21 Sgr. 5 Pf.
30		30
$7094\frac{1}{2}$ Sgr.		$231\frac{5}{12}$ Sgr.
85134 (12 : 2777		2777
1824 — $30\frac{1824}{2777}$ Quot.		12

3) 236 Thlr. 14 Sgr. 6 Pf.	:	7 Thlr. 21 Sgr. 5 Pf.
$14\frac{1}{2}$ Sgr.		$21\frac{5}{12}$ Sgr.
$236\frac{29}{60}$ Thlr.	:	$7\frac{257}{360}$ Thlr.
360		2777
14160		360
708		
174		
2777 | 85134 | $30\frac{1824}{2777}$ Quotient.		
1824		

Man sieht leicht ein, daß die beiden letzteren Wege die Arbeit etwas erleichtern würden in allen den Fällen, wo die gegebenen Zahlen niedrigerer Einheiten sich durch Brüche mit kleineren Zahlen, als die Verhältnißzahlen sind, in die höheren Einheiten ausdrücken lassen, sonst aber ganz dieselbe Rechnung erfordern.

§. 248. Sollte die eine der beiden gegebenen Zahlen nur einfach benannt sein, so würde man sie als eine mehrfach benannte Zahl ansehen, der aber Zahlen einer oder mehrerer Einheiten fehlen, und entweder die andere, mehrfach benannte Zahl in eine Zahl derselben Einheit, oder beide in eine Zahl einer andern, aber gleichen Einheit verwandeln, je nachdem das Eine oder Andere für die in einem besondern Falle gegebenen Zahlen bequemer ist. Z. B.

1) 25 Pfd. 16 Loth : 24 Loth.

$25\frac{1}{2}$ Pfd. $\frac{3}{4}$ Pfd.

(4

102

3) 34 Quotient.

2) 113 Ctr. : 5 Ctr. 17 Pfd.

110 110

12430 Pfd. 567 Pfd.

1090

523 $21\frac{523}{567}$ Quotient.

§. 249. Dasselbe Verfahren müßte man endlich einschlagen, wenn beide gegebene Zahlen einfach, aber verschieden benannt wären, doch, wie sich von selbst versteht, die Einheiten derselben gleichartig und nur einander untergeordnet sind, wie z. B. Thaler und Groschen, oder Groschen und Pfennig, oder Thaler und Pfennig; oder Centner und Pfund, oder Centner und Loth, u. s. w. Z. B. es seien 475 Fl. durch 3 Pf. zu dividiren.

475 Fl : 3 Pf.

80

Quotient. 38000 $\frac{3}{4 . 60}$ Fl. $= \frac{1}{80}$ Fl.

Noch ein Beispiel:

15 Loth : 28 Pfd.

32

56

84

15 : 896 $= \frac{15}{896}$

In allen Fällen, die Einheiten des Divisors mögen im Dividenden vorkommen oder nicht, müssen die beiden benannten Zahlen in Zahlen ein und derselben Einheit verwandelt, und diese letztern Zahlen durch einander dividirt werden.

§. 250. Wir haben uns zwar bisher bei der Division zweier mehrfach benannter Zahlen durch einander bloß auf ganze Zahlen beschränkt; da jedoch nach dem Früheren jede gebrochene benannte Zahl sowohl in eine Zahl höherer oder niedrigerer Einheiten verwandelt, als auch einfach benannte gebrochene Zahlen durcheinander

dividirt werden können: so steht jetzt weiter nichts mehr der Lösung der allgemeineren Aufgabe: „zwei mehrfach benannte (ganze, gebrochene oder gemischte) Zahlen durch einander zu dividiren," entgegen. Ein paar Beispiele hierüber mögen hinreichen, um das Verfahren noch mehr zu verdeutlichen.

1) 5 Ctr. $86\frac{3}{4}$ Pfd. : 37 Pfd. $20\frac{2}{3}$ Loth.

110
$636\frac{3}{4}$ Pfd. (8
5094 (6
30564 | 1807
12494 | $16\frac{852}{1807}$ Quot.
852

$37\frac{31}{48}$ Pfd.
327
148
1807
48

2) $79\frac{3}{8}$ Thlr. : 25 Sgr. $8\frac{2}{5}$ Pf.

300
257 | $23812\frac{1}{2}$ | $92\frac{337}{514}$ Quot.
682
$168\frac{1}{2}$
337

$25\frac{7}{10}$ Thlr. = $\frac{257}{300}$ Thlr.
30

Oder:

$79\frac{3}{8}$ Thlr. : 25 Sgr. $8\frac{2}{5}$ Pf.

30
$2381\frac{1}{4}$ Sgr.
10
257 | $23812\frac{1}{2}$ | $92\frac{337}{514}$ Quotient.
682
$168\frac{1}{2}$
337

$25\frac{7}{10}$ Sgr.
257
10

Oder:

$79\frac{3}{8}$ Thlr. : 25 Sgr. $8\frac{2}{5}$ Pf.

30	12
$2381\frac{1}{4}$ Sgr.	$308\frac{2}{5}$ Pf.
12	1542
28575 Pf.	5
5	

1542 | 142875 | $92\frac{337}{514}$ Quotient.
4095
3
1011 $\frac{337}{514}$
1542

Schlußbemerkung.

Es sind in dem Vorhergehenden ganze, gebrochne und gemischte, unbenannte und benannte Zahlen durch jede der 4 Operationen, Addition, Subtraction, Multiplication und Division mit einander in Verbindung gesetzt worden. Die genannten Zahlformen sind die einzigen, welche in dem Bereiche des gemeinen Rechnens vorkommen, und die genannten 4 Operationen reichen ebenfalls hin, um vermittelst ihrer alle im gewöhnlichen Leben vorkommenden Aufgaben zu lösen. Obgleich nun zwar diese Operationen selbst schon zu einer neuen Zahlform, der sogenannten negativen Zahl, hinführen, so haben wir der Betrachtung dieser hier doch keine Stelle verstattet, eben weil man ihrer zur Lösung der gewöhnlich vorkommenden Aufgaben nicht bedarf, und die Gesetze der Operationen mit derselben auf den hier allemal betretenen Wegen vermittelst specieller (bestimmter) Zahlen, nicht einmal zu der Evidenz führen würden, welche wir in diesen Bogen für die entwickelten Gesetze zu erreichen vermochten, geschweige denn, daß dafür die dem Gegenstande angemessene Gründlichkeit erzielt werden könnte. Nachdem wir nun also alle vorkommenden Zahlformen vermittelst der 4 Operationen unter einander beliebig zu verbinden im Stande sind, so kann es bei einer gegebenen Aufgabe nur noch darauf ankommen, zu wissen, auf welche Weise, d. h. durch welche der 4 Operationen, die in der Aufgabe

gegebenen Zahlen unter einander verbunden werden müssen, um die gesuchte daraus zu finden, d. h. um die Lösung der Aufgabe sogleich zu bewerkstelligen. Da indessen die, selbst in den verhältnißmäßig engen Bereich des Rechnens gehörigen Aufgaben doch höchst verschiedenartig sein können, so ist es im Allgemeinen auch nicht möglich, allgemeine Methoden für ihre Lösung anzugeben; daher auch hier die Kunst, diese Aufgaben zu lösen, nur an einigen am häufigsten vorkommenden Fällen erläutert werden kann; durch Uebung bringt man es dann bald dahin, jede andere, selbst verwickeltere Aufgabe ebenfalls ohne Schwierigkeiten aufzulösen. Das Wesentlichste hierbei ist, daß man sich erstens eine recht deutliche Vorstellung von jeder der vier Operationen mache, d. h. sich klar bewußt sei, was für eine Zahl man durch jede derselben erhalte, und zweitens die zu lösende Aufgabe ebenfalls in ihrem ganzen Umfange verstehe.

Häufig ist es mir vorgekommen, daß nicht nur Rechenschüler, sondern selbst geübtere Rechner, die nie Gelegenheit gehabt hatten, sich mathematische Kenntnisse anzueignen, sich vorstellten, die im Vorhergehenden gelehrten 4 Operationen wären die einzig möglichen Zahlverbindungen. Für diese wird vielleicht folgende Bemerkung hier nicht ganz unwillkommen sein. Man erinnere sich nämlich, daß man durch die Addition eine Zahl (die Summe) findet, welche so groß ist, als zwei oder mehrere Zahlen zusammen genommen. Durch die Multiplication findet man eine Zahl (das Product), welche so groß ist, als mehrere einander gleiche Zahlen zusammen genommen; der Multiplicator zeigt die Anzahl dieser gleichen Summanden an. Das Product ist also eine besondere Art Summe; die Summanden sind nämlich alle einander gleich, dadurch, daß einer dieser gleichen Summanden und ihre Anzahl gegeben ist, kann man die Summe finden, welche eben in diesem Falle Product heißt. Man kann nun bekanntlich auch Producte aus beliebig viel Factoren bilden, wie z. B. $7 \times 9 \times 13 \times 26 \times 50$, u. s. w., und man erhielte wieder eine besondere Art Product, wenn diese Factoren alle einander gleich würden; kennt man dann einen derselben und ihre Anzahl, so kann man ebenfalls wieder das Product finden, so daß also auch hier, wie bei der Multiplication im Allgemeinen nur zwei Zahlen bekannt sein müssen, um das Product zu finden. Ein solches Product aus lauter gleichen Factoren, wie z. E. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$,

nennt man eine Potenz, und schreibt dafür 7^5, indem die Zahl 7, (welche Dignand oder Basis genannt wird), die Größe der einander gleichen Factoren anzeigt, die oben rechts gesetzte Zahl 5, (Exponent genannt), aber angiebt, aus wie vielen solcher gleichen Factoren das Produkt bestehe. Hieraus entsteht also schon eine neue Operation, das Potenziren. Die Zahl 7 mit 5 potenziren heißt also; das Product finden, welches aus 5 gleichen Factoren, wovon jeder 7 ist, besteht. Das Addiren, Multipliciren und Potenziren nennt man directe Operationen. Durch das Subtrahiren findet man, aus der Summe zweier Zahlen, und dem einen Summanden, den andern Summanden. Aus dem Producte zweier Zahlen und dem Multiplicator kann man, durch die Division den Multiplicanden, so wie aus dem Producte und dem Multiplicanden, ebenfalls durch die Division, den Multiplicator finden. Die Subtraction und Division sind also indirecte Operationen der Addition und Multiplication. Aus der Potenz und dem Exponenten läßt sich nun auch der Dignand, so wie aus der Potenz und dem Dignanden der Exponent finden. Diese zwei Operationen, von welchen die erstere das Radiciren oder Wurzelausziehen, die andere das Logarithmiren heißt, sind also indirecte Operationen des Potenzirens. — Hierdurch sind also 3 neue Operationen hinzugekommen, und man begreift leicht, daß, so wie die Potenz einer besondern Art des Products ist, man auch wieder eine besondere Art der Potenz bilden könnte, welche neue Operation dann wieder zwei indirecte Operationen veranlassen müßte. Wie schon oben gesagt, reichen die ersten 4 Operationen hin, alle Rechnungen des gewöhnlichen Lebens durchzuführen, die andern drei Operationen werden in der Mathematik vollständig und gründlich abgehandelt. Obgleich man ohne Aufhören immer neue Operationen bilden könnte, betrachtet man dennoch nie mehr, als die angeführten 7 Operationen.

Ehe nun der Lehrer zu den Anwendungen im folgenden Kapitel übergeht, wird es zweckmäßig sein, den Schülern einige leichte Aufgaben vorzulegen, und sie die Auflösungen suchen zu lassen. Hiebei wird er dann Gelegenheit haben, vorläufig zu zeigen, wie man sich zu überzeugen habe, warum gerade diese Operation in dem vorliegenden Falle angewendet werden müsse.

Berlin, gedruckt bei Trowitzsch und Sohn.

Mathematische Bücher,

welche in demselben Verlage erschienen sind.

Egen, P. N. C., Handbuch der allgemeinen Arithmetik. Besonders in Beziehung auf die „Sammlung von Beispielen, Formeln und Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra, von Meier Hirsch." Theil I. die Buchstabenrechnung. Mit 1 Kupf. 8. 1820. 2 Thlr.

Dasselbe Theil II. die Algebra. gr. 8. 1820. 2 Thlr.

Gruson, J. Ph., die Kegelschnitte; elementarisch, geometrisch, algebraisch, zum Behuf der Vorlesungen abgehandelt. 8. Mit 4 Kupfern. 1820. 1 Thlr. 10 Sgr.

Hirsch, Meier, Sammlung von Beispielen, Formeln und Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra. Vierte durchgesehene Ausgabe. 8. 1832. 1 Thlr. 10 Sgr.

Auflösungen hievon, siehe: Sachs.
Commentar hiezu, siehe Egen.

—— —— Fortsetzung derselben; oder Sammlung von Aufgaben aus der Theorie der algebraischen Gleichungen. 1r Theil. 8. 1809. 1 Thlr. 20 Sgr.

—— —— Sammlung geometrischer Aufgaben. 2 Theile, mit 20 Kupfertafeln. 8. 1805 u. 7. jeder 1 Thlr. 20 Sgr.

—— Integral-Tafeln, oder Sammlung von Integral-Formeln. gr. 4. 1810. 3 Thlr.

Hoffmann, K. W. D., mathematische Elementarschule; oder Anleitung zum kunstlosen Denken über mathematische Gegenstände. Ein Handbuch für Lehrer und Lernende. Mit 7 Kupf. 8. 1803. 1 Thlr. 10 Sgr.

Ide, J. Jos. Ant., Anfangsgründe der reinen Mathematik, zum Leitfaden seiner Vorlesungen entworfen. 2 Theile. Mit 2 Kupfern. gr. 8. 1803. 1 Thlr. 15 Sgr.

Enthält: 1ster Theil, Arithmetik 20 Sgr.
2ter Theil, Geometrie 25 Sgr.

La Croix, Sylv. Fr., Anfangsgründe der Arithmetik. Nach der 17ten Originalausgabe aus dem Französischen übersetzt, und mit einigen Anmerkungen versehen. gr. 8. 1827. 20 Sgr.

La Croix, Sylv. Fr., die Anfangsgründe der Algebra. Aus dem Französischen übersetzt, nach der 12ten verb. und verm. Ausgabe, von J. Ph. Grüson. gr. 8. 1821. 1 Thlr. 10 Sgr.

Auch unter dem Titel:

Sylv. Fr. Lacroix's Algebra. Erster Theil. Anfangsgründe rc.

Derselben 2r Band oder weitere Ausführung, übersetzt von Elk. Marc. Hahn. 8. 1805. 1 Thlr. 20 Sgr.

—— Lehrbuch der Elementar-Geometrie. (Nach der 13ten Auflage aus dem Franz.) neu übersetzt und mit Anmerkungen versehen von L. Ideler. gr. 8. Mit 7 Kupfertafeln. 1828. 1 Thlr. 10 Sgr.

—— weitere Ausführung zu seiner Geometrie, oder Versuch einer Geometrie über die ebenen und krummen Oberflächen, nebst Anfangsgründen der Perspective, zum besondern Gebrauch für Architecten, und für die ausübenden Meßkünstler überhaupt. Aus dem Franz. übersetzt von Elk. Marc. Hahn. Mit 10 Kupf. gr. 8. 1806. 1 Thlr. 5 Sgr.

—— Anleitung zur ebenen und sphärischen Trigonometrie und zur Anwendung der Algebra auf die Geometrie. (Aus dem Franz. nach der 7ten Originalausgabe) neu übersetzt und mit erläuternden Anmerkungen versehen von L. Ideler. gr. 8. Mit 6 Kupf. 1822. 1 Thlr. 15 Sgr.

Weitere Ausführung hiervon, siehe: Puissant.

Puissant, L., Sammlung verschiedener Aufgaben der Geometrie, aufgelöst und bewiesen durch die algebraische Analysis; als weitere Ausführung zu Lacroix's Trigonometrie. Aus dem Franz. übersetzt von Elk. Marc. Hahn. Mit 2 Kupf. gr. 8. 1806. 20 Sgr.

Rockstroh, H., die Logarithmen, erleichtert für den Unterricht und in ihrer Anwendung auf ökonom., kaufmännische, juristische rc. Gegenstände. gr. 8. 1818. 22½ Sgr.

Sachs, Sal., Auflösungen der in Meier Hirsch's Sammlung von Beispielen rc. aus der Buchstabenrechnung und Algebra enthaltenen Gleichungen und Aufgaben. Vierte verb. Aufl. 8. 1829. 1 Thlr. 20 Sgr.

Wilde, Emil, Geometrie für Bürgerschulen und die unteren Klassen der Gymnasien. gr. 8. Mit 9 Kupfert. 1829. 1 Thlr. 5 Sgr.

Zimmermann, C. G., Entwickelung analytischer Grundsätze, für den ersten Unterricht in der Mathematik, besonders für diejenigen, welche sich ohne mündliche Anweisung darüber belehren wollen. Mit 1 Kupf. gr. 8. 1805. 1 Thlr.

Lehrbuch
der
Arithmetik
für
Schulen, Gymnasien und den Selbstunterricht.

Enthaltend:

eine gründliche und leicht faßliche, den Erfordernissen der neueren Pädagogik angemessene Darstellung des Kopf- und Zifferrechnens, und deren Anwendung auf das bürgerliche Leben und auf besondere Geschäftszweige.

Von

Jacob Heussi,

ordentlichem Lehrer der Mathematik, Physik und englischen Sprache an der Königlichen Realschule zu Berlin.

Zweiter Theil.

Die Anwendungen der vier Operationen enthaltend.

Berlin, 1832.

Verlag von Duncker und Humblot.

Inhalt.

Sechszehntes Kapitel.

Siebzehntes Kapitel.

Achtzehntes Kapitel.

Zehntes Kapitel.

Allgemeine Anwendung der vier Operationen.

§. 251.

Aufgaben über Addition und Subtraction.

1. **Aufgabe.** Wenn von einer unbekannten Zahl 9 subtrahirt werden, so erhält man 7; welches ist diese Zahl? **Antwort** 16.

Auflösung. Von einer Zahl 9 subtrahiren heißt: die Zahl suchen, welche, zu dem Subtrahenden 9 addirt, den Minuenden, d. i. hier die unbekannte Zahl wieder giebt; (oder mit andern Worten: der Subtrahend 9, zu der Differenz 7 addirt, muß allemal den Minuenden, d. h. hier die unbekannte Zahl wieder geben.) Also ist die unbekannte Zahl $= 7 + 9$ oder 16.

Wären hier statt der ganzen Zahlen gebrochne oder gemischte Zahlen gegeben, so würde dies in der Auflösung der Aufgabe weiter keine Aenderung veranlassen; z. B. wenn $5\frac{6}{7}$ von einer unbekannten Zahl subtrahirt werden, so erhält man $23\frac{2}{3}$; welches ist diese Zahl? Antw. $29\frac{11}{21}$. Denn der Subtrahend $5\frac{6}{7}$ muß, zu der Differenz $23\frac{2}{3}$ addirt, den Minuenden, d. h. die unbek. Zahl geben; also ist diese Zahl $= 23\frac{2}{3} + 5\frac{6}{7} = 29\frac{11}{21}$

2. **Aufgabe.** Wenn man zu einer unbek. Zahl 10 addirt, (oder eine unbek. Zahl zu 10 addirt), so erhält man 25; welches ist diese Zahl? **Antw.** 15.

Inhalt.

Sechszehntes Kapitel.

Siebzehntes Kapitel.

Achtzehntes Kapitel.

Zehntes Kapitel.

Allgemeine Anwendung der vier Operationen.

§. 251.

Aufgaben über Addition und Subtraction.

1. **Aufgabe.** Wenn von einer unbekannten Zahl 9 subtrahirt werden, so erhält man 7; welches ist diese Zahl? **Antwort** 16.

Auflösung. Von einer Zahl 9 subtrahiren heißt: die Zahl suchen, welche, zu dem Subtrahenden 9 addirt, den Minuenden, d. i. hier die unbekannte Zahl wieder giebt; (oder mit andern Worten: der Subtrahend 9, zu der Differenz 7 addirt, muß allemal den Minuenden, d. h. hier die unbekannte Zahl wieder geben.) Also ist die unbekannte Zahl $= 7 + 9$ oder 16.

Wären hier statt der ganzen Zahlen gebrochne oder gemischte Zahlen gegeben, so würde dies in der Auflösung der Aufgabe weiter keine Aenderung veranlassen; z. B. wenn $5\frac{6}{7}$ von einer unbekannten Zahl subtrahirt werden, so erhält man $23\frac{2}{3}$; welches ist diese Zahl? Antw. $29\frac{11}{21}$. Denn der Subtrahend $5\frac{6}{7}$ muß, zu der Differenz $23\frac{2}{3}$ addirt, den Minuenden, d. h. die unbek. Zahl geben; also ist diese Zahl $= 23\frac{2}{3} + 5\frac{6}{7} = 29\frac{11}{21}$

2. **Aufgabe.** Wenn man zu einer unbek. Zahl 10 addirt, (oder eine unbek. Zahl zu 10 addirt), so erhält man 25; welches ist diese Zahl? **Antw.** 15.

Aufl. Die Zahl, die, zu 10 addirt oder zu der 10 addirt, 25 giebt, ist = 25 — 10 oder 15.

3. Aufg. Wenn man von 30 eine unbekannte Zahl subtrahirt, so erhält man 16; welches ist diese unbekannte Zahl? Antwort 14.

Aufl. Die Differenz, zu dem Subtrahenden addirt, giebt den Minuenden; d. h. 16 zu der unbek. Zahl addirt giebt 30; wenn aber eine unbek. Zahl und 16 zusammen 30 betragen, so ist (nach Nr. 2.) die unbek. Zahl = 30 — 16 oder 14. (Dieser letztere Theil der Auflösung muß von den Schülern vollständig, d. h. wie in der zweiten Aufgabe durchgeführt werden.)

§. 252.

Aufgaben über Multiplication und Division.

1. Aufg. Welche Zahl giebt, durch 4 dividirt, 12 zum Quotienten? Antw. 48.

Aufl. Eine Zahl durch 4 dividiren heißt: die Zahl finden, welche, mit dem Divisor 4 multiplicirt, den Dividenden, d. h. hier die unbek. Zahl, giebt. Die unbek. Zahl ist also = 4 × 12 = 48.

2. Aufg. 5 mal eine unbek. Zahl macht 37; welches ist diese Zahl? Antw. $7\frac{2}{5}$.

Aufl. Die Zahl, die, mit 5 multiplicirt, 37 giebt, ist $\frac{37}{5} = 7\frac{2}{5}$.

3. Aufgabe. Durch welche Zahl muß 48 dividirt werden, um 12 zum Quotienten zu erhalten? Antw. durch 4.

Aufl. Der Quotient ist die Zahl, die, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden giebt; 12 mal die unbek. Zahl giebt also 48; die Zahl, die, mit 12 multiplicirt, 48 giebt, ist aber = $\frac{48}{12}$ oder 4.

§. 253.

Zusammengesetztere Aufgaben.

1. Aufg. Wenn man von einer unbekannten Zahl 5 subtrahirt, und die Differenz durch 4 dividirt, erhält man 20; welches ist diese Zahl? Antw. 85.

Aufl. Wenn eine Zahl, durch 4 dividirt, 20 giebt, so ist diese Zahl = 4.20 oder 80; wenn man also von der unbekannten Zahl 5 subtrahirt, erhält man 80, folglich ist die unbekannte Zahl = 80 + 5 oder 85.

2. Aufg. Wenn eine unbekannte Zahl zu 10 addirt, und die Summe durch 7 dividirt wird, erhält man 5; welches ist diese Zahl? Antw. 25.

Aufl. Eine Zahl, die, durch 7 dividirt, 5 giebt, ist = 7.5 oder 35; und wenn nun eine unbek. Zahl, zu 10 addirt, 35 giebt, so ist die unbek. Zahl = 35 — 10 = 25.

3. Aufg. Wenn man eine unbek. Zahl von 20 subtrahirt, und die Differenz durch 3 dividirt, erhält man 4; welches ist diese Zahl? Antw. 8.

Aufl. Wenn jene Differenz, durch 3 dividirt, 4 giebt, so ist die Differenz selbst = 3.4 oder 12; und wenn eine unbek. Zahl, von 20 subtrahirt, 12 giebt, so ist die unbek. Zahl, (als Subtrahend), zu 12 (als Differenz) addirt, gleich dem Minuenden 20; folglich die unbek. Zahl selbst = 20 — 12 = 8.

§. 254. 1. Aufg. Wenn man von einer unbek. Zahl 10 subtrahirt und dann die Differenz mit 3 multiplicirt, erhält man 11; welches ist diese Zahl? Antw. $13\frac{2}{3}$.

Aufl. Wenn jene Differenz, mit 3 multiplicirt, 11 giebt, so ist die Differenz = $\frac{11}{3}$ oder $3\frac{2}{3}$; und wenn 10 von einer unbek. Zahl subtrahirt, $3\frac{2}{3}$ giebt, so ist diese Zahl = $3\frac{2}{3}$ + 10 oder $13\frac{2}{3}$.

2. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl zu 4 addirt und die Summe mit 3 multiplicirt wird, erhält man 32; welches ist diese Zahl? Antw. $6\frac{2}{3}$.

Aufl. Wenn jene Summe, mit 3 multiplicirt, 32 giebt, so ist sie selbst = $\frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$; und wenn eine Zahl, zu 4 addirt, $10\frac{2}{3}$ giebt, so ist die Zahl selbst = $10\frac{2}{3}$ — 4, d. h. $6\frac{2}{3}$.

3. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl von 27 subtrahirt, und die Differenz mit 5 multiplicirt wird, erhält man 36; welches ist diese Zahl? Antw. $19\frac{4}{5}$.

Aufl. Wenn jene Differenz, mit 5 multiplicirt, 36 giebt, so ist sie selbst $= \frac{36}{5}$; und wenn eine unbek. Zahl, von 27 subtrahirt, $\frac{36}{5}$ giebt, so ist die unbek. Zahl und $\frac{36}{5}$ zusammen 27, also die gesuchte Zahl $= 27 - \frac{36}{5} = 27 - 7\frac{1}{5} = 19\frac{4}{5}$.

§. 255. 1. Aufg. Wenn man von einer unbek. Zahl 8 subtrahirt, und 12 durch die erhaltene Differenz dividirt, erhält man 4; welches ist die unbekannte Zahl? Antw. 11.

Aufl. Da 12, durch jene Differenz dividirt, 4 giebt, so ist 4 mal diese Differenz $= 12$, also diese Differenz selbst $= \frac{12}{4}$; und wenn nun 8, von der unbek. Zahl subtrahirt, $\frac{12}{4}$ giebt, so ist die gesuchte Zahl $\frac{12}{4} + 8$, d. h. $= 3 + 8$ oder 11.

2. Aufg. Wenn 7 zu einer unbek. Zahl addirt, und 100 durch die erhaltene Summe dividirt wird, erhält man $5\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl? Antw. $11\frac{2}{11}$.

Aufl. Da 100, durch jene Summe dividirt, $5\frac{1}{2}$ zum Quotienten giebt, so muß diese Summe mit $5\frac{1}{2}$ multiplicirt, 100 geben, diese Summe selbst also $= \frac{100}{5\frac{1}{2}}$ sein. Wenn aber 7, zur unbek. Zahl addirt, $\frac{100}{5\frac{1}{2}}$ giebt, so ist die gesuchte Zahl $= \frac{100}{5\frac{1}{2}} - 7 = \frac{100}{\frac{11}{2}} - 7 = \frac{200}{11} - 7 = 18\frac{2}{11} - 7 = 11\frac{2}{11}$.

3. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl von $\frac{7}{8}$ subtrahirt, und $\frac{3}{7}$

durch die Differenz dividirt wird, erhält man $2\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl? Antw. $\frac{197}{280}$.

Aufl. Da $\frac{3}{7}$, durch die genannte Differenz dividirt, $2\frac{1}{2}$ zum Quotienten giebt, so muß diese Differenz, mit $2\frac{1}{2}$ multiplicirt, $\frac{3}{7}$ geben; folglich jene Differenz $= \frac{3}{7} : 2\frac{1}{2}$ sein; und wenn die unbek. Zahl, von $\frac{7}{8}$ subtrahirt, $\frac{\frac{3}{7}}{2\frac{1}{2}}$ giebt, so ist die unbek. Zahl, zu $\frac{\frac{3}{7}}{2\frac{1}{2}}$ addirt, $\frac{7}{8}$, also die unbek. Zahl selbst $= \frac{7}{8} - \frac{\frac{3}{7}}{2\frac{1}{2}} = \frac{7}{8} - \frac{6}{35} = \frac{7.35 - 6.8}{8.35} = \frac{197}{280}$.

§. 256. 1. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl durch $\frac{2}{3}$ dividirt, und vom Quotienten 6 subtrahirt wird, so erhält man 13; welches ist diese Zahl? Antw. $12\frac{2}{3}$.

Aufl. Da die genannte Differenz $= 13$, so ist der Minuend derselben, d. h. die unbek. Zahl dividirt durch $\frac{2}{3}$ so viel als die Differenz zum Subtrahenden addirt, oder $= 6 + 13$, d. i. 19; und da nun die unbek. Zahl, durch $\frac{2}{3}$ dividirt, 19 giebt, so ist diese Zahl selbst $= \frac{2}{3} \cdot 19$ oder $12\frac{2}{3}$.

2. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl durch 7 dividirt, und der Quotient zu $9\frac{1}{2}$ addirt wird, erhält man $25\frac{1}{3}$; welches ist diese Zahl? Antw. $110\frac{5}{6}$.

Aufl. Da der genannte Quot., zu $9\frac{1}{2}$ addirt, $25\frac{1}{3}$ giebt, so ist der Quotient selbst $= 25\frac{1}{3} - 9\frac{1}{2}$, d. i. $15\frac{5}{6}$; und wenn nun die unbek. Zahl, durch 7 dividirt, $15\frac{5}{6}$ giebt, so ist die Zahl selbst $= 7 \cdot 15\frac{5}{6} = 110\frac{5}{6}$.

3. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl durch 5 dividirt, und der

Quotient von 19 subtrahirt wird, erhält man 3; welches ist diese Zahl? Antw. 80.

Aufl. Da der genannte Quotient, von 19 subtrahirt, 3 giebt, so ist dieser Quotient, zu 3 addirt, = 19, also der Quotient selbst, = 19 — 3 = 16; und da nun die unbek. Zahl, durch 5 dividirt, 16 giebt, so ist diese Zahl = 5 × 16 = 80.

§. 257. 1. Aufg. Wenn die Zahl 4 durch eine unbek. Zahl dividirt, und von dem Quotienten 3 subtrahirt wird, erhält man 7; welches ist die unbek. Zahl? Antw. $\frac{2}{5}$.

Aufl. Wenn man von dem gedachten Quotienten 3 subtrahirt, erhält man 7, also ist derselbe = 7 + 3 oder 10; wenn aber 4, durch eine Zahl dividirt, 10 zum Quotienten giebt, so ist jene Zahl (als Divisor), mit dem Quotienten 10 multiplicirt, der Zahl 4 gleich; foglich ist dann jene Zahl = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

2. Aufg. Wenn die Zahl 34 durch eine unbek. Zahl dividirt, und der Quotient zu $3\frac{1}{2}$ addirt wird, erhält man $13\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl? Antw. $3\frac{13}{41}$.

Aufl. Da der genannte Quotient, zu $3\frac{1}{2}$ addirt, $13\frac{3}{4}$ giebt, so ist er selbst = $13\frac{3}{4} - 3\frac{1}{2} = 10\frac{1}{4}$. Da nun 34, durch eine Zahl dividirt, $10\frac{1}{4}$ giebt, so ist $10\frac{1}{4}$ mal diese Zahl = 34, folglich diese Zahl selbst = $\frac{34}{10\frac{1}{4}} = 3\frac{13}{41}$.

3. Aufgabe. Wenn die Zahl 16 durch eine unbekannte Zahl dividirt, und der Quotient von 7 subtrahirt wird, erhält man $\frac{1}{2}$; welches ist diese unbekannte Zahl? Antw. $2\frac{6}{13}$.

Aufl. Weil die genannte Differenz = $\frac{1}{2}$, so ist der Minuend derselben (die Zahl 7), $\frac{1}{2}$ zu dem Subtrahenden addirt, d. h. $\frac{1}{2}$ zu dem Quotienten addirt, den man erhält, wenn

16 durch die unbekannte Zahl dividirt wird; also dieser Quotient $= 7 - \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$. Wenn aber 16, durch die unbek. Zahl dividirt, $6\frac{1}{2}$ giebt, so ist $6\frac{1}{2}$ mal diese Zahl $= 16$, also diese Zahl selbst $= 16 : 6\frac{1}{2} = 2\frac{6}{13}$.

§. 258. 1. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt, und von dem Producte 7 subtrahirt wird, erhält man $3\frac{1}{3}$; welches ist diese Zahl? Antw. $13\frac{7}{9}$.

Aufl. Wenn von $\frac{3}{4}$ mal der unbek. Zahl 7 subtrahirt wird, erhält man $3\frac{1}{3}$, folglich ist $\frac{3}{4}$ mal die unbek. Zahl $= 3\frac{1}{3} + 7 = 10\frac{1}{3}$, also dann auch die unbek. Zahl $= \frac{10\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} = 13\frac{7}{9}$.

2. Auf. Wenn zu 3 mal eine unbek. Zahl $5\frac{3}{4}$ addirt werden, erhält man $31\frac{7}{9}$, welches ist diese Zahl? Antw. $8\frac{73}{108}$.

Aufl. Wenn 3 mal die unbek. Zahl, zu $5\frac{3}{4}$ addirt, $31\frac{7}{9}$ geben, so ist 3 mal die unbek. Zahl $= 31\frac{7}{9} - 5\frac{3}{4} = 26\frac{1}{36}$; also ist dann die unbek. Zahl $= \frac{26\frac{1}{36}}{3} = 8\frac{73}{108}$.

3. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl $1\frac{1}{2}$ mal genommen, und das Product von $57\frac{3}{8}$ subtrahirt wird, erhält man $16\frac{1}{2}$; welches ist die unbek. Zahl? Antw. $27\frac{1}{4}$.

Aufl. Da die genannte Differenz $16\frac{1}{2}$ ausmacht, so ist der Subtrahend, zur Differenz $16\frac{1}{2}$ addirt, dem Minuenden $57\frac{3}{8}$ gleich; d. h. $1\frac{1}{2}$ mal die unbek. Zahl, zu $16\frac{1}{2}$ addirt, geben $57\frac{3}{8}$,

also geben $1\frac{1}{2}$ mal die unbek. Zahl $57\frac{3}{8} - 16\frac{1}{2}$, folglich ist dann die unbek. Zahl $= \frac{57\frac{3}{8} - 16\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}} = 27\frac{1}{4}$.

§. 259. 1. Aufg. Wenn von einer unbek. Zahl 5 subtrahirt wird, erhält man $\frac{2}{3}$ der unbek. Zahl; welches ist diese Zahl? Antw. 15.

Aufl. Der Subtrahend 5 zu der Differenz ($\frac{2}{3}$ mal die unbek. Zahl) addirt, giebt den Minuenden (die unbek. Zahl); d. h. die unbek. Zahl ist: 5 addirt zu $\frac{2}{3}$ mal die unbek. Zahl; wenn folglich von der unbek. Zahl $\frac{2}{3}$ mal die unbek. Zahl subtrahirt wird, erhält man 5; also ist $5 = \frac{1}{3}$ mal die unbek. Zahl; die unbek. Zahl selbst also $= 5 : \frac{1}{3} = 5 . 3$ oder 15. — Oder kürzer: da durch Subtraction der Zahl 5, $\frac{1}{3}$ der unbek. Zahl subtrahirt wird, so ist $\frac{1}{3}$ mal diese Zahl $= 5$, also die unbek. Zahl $= 3 \times 5$ oder 15.

2. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl zu 12 addirt (oder 12 zu einer unbek. Zahl addirt) wird, erhält man $1\frac{1}{2}$ mal die unbek. Zahl; welches ist diese Zahl? Antw. 24.

Aufl. Dadurch, daß zur unbek. Zahl 12 addirt wird, addirt man $1\frac{1}{2} - 1$, d. i. $\frac{1}{2}$ mal die unbek. Zahl; $\frac{1}{2}$ mal die unbek. Zahl ist also 12; folglich die Zahl selbst $\frac{12}{\frac{1}{2}} = 2 \times 12 = 24$.

3. Aufg. Wenn eine unbek. Zahl von 17 subtrahirt wird, erhält man $2\frac{1}{3}$ mal die unbek. Zahl; welches ist diese Zahl? Antw. $5\frac{1}{10}$.

Aufl. Der Subtrahend, zu der Differenz addirt, giebt den Minuenden; d. h. die unbek. Zahl, zu $2\frac{1}{3}$ mal die unbek. Zahl addirt, giebt 17, oder $2\frac{1}{3} + 1$, d. h. $3\frac{1}{3}$ mal die unbek.

Zahl ist = 17; folglich die unbek. Zahl selbst = $\frac{17}{3\frac{1}{3}}$ = $\frac{3 \cdot 17}{10} = 5\frac{1}{10}$.

§. 260. 1. Aufg. Wenn von einer unbek. Zahl 7 subtrahirt werden, erhält man dasselbe, wie wenn die unbek. Zahl durch 4 dividirt wird; welches ist diese Zahl? Antw. $9\frac{1}{3}$.

Aufl. Da die unbek. Zahl, durch 4 dividirt, die unbek. Zahl weniger 7 giebt, so wird dieser Quotient, mit dem Divisor 4 multiplicirt, den Dividenden, d. h. die unbek. Zahl, geben; also ist die unbek. Zahl gleich 4 mal die unbek. Zahl weniger 4 mal 7 oder 28; dadurch also, daß 28 von 4 mal der unbek. Zahl subtrahirt wird, subtrahirt man 3 mal die unbek. Zahl, oder 28 ist 3 mal diese Zahl; also ist die unbekannte Zahl = $\frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$.

2. Aufg. Welches ist die Zahl, die, durch $\frac{2}{3}$ dividirt, 5 mehr als die unbek. Zahl selbst zum Quotienten giebt? Antw. 10.

Aufl. Da die Zahl, durch $\frac{2}{3}$ dividirt, 5 mehr als die unbek. Zahl giebt, so ist der Dividend dieser Division, nämlich die unbek. Zahl gleich $\frac{2}{3}$ mal der Summe aus der unbek. Zahl und 5, d. h. $\frac{2}{3}$ mal die unbek. Zahl und $\frac{2}{3} \cdot 5$; dadurch also, daß zu $\frac{2}{3}$ der Zahl $\frac{2}{3} \cdot 5$ (oder $\frac{10}{3}$) addirt werden, addirt man $\frac{1}{3}$ der unbek. Zahl, folglich ist $\frac{10}{3} = \frac{1}{3}$ der unbek. Zahl, also diese Zahl 10.

3. Aufg. Welche Zahl giebt, durch $2\frac{1}{2}$ dividirt, dasselbe, wie wenn die unbek. Zahl selbst von 12 subtrahirt wird? Antwort $8\frac{4}{7}$.

Aufl. Der Quotient muß, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden wieder geben; daher 12 weniger die unbek. Zahl, mit $2\frac{1}{2}$ multiplicirt, der unbek. Zahl gleich sein muß, oder

$2\frac{1}{2}$ mal 12, weniger $2\frac{1}{2}$ mal die unbek. Zahl macht gerade diese Zahl aus; also ist $2\frac{1}{2}$ mal 12 so viel als $3\frac{1}{2}$ mal die gesuchte Zahl, oder diese Zahl $= \frac{2\frac{1}{2} . 12}{3\frac{1}{2}} = 8\frac{4}{7}$.

§. 261. 1. Aufg. Man soll die Zahl 100 so in 2 Theile theilen, daß der erste Theil um 10 größer wird, als der zweite.

Aufl. Da der erste Theil um 10 größer werden soll, als der zweite, so ist er gleich dem zweiten + 10, folglich ist die unbekannte Zahl gleich 2 mal diesem zweiten Theile + 10. Um also diesen zweiten Theil zu finden, hat man die Aufgabe zu lösen: 2 mal eine unbekannte Zahl zu 10 addirt, giebt 100, welches ist diese Zahl? nach (§. 258. Nr. 2.) ist diese Zahl = 45, folglich ist der erste Theil 45 + 10 = 55.

2. Aufg. Die Zahl $\frac{3}{7}$ so in 2 Theile zu theilen, daß der erste um $\frac{2}{13}$ kleiner wird, als der zweite.

Aufl. $\frac{3}{7}$ ist 2 mal der erste Theil $+ \frac{2}{13}$, also dieser erste Theil $\frac{25}{182}$, der zweite aber $\frac{25}{182} + \frac{2}{13} = \frac{53}{182}$.

3. Aufg. Die Zahl $1415\frac{3}{5}$ so in 2 Theile zu theilen, daß der zweite Theil um $110\frac{1}{2}$ größer wird, als der erste. Der erste Theil ist $652\frac{11}{20}$, der zweite $763\frac{1}{20}$.

§. 262. 1. Aufg. Die Zahl 100 so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um 10 größer ist, als der zweite, der zweite um 5 größer, als der dritte.

Aufl. Der zweite Theil ist so groß als der dritte + 5, der erste so groß als der zweite + 10, also so groß als der dritte + 10 + 5, d. h. so groß als der dritte + 15, also sind alle 3 Theile zusammen 3 mal so groß als der dritte + 20; wenn aber 3 mal eine Zahl + 20 = 100 ist, so ist diese Zahl $\frac{100 - 20}{3} = 26\frac{2}{3}$; dies ist der dritte Theil; der zweite ist demnach $26\frac{2}{3} + 5 = 31\frac{2}{3}$, der erste $= 31\frac{2}{3} + 10 = 41\frac{2}{3}$.

2. Aufg. Die Zahl $15\frac{2}{3}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil um $2\frac{1}{2}$ größer ist als der zweite, der zweite um $5\frac{1}{3}$ größer als der dritte. — Der erste Theil ist $8\frac{2}{3}$, der zweite $6\frac{1}{6}$, der dritte $\frac{5}{6}$.

3. Aufg. Die Zahl 24 so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um 4 kleiner, als der zweite, der zweite um 5 kleiner, als der dritte ist.

Aufl. Die Zahl 24 besteht:
aus dem ersten Theil, aus dem zweiten, welcher = dem ersten Theil + 4 und aus dem dritten = dem zweiten + 5, d. h. = dem ersten Theil + 9, also ist 24 = 3 mal dem ersten Theil + 13, also der erste Theil = $\frac{24-13}{3}$ = $3\frac{2}{3}$, der zweite = $7\frac{2}{3}$, der dritte = $12\frac{2}{3}$.

4. Aufg. Die Zahl 65 so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil um $7\frac{1}{2}$ größer als der zweite, der zweite um $1\frac{1}{3}$ kleiner als der dritte.

Aufl. 65 besteht hier aus dem ersten Theil, welcher = dem zweiten + $7\frac{1}{2}$, ferner aus dem zweiten Theile, und endlich aus dem dritten Theile, welcher = dem zweiten + $1\frac{1}{3}$, also ist 65 = 3 mal dem zweiten Theil + $8\frac{5}{6}$, also der zweite Theil = $\frac{65 - 8\frac{5}{6}}{3} = 18\frac{13}{18}$, der erste Theil ist = $18\frac{13}{18} + 7\frac{1}{2} = 26\frac{2}{9}$, der dritte Theil = $18\frac{13}{18} + 1\frac{1}{3}$ = $20\frac{1}{18}$.

5. Aufg. $6\frac{2}{3}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der zweite Theil um $\frac{1}{2}$ größer wird als der erste, und der dritte Theil um $\frac{2}{3}$ kleiner als der zweite.

Aufl. Der zweite Theil ist gleich dem ersten $+ \frac{1}{2}$, und auch gleich dem dritten $+ \frac{2}{3}$, also ist der erste $+ \frac{1}{2} =$ dem dritten $+ \frac{2}{3}$, d. h. der erste ist $=$ dem dritten $+ \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$, d. h. $=$ dem dritten $+ \frac{1}{6}$; und der zweite ist $=$ dem dritten $+ \frac{2}{3}$, also ist $6\frac{2}{3} = 3$ mal dem dritten Theil $+ \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$, d. h. $= 3$ mal dem dritten Theil $+ \frac{5}{6}$, also der dritte Theil $= \frac{6\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{3} = 1\frac{17}{18}$; der zweite Theil ist $1\frac{17}{18} + \frac{2}{3} = 2\frac{11}{18}$, der erste $= 2\frac{11}{18} - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{9}$.

6. Aufg. $14\frac{2}{3}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste dem zweiten gleich, der dritte aber um $\frac{3}{4}$ kleiner als der erste wird.

Aufl. Der erste Theil ist $=$ dem dritten $+ \frac{3}{4}$; der zweite ebenfalls $=$ dem dritten $+ \frac{3}{4}$; also ist $14\frac{2}{3} = 3$ mal dem dritten Theil $+ 2 \times \frac{3}{4}$, d. h. $= 3$ mal dem dritten Theil $+ 1\frac{1}{2}$, folglich der dritte Theil $= \frac{14\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}}{3} = 13\frac{1}{6}$; der zweite Theil ist $= 13\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = 13\frac{11}{12}$; desgl. der erste.

§. 263. 1. Aufg. Die Zahl 1000 so in 4 Theile zu theilen, daß der erste Theil um 10 größer als der zweite, der zweite um 20 größer als der dritte und der dritte um 30 größer als der vierte Theil wird.

Aufl. Die Zahl 1000 enthält: 1) den vierten Theil; 2) den dritten Theil, welcher $=$ dem vierten $+ 30$; 3) den zweiten Theil, welcher $=$ dem dritten $+ 20$, also $=$ dem vierten $+ 50$; 4) den ersten Theil, welcher $=$ dem zweiten $+ 10$, also $=$ dem vierten $+ 60$, also ist $1000 = 4$ mal dem vierten Theil $+ 30 + 50 + 60$, d. h. $= 4$ mal dem 4ten Theil $+ 140$, woraus also dieser vierte Theil $=$

$\frac{1000-140}{4} = 215$, der dritte $= 215 + 30 = 245$, der zweite $= 265$, der erste $= 275$.

2. Aufg. Die Zahl $\frac{3}{5}$ so in 4 Theile zu theilen, daß der erste Theil um $\frac{1}{8}$ größer wird als der zweite, der zweite um $\frac{1}{16}$ größer als der dritte und der dritte um $\frac{2}{11}$ größer als der vierte. Der vierte Theil ist $\frac{243}{3520}$, der dritte $\frac{883}{3520}$, der zweite $\frac{1103}{3520}$, der erste $\frac{1543}{3520}$.

3. Aufg. Die Zahl 450 so in 4 Theile, die A, B, C, D heißen mögen, zu theilen, daß A um $\frac{1}{2}$ kleiner als B, C um $\frac{2}{7}$ größer als D und D um $\frac{5}{8}$ kleiner als A.

Aufl. Es ist der Theil

$$A \ldots\ldots\ldots = A$$
$$B \ldots\ldots\ldots = A + \frac{1}{2}$$
$$D \ldots\ldots\ldots = A - \frac{5}{8}$$
$$C = D + \frac{2}{7} \ldots = A - \frac{5}{8} + \frac{2}{7}$$

Daher $450 = 4 \times A + \frac{1}{2} - \frac{10}{8} + \frac{2}{7}$, d. h.

$$450 = 4 \times A - \frac{13}{28};$$

also $A = \frac{450 + \frac{13}{28}}{4} = 112\frac{69}{112}$, woraus man $B = 113\frac{13}{112}$, $C = 112\frac{31}{112}$, $D = 111\frac{111}{112}$.

§. 264. 1. Aufg. Die Zahl 100 so in zwei Theile zu theilen, daß der erste Theil 2 mal so groß wird, als der andere.

Aufl. Da der erste Theil 2 mal so groß, als der andere, so sind beide Theile zusammen $2 + 1$, d. h. 3 mal so groß, als der zweite Theil. 3 mal der zweite Theil beträgt also 100, also ist dieser zweite Theil $= \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$, folglich der erste $= 2 \times 33\frac{1}{3} = 66\frac{2}{3}$.

2. Aufg. Man soll $2\frac{1}{3}$ so in 2 Theile theilen, daß der erste Theil $\frac{1}{3}$ des zweiten wird.

Antw. Der erste Theil ist $= \frac{2\frac{1}{3}}{4} = \frac{7}{12}$, der andere $= 1\frac{3}{4}$.

3. Aufg. Man soll 16 so in 2 Theile theilen, daß der erste Theil $\frac{2}{3}$ des andern wird.

Aufl. Da der erste Theil $\frac{2}{3}$ des zweiten ist, so sind beide Theile zusammen $1\frac{2}{3}$ mal so groß, als dieser zweite Theil; also ist $1\frac{2}{3}$ mal der zweite Theil $= 16$, also dieser zweite Theil $= \frac{16}{\frac{5}{3}} = 9\frac{3}{5}$, also der erste $\frac{2}{3} \times 9\frac{3}{5} = 6\frac{2}{5}$.

4. Aufg. Man soll $8\frac{4}{5}$ so in 2 Theile theilen, daß der eine Theil $2\frac{1}{3}$ mal so groß wird als der andere.

Aufl. Die beiden Theile zusammen enthalten $3\frac{1}{3}$ mal den ersten, also ist $3\frac{1}{3}$ mal der erste Theil $= 8\frac{4}{5}$, folglich dieser Theil $= \frac{8\frac{4}{5}}{3\frac{1}{3}} = 2\frac{16}{25}$. Der andere Theil ist daher $= 2\frac{1}{3} \times 2\frac{16}{25} = 6\frac{4}{25}$.

§. 265. 1. Aufg. Man soll 40 so in 3 Theile, welche A, B und C heißen mögen, theilen, daß A 2 mal so groß als B, B 3 mal so groß als C wird.

Aufl. Der Theil B ist $= 3$ mal C, $A = 2 \times B$ also $= 2 \times 3$ mal, d. h. 6 mal C, folglich alle 3 Theile zusammen $= 1 + 3 + 6$, d. h. 10 mal so groß als C, und da sie zusammen 40 betragen, so ist $C = \frac{40}{10} = 4$, $B = 3 \times 4 = 12$ und $A = 2 \times 12 = 24$.

2. Aufg. Man soll 64 so in 3 Theile, A, B, C theilen, daß A $\frac{2}{3}$ mal so groß als B, und B $1\frac{1}{2}$ mal so groß als C wird.

Aufl. B ist $1\frac{1}{2}$ mal C, A $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$ mal, d. h. 1 mal so groß als C, oder gleich C; also ist $64 = 3\frac{1}{2}$ mal dem Theil

C, welcher folglich $= \frac{64}{3\frac{1}{2}} = 18\frac{2}{7}$, so wie $B = 1\frac{1}{2} . 18\frac{2}{7}$ $= 27\frac{3}{7}$ und $A = 18\frac{2}{7}$.

3. Aufg. Man soll $\frac{3}{4}$ so in drei Theile, A, B, C theilen, daß A $\frac{3}{4}$ von B, B $\frac{7}{8}$ von C wird.

Aufl. A ist $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$ von C, d. h. $\frac{21}{32}$ von C, also $A + B +$ C, welche zusammen $= \frac{3}{4}$, $1 + \frac{7}{8} + \frac{21}{32}$ mal so groß, also C, daher $C = \frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{7}{8} + \frac{21}{32}} = 2\frac{17}{32}$, $B = \frac{7}{8} \times 2\frac{17}{32} = 2\frac{55}{256}$ und $A = \frac{3}{4} \times 2\frac{55}{256} = 1\frac{677}{1024}$.

4. Aufg. Die Zahl $2\frac{1}{2}$ so in 3 Theile A, B und C, zu theilen, daß $A = 2\frac{2}{3}$ mal C und $C = 1\frac{1}{2}$ mal B wird.

Antw. $A = 1\frac{7}{13}$, $B = \frac{5}{13}$, $C = \frac{15}{26}$.

§. 266. 1. Aufg. Die Zahl 100 so in 4 Theile, A, B, C, D, zu theilen, daß A 2 mal so groß als B, $B = 5 \times C$ und $C = 3 \times D$ wird.

Aufl. C ist $= 3 \times D$; $B = 15 \times D$, $A = 30 D$, also sind alle 4 Theile zusammen $= 1 + 3 + 15 + 30$, d. h. 49 mal D, und betragen 100, also ist $D = \frac{100}{49} = 2\frac{2}{49}$, woraus sich $C = 6\frac{6}{49}$, $B = 30\frac{30}{49}$, und $A = 61\frac{11}{49}$ findet.

2. Aufg. Die Zahl $5\frac{3}{4}$ so in 4 Theile, A, B, C, D, zu theilen, daß A $\frac{2}{3}$ von B, B $\frac{3}{4}$ von C, C $\frac{4}{5}$ von D werde.

Antw. $A = \frac{23}{28}$, $B = 1\frac{13}{56}$, $C = 1\frac{9}{14}$, $D = 2\frac{3}{56}$.

3. Aufg. Die Zahl 20 so in 4 Theile A, B, C und D, zu theilen, daß $B = 1\frac{1}{2}$ mal A, $C = 2\frac{2}{3}$ mal D, und $A = \frac{1}{2}$ mal C wird.

Aufl. Es ist B $= 1\frac{1}{2}$ mal A, C $= 2$ mal A, D $= \frac{1}{2\frac{2}{3}}$ mal C, d. h. $= \frac{3}{8}$ mal C, also D $= \frac{3}{4}$ mal A, folglich $20 = 5\frac{1}{4}$ mal A, also der Theil A $= 3\frac{17}{21}$, woraus denn die anderen Theile leicht zu finden.

§. 267. 1. Aufg. Zwei Zahlen zu finden, so daß die erste $\frac{5}{6}$ der andern, aber auch um 10 kleiner ist als die andere.

Aufl. Aus den gegebenen Bedingungen ist klar, daß $\frac{1}{6}$ der zweiten Zahl 10 beträgt, also ist die zweite $= 6 \times 10 = 60$, folglich die erste 50.

2. Aufg. Zwei Zahlen zu finden, so daß die erste $2\frac{2}{3}$ mal so groß als die zweite, und die zweite um $5\frac{1}{2}$ kleiner als die erste ist.

Aufl. Die zweite Zahl ist um $1\frac{2}{3}$ mal diese zweite Zahl kleiner als die erste; also ist $1\frac{2}{3}$ mal die zweite Zahl $= 5\frac{1}{2}$, folglich die zweite $= \frac{5\frac{1}{2}}{1\frac{2}{3}} = 3\frac{3}{10}$, folglich die erste $= 3\frac{3}{10} + 5\frac{1}{2} = 8\frac{4}{5}$.

3. Aufg. Zwei Zahlen so zu finden, daß $\frac{1}{2}$ mal die erste $= \frac{2}{3}$ mal die zweite, und die erste um $\frac{4}{5}$ größer als die zweite.

Aufl. Da $\frac{1}{2}$ mal die erste $= \frac{2}{3}$ mal die zweite, so ist die erste $= \frac{4}{3}$ mal die zweite, folglich $\frac{1}{3}$ der zweiten $= \frac{4}{5}$, daher diese Zahl $= 3 \times \frac{4}{5} = 2\frac{2}{5}$, also die erste $= 3\frac{1}{5}$.

4. Aufg. Zwei Zahlen so zu finden, daß $1\frac{1}{5}$ mal die erste $= \frac{2}{3}$ mal die zweite, und die erste um $16\frac{2}{9}$ kleiner als die zweite.

Aufl. Die erste ist $\frac{\frac{2}{3}}{1\frac{1}{5}}$, d. h. $\frac{5}{9}$ mal so groß als die zweite; also sind $\frac{4}{9}$ der zweiten $= 16\frac{2}{9}$, folglich diese Zahl $= 16\frac{2}{9} : \frac{4}{9} = 36\frac{1}{2}$, folglich die erste $= 20\frac{5}{18}$.

Man könnte hier auch sagen: die zweite ist $\frac{1\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}}$, d. h. $\frac{9}{5}$ mal die erste, folglich $\frac{4}{5}$ der ersten $= 16\frac{2}{9}$, also die erste $16\frac{2}{9} : \frac{4}{5} = 20\frac{5}{18}$ u. s. w. Dasselbe Verfahren läßt sich auch auf die vorhergehenden Aufgaben anwenden.

5. Aufg. Zwei Zahlen so zu finden, daß $\frac{1}{2}$ mal die erste so groß als $\frac{5}{6}$ mal die zweite, und die erste um 4 größer als $\frac{1}{3}$ der zweiten ist.

Aufl. Die erste ist $\frac{5}{6} : \frac{1}{2}$ d. h. $\frac{5}{3}$ mal so groß als die zweite, also sind $\frac{5}{3}$ der zweiten um 4 größer als $\frac{1}{3}$ der zweiten; folglich betragen $\frac{4}{3}$ der zweiten Zahl 4, also ist diese $= 3$, so wie die erste $= \frac{1}{3} . 3 + 4 = 5$.

§. 268. 1. Aufg. Drei Zahlen, A, B, C, so zu finden, daß A 2 mal so groß als B, B 3 mal so groß als C, so wie C um 50 kleiner als A.

Aufl. Es ist $A = 6 \times C$; da aber auch C um 50 kleiner als A, so ist $5 \times C = 50$, folglich $C = 10$; woraus sich dann $B = 3 . 10 = 30$, $A = 2 . 30 = 60$ findet.

2. Aufg. Drei Zahlen A, B, C, so zu finden, daß $A = \frac{2}{3} . B$, $B = 1\frac{1}{2} . C$ und B um $2\frac{1}{4}$ größer als A ist.

Antw. $A = 4\frac{1}{2}$, $B = 6\frac{3}{4}$, $C = 4\frac{1}{2}$.

3. Aufg. Drei Zahlen so zu finden, daß $A = \frac{5}{6} . B$, $B = 2\frac{2}{3} . C$ und A um $7\frac{1}{2}$ größer als C ist.

Antw. $A = 13\frac{7}{11}$, $B = 16\frac{4}{11}$, $C = 6\frac{3}{22}$.

4. Aufg. Drei Zahlen so zu finden, daß A zwei mal so groß als B, B um 4 größer als C und C um 9 kleiner als A.

Aufl. Da $A = 2.B$, und $B = C + 4$, so ist auch $A = 2 \times (C + 4)$, d. h. $= 2.C + 8$, und da $C = A - 9$ ist, so ist auch $2.C + 8 = 2.(A - 9) + 8$, d. h. $= 2.A - 18 + 8 = 2.A - 10$, welches also $= A$ ist; wenn man also von $2 \times A$ 10 subtrahirt, so erhält man A, d. h. die erste Zahl ist $= 10$, also $B = \frac{10}{2} = 5$ und $C = 1$.

Schließlich bemerken wir nur noch, daß in allen diesen Aufgaben auch benannte Zahlen gegeben sein können. Die Beispielsammlung wird dergleichen Aufgaben in hinreichender Anzahl enthalten, weswegen sie hier um so eher übergangen werden konnten.

Eilftes Kapitel.

Allgemeine Betrachtung über die Anwendung der vier Operationen auf practische Aufgaben.

§. 269. Die Lösung der in der Praxis vorkommenden Aufgaben ist eine bloße Anwendung der, im Früheren vorgetragenen, vier Operationen; hat man sich darin eine genügende Fertigkeit verschafft, so kommt es bei jeder speciellen Aufgabe nur noch darauf an, aus der Natur der Aufgabe zu entscheiden, durch welche der vier Operationen die gegebenen Zahlen mit einander verbunden werden müssen, um die gesuchte daraus zu erhalten. Daß über diesen letzteren Punkt keine genügende, für alle Fälle ausreichende Regeln gegeben werden können, ist schon an einem anderen Orte gezeigt worden. Um indessen aus der großen Mannigfaltigkeit arithmetischer Aufgaben gerade diejenigen besonders herauszuheben, welche die häufigste Anwendung finden, und durch die Behandlungsart dieser, den Schülern die nöthige Anleitung zur Lösung aller übrigen in dieses Gebiet gehörigen Aufgaben zu geben, wäre es wohl das Natürlichste, die Operationen selbst zum Eintheilungsgrunde zu nehmen. Diesemnach würde man denn zunächst solche Aufgaben wählen, zu denen

die Addition allein, oder die Subtraction allein in Anwendung kommen, sodann solche, zu deren Lösung diese beiden genannten Operationen nöthig sind. Nach diesen einfachern Operationen müßte dann zu denjenigen Aufgaben übergegangen werden, die durch die zusammengesetzteren, die Multiplication und Division, gelöst werden, und zwar müßte man hier wieder erst solche wählen, die entweder durch die Multiplication allein, oder durch die Division allein, oder aber endlich durch Anwendung dieser beiden Operationen gelöst werden. Außer den genannten giebt es dann noch Aufgaben, welche durch gleichzeitige Anwendung der einfacheren und zusammengesetzteren Operationen gelöst werden, und zwar solche, in denen die Multiplication oder Division mit einer oder mit beiden einfacheren Operationen vorkommen, und solche, in denen beide zusammengesetzteren Operationen mit den einfacheren vereint in Anwendung kommen. Unter den genannten Rubriken müssen nun nothwendig alle möglichen arithmetischen Aufgaben mit enthalten sein, der Gegenstand der Berechnung mag sein welcher er wolle.

§. 270. Gewöhnlich befolgt man bei den arithmetischen Aufgaben einen ganz anderen Eintheilungsgrund. Man behandelt zwar die Additions- und Subtractions-Aufgaben besonders, dann auch wohl die Aufgaben über Multiplication und Division unter dem Namen der Regel de tri; allein die zusammengesetzteren Aufgaben werden in diesem Zusammenhange gar nicht weiter berührt; statt ihrer behandelt man einige Aufgaben über besondere Geschäftszweige. Es ist nun zwar aus dem Obigen klar, daß es nicht nöthig wäre, über besondere Gegenstände der Berechnung noch etwas zu bemerken, wenn man im Allgemeinen gelernt hat, aus mehreren gegebenen Zahlen die gesuchte zu finden, insofern die Art der Verbindung der gegebenen Zahlen untereinander durch die Natur der Aufgabe völlig bestimmt ist und also ohne Schwierigkeit daraus gefunden werden kann. Ehe man sich indessen von einer arithmetischen Aufgabe einen ganz klaren Begriff machen kann, muß man mit dem Gegenstande völlig vertraut sein; und da nicht vorausgesetzt werden kann, daß ein Jeder die verschiedenartigen Berufszweige so genau kenne, hat man es für nöthig erachtet, die gehörige Anleitung über einige derselben, welche besonders manche Berechnungen erfordern, in die Rechenbücher mit einzuschalten. Denn wer z. B. nichts vom Wechselgeschäfte versteht, dem ist es unmöglich, den Sinn einer darüber

gegebenen Aufgabe richtig aufzufassen; wer mit dem Münzwesen unbekannt ist, der kann auch nicht eine sich darauf beziehende Aufgabe lösen, denn die Sprache dieser verschiedenen Geschäftszweige ist ihm dann ganz fremd. Will man sich also einmal auf dergleichen specielle Gegenstände der Berechnung einlassen, deren Kenntniß nicht bei Jedermann vorausgesetzt werden kann, so muß man natürlich auch die gehörige Auskunft und Anweisung über die allgemeinen Beziehungen der wirklichen Berechnungen voran gehen lassen. Außerdem gestattet dieser Gang den Vortheil, alle möglichen verschiedenen Aufgaben über einen und denselben Gegenstand in einer übersichtlichen Aufeinanderfolge zusammen zu stellen; hiemit ist indeß nicht gemeint, daß der Schüler alle diese möglichen Aufgaben über einen und denselben Gegenstand in der Absicht lernen müsse, um ja sicher zu sein, später jede vorkommende Aufgabe auflösen zu können, denn dessen muß er auch fähig sein, sobald er nur den richtigen Sinn der Aufgabe versteht: sondern vielmehr soll der Schüler sich dadurch einen leichteren Blick über den Zusammenhang der gegebenen und gesuchten Zahlen einer Aufgabe aneignen, und wir sehen dies als ein wesentliches pädagogisches Mittel an, die Denkkraft des Schülers zu stärken und besonders sein Combinationsvermögen zu entwickeln.

§. 271. Ehe wir nun zu den Aufgaben selbst übergehen, können wir nicht umhin, den Lehrer besonders darauf aufmerksam zu machen, daß die wirkliche Berechnung einer Aufgabe weder das Einzige noch Wesentlichste ist, das er von dem Schüler verlangen kann; die wirkliche Berechnung selbst kann für den Schüler durchaus keine Schwierigkeiten mehr haben, weil nichts vorkommt, was er nicht schon gelernt hat, sobald derselbe nämlich erfahren hat, durch welche Operationen die gegebenen Zahlen unter einander verbunden werden sollen. Dieses letztere aber kann, wie schon oben gesagt, einzig und allein aus der Natur der Aufgabe gefunden werden. Dies ist also das Wichtigste bei diesem Theile des Rechenunterrichts, daß der Lehrer dahin strebe, den Schüler zu gewöhnen, bei jeder vorkommenden Aufgabe sich das Wesen derselben erst zu eigen zu machen, ehe er an die Berechnung selbst geht. — Nehmen wir z. B folgende Aufgabe:

Wie lange starb Alexander der Große vor Karl dem Großen?

so sind in dieser Frage zwar keine Zahlen gegeben, aus denen die

gesuchte durch Rechnung gefunden werden könnte; allein, wer mit der Geschichte etwas bekannt ist, weiß wenigstens, wie lange Alexander vor Christi Geburt, und Karl nach Christi Geburt gestorben ist; da dies nicht von jedem Rechenschüler vorausgesetzt werden kann, so müssen ihm diese Zahlen gegeben werden; jedoch thut der Lehrer wohl daran, eine solche Aufgabe erst gerade so hinzustellen wie oben geschehen ist, und die Schüler selbst angeben zu lassen, was sie noch zu wissen nöthig haben, um die Frage beantworten zu können. Nun fügt der Lehrer noch hinzu, daß Alexander 323 Jahre vor Ch. Geb. und Karl 814 Jahre nach Ch. Geb. gestorben ist; wie viele Jahre sind von Alexanders Tod bis Chr. Geb. verflossen? wie viele von Chr. Geb. bis zum Tode Karl des Großen? wie viele also von Alexanders bis Karls Tod? Antwort: 323 und 814, d. h. 1137 Jahre.

Wie viel kosten $7\frac{3}{4}$ Pfd. einer Waare in Amsterdam, wenn das Pfd. 12 Stüv. kostet?

Lehrer: wenn 1 Pfd. 20 Stüv. kostet, was kosten dann 2 Pfd.? Schüler: dann kosten 2 Pfd. 2 mal 20 Stüv. L. Woher wißt ihr das? — Kostet denn 1 Pfd. einer Waare immer eben so viel wie das andere Pfund? — Nur unter dieser Voraussetzung, daß nämlich jedes Pfund der gekauften Waare gleich viel koste, muß man für 2 Pfd. gerade 2 mal so viel bezahlen, als für 1 Pfd. Deshalb kosten dann auch 7 Pfd. 7 mal so viel als 1 Pfd., $\frac{3}{4}$ Pfd. $\frac{3}{4}$ mal so viel als 1 Pfd.; also $7\frac{3}{4}$ Pfd. $(7 + \frac{3}{4})$ mal so viel als 1 Pfd., u. s. w. Durch welche Operation wird also diese Aufgabe gelöst? Was für Zahlen sind hier mit einander zu multipliciren? Die Schüler antworten vielleicht: zwei benannte Zahlen, worauf sie der Lehrer erinnert, daß zwei benannte Zahlen nicht mit einander multiplicirt werden können (§. 215.). Dann zeigt der Lehrer, daß die 12 Stüv. auch wirklich nicht mit $7\frac{3}{4}$ Pfd., sondern nur mit der Zahl der Pfunde, d. h. mit $7\frac{3}{4}$ zu multipliciren sind.

Hätte man nun ferner die Aufgabe:

Wie viele Ellen bekommt man für $14\frac{1}{2}$ Thlr., wenn 1 Elle 2 Thlr. 10 Sgr. kostet?

so frage der Lehrer etwa: wie viele Ellen bekommt man für 2 Thlr.

10 Sgr? wie viele Ellen aber für 2 mal 2 Thlr. 10 Sgr? Antw.: wenn jede Elle gleich viel kostet, so bekommt man für 2 mal 2 Thlr. 10 Sgr. auch 2 Ellen; wie viele Ellen bekommt man für 3 mal 2 Thlr. 10 Sgr.? u. s. w. Dann: was bekommt man aber für 1 Thlr.? und dann, wie viel für $14\frac{1}{2}$ Thlr.?

Ueberhaupt versäume man nicht, bei diesen Aufgaben der directen Regel de tri (den Multiplications- und Divisions-Aufgaben) besonders herauszuheben, daß, um diese beiden Operationen anwenden zu können, jedesmal vorausgesetzt werden müsse, derselben Einheit entspreche auch dieselbe benannte Zahl; unter dieser Voraussetzung entspricht denn auch dem 2, 3, 4 ꝛc. fachen beziehlich 2, 3, 4 ꝛc. mal dieselbe benannte Zahl. Z. B. wenn 1 Loth 3 Sgr. kostet, und jedes Loth derselben Waare so viel kostet, so werden 2 Loth 2×3 Sgr., 3 Loth 3×3 Sgr., 4 Loth 4×3 Sgr. ꝛc. kosten.

§. 272. Um diesen letzteren Punkt noch mehr hervorzuheben, knüpfe man sogleich einige Aufgaben der sogenannten indirecten Regel de tri daran an.

Die zuletzt benutzten Beispiele sind nämlich alles solche, wo zu dem Doppelten, Drei-, Vierfachen u. s. w., zu der Hälfte, dem Drittheil, Viertheil u. s. w. einer benannten Zahl beziehlich ein Doppeltes, Drei-, Vierfaches u. s. w., ein Halbes, Drittheil, Viertheil u. s. w. einer andern benannten Zahl gehört, wo überhaupt einem Vielfachen einer benannten Zahl ein Gleichvielfaches einer andern benannten Zahl entspricht. In sehr vielen Fällen stehen jedoch die vorkommenden benannten Zahlen in ganz andern Beziehungen zu einander, weswegen man sich in jedem einzelnen Falle vorher überzeugen muß, zu welcher dieser verschiedenen Gattungen von Aufgaben er gehöre. Wenn z. B. ein Reisender in 1 Stunde $\frac{1}{2}$ Meile zurücklegt, so legt er allerdings in 6 Stunden $6 \times \frac{1}{2}$ Meile zurück, wenn vorausgesetzt werden kann, daß er diese ganze Zeit hindurch mit derselben Geschwindigkeit geht, also in jeder der 6 Stunden denselben Weg von $\frac{1}{2}$ Meile zurücklegt. Derselbe Schluß ließe sich indeß nicht anwenden, wenn man wüßte, daß er zwar in der

ersten Stunde $\frac{1}{2}$ Meile zurückgelegt hätte, nachher aber bald geschwinder, bald langsamer gegangen wäre. Oder, wenn ein sich gleichmäßig bewegender Körper in der Sekunde 3′ zurücklegt, so legt er in 10 Sekunden $10 \times 3'$ zurück; und weiß man, daß ein sich gleichmäßig bewegender Körper in 10 Sek. 30′ zurückgelegt hat, so muß er sich in 1 Sek. durch $\frac{30}{10}'$ bewegt haben. Eben so würde derselbe Körper, wenn er sich mit der doppelten, drei-, vierfachen Geschwindigkeit bewegte, in derselben Zeit auch beziehlich den doppelten, drei-, vierfachen Weg zurücklegen. Wenn nun aber ein Körper A 1 Sek. braucht, um sich 10′ weit zu bewegen, wie viel Zeit wird ein anderer Körper B zu demselben Wege brauchen, wenn er sich mit doppelt so großer Geschwindigkeit bewegt, als A? — Da die Geschwindigkeit des B zwei mal so groß, als die des A ist, so legt er in 1 Sek. $2 \times 10'$ zurück; und wenn ein Körper zu $2 \times 10'$ Weg 1 Sek. gebraucht, so gebraucht er zu 1′ Weg $\frac{1}{2 \times 10}$ Sek., also zu 10′ Weg $10 \times \frac{1}{2 \times 10} = \frac{10}{2 \times 10} = \frac{1}{2}$ Sekunde.

Diese Auflösung zeigt:

1) daß die Aufgabe zu denen gehört, zu deren Lösung die beiden Operationen, Multiplication und Division, angewendet werden;
2) daß der mit doppelter Geschwindigkeit sich bewegende Körper nur die Hälfte der Zeit braucht, um denselben Weg zurückzulegen.

Wegen (Nr. 1.) sind diese Aufgaben bis hieher unberührt geblieben. — Aus (Nr. 2.) geht leicht hervor, daß sie auch als einfache Multiplications- oder Divisions-Aufgaben angesehen und behandelt werden können. Denn geht man einige solcher Aufgaben nach Art der obigen Auflösung durch, so überzeugt man sich bald, daß zu dem 2, 3, 4 ꝛc. fachen einer benannten Zahl allemal (nicht das 2, 3, 4 ꝛc. fache, sondern) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ꝛc. einer andern benannten Zahl gehört. Legt z. B. ein Körper A in 1 Sek. 15′ zurück, so legt ein anderer Körper B, dessen Geschwindigkeit 7 mal so groß, als die des A ist, in 1 Sek. 7×15 Fuß zurück; also

braucht B zu 1' Weg $\frac{1}{7 \times 15}$ Sek. und zu 15' Weg $15 \times \frac{1}{7 \times 15}$ Sek. $= \frac{15}{7 \times 15} = \frac{1}{7}$ Sek., d. h. $\frac{1}{7}$ der Zeit, welche A braucht, um denselben Weg zurückzulegen.

Ein Kapital trägt in 1 Jahr gewisse Zinsen; in $\frac{1}{2}$ Jahr trägt dasselbe Kapital die Hälfte dieser Zinsen; um also in $\frac{1}{2}$ Jahr dieselben Zinsen zu bekommen, wie vom erst genannten Kapital in 1 Jahr, wird ein doppelt so großes Kapital erfordert.

Wenn ein Mann eine Arbeit in 20 Tagen vollendet, so macht er in 1 Tag $\frac{1}{20}$ der Arbeit; 2, 3, 4, 5 Mann, welche täglich eben so viel Arbeit liefern, werden in 1 Tag beziehlich $\frac{2}{20}, \frac{3}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}$ der Arbeit liefern; also werden sie die ganze Arbeit in $1 : \frac{2}{20}$, $1 : \frac{3}{20}$, $1 : \frac{4}{20}$, $1 : \frac{5}{20}$ Tagen vollenden, d. h. beziehlich in $\frac{20}{2} = 10$, $\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$, $\frac{20}{4} = 5$, $\frac{20}{5} = 4$ Tagen, d. h. beziehlich in $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ der Zeit, welche 1 Mann dazu braucht. Wie schon oben bemerkt, muß man sich in jedem Falle überzeugen, ob auch diese Schlußfolge darauf anwendbar sei. Denn nicht bei jeder Arbeit z. B. richten zwei Leute doppelt so viel aus, als ein Arbeiter; daher denn auch nicht geschlossen werden kann, daß zwei Mann zu derselben Arbeit nur halb so viel Zeit brauchen als ein Mann. Dasselbe ist von sehr vielen andern Aufgaben zu erinnern.

§. 273. Betrachten wir ferner die Aufgabe: Ein Körper fällt im luftleeren Raume $15\frac{7}{8}$ Fuß in der ersten Sekunde; wie weit fällt er in 5 Sekunden? — Fiele er jede der 5 Sekunden durch $15\frac{7}{8}$ Fuß, so wäre der gesuchte Weg allerdings $5 \times 15\frac{7}{8}$ Fuß; allein es ist aus der Physik bekannt, daß er in 5 Sekunden durch $5 \times 5 \times 15\frac{7}{8}$ Fuß fällt. — Wenn aus einem Gefäß in 1 Sekunde 10 Kubikzoll Wasser ausfließen, so werden, ebenfalls nach einem Gesetze aus der Physik, in 2 Sekunden nicht 2×10 Kubik-

zoll ausfließen, sondern die Menge des ausfließenden Wassers ist von der Höhe des Wasserspiegels über der Ausflußöffnung abhängig; wenn also in der ersten Sekunde 10 Kubikzoll ausströmten, so ist während der zweiten Sekunde diese Höhe geringer, folglich auch die Menge des ausfließenden Wassers weniger, als 10 Kubikzoll.

Um also dem Schüler vor allem die Aufgabe klar zu machen, wird ihn der Lehrer anfangs bei allen diesen Beispielen fragen, zu welcher dieser drei Gattungen von Aufgaben die vorliegende gehöre, ihm nach einander mehrere, abwechselnd bald von der einen, bald von der andern und dritten Gattung vorlegen und sich von denen der beiden ersten Arten angeben lassen, wie die gegebenen Zahlen unter einander verbunden werden müssen, um die gesuchte daraus zu finden, ohne jedoch die wirkliche Berechnung zu verlangen. Die letzte Gattung der Aufgaben kann auf dieser Stufe von dem Schüler noch nicht gelöst werden.

Zwölftes Kapitel.

Practische Aufgaben über die Addition und Subtraction.

§. 274.

I. Addition.

Aufgabe. Der Preußische Staat enthält:

1)	die Provinz	Ostpreußen	mit	703	Q. Meilen,
2)	= =	Westpreußen	=	466	=
3)	= =	Brandenburg	=	$749\frac{1}{4}$	=
4)	= =	Pommern	=	$566\frac{1}{2}$	=
5)	= =	Schlesien	=	720	=
6)	= =	Posen	=	$538\frac{1}{2}$	=
7)	= =	Sachsen	=	458	=
8)	= =	Westphalen	=	367	=
9)	= =	Cleve=Berg	=	$158\frac{1}{2}$	=
10)	= =	Niederrhein	=	288	=

wie viel Quadrat-Meilen enthält der ganze Staat? Antwort: $5014\frac{3}{4}$ Q.-Meilen.

Auflösung. Der ganze Staat enthält offenbar so viele Q.-M., als alle Provinzen zusammen; also ist die gesuchte Zahl die Summe aller, für die einzelnen Provinzen angegebenen Q.-M.; daher diese Zahlen addirt werden müssen, wo sie denn $5014\frac{3}{4}$ Q.-M. zur Summe geben.

Aufg. Jemand hat in seinem Buche folgende monatliche Ausgaben aufgezeichnet; zu finden, wie hoch sie sich belaufen:

Juli 1832.

Datum.		Thlr.	Sgr.	Pf.
1	Für die Wirthschaft	30	—	—
—	" vierteljährliche Miethe	26	15	—
5	Dem Schuhmacher A. für gelieferte Arbeiten . .	8	12	6
8	Für $\frac{1}{2}$ Haufen Büchenholz 17 Thlr. — Sgr. — Pf.			
	Fuhrlohn . . . . — " 20 " — "			
	Kleinmachen u. Tragen 3 " 15 " — "			
	Biergelder . . . . — " 25 " — "	22	—	—
17	Dem Tischlermeister B. für einen mahagoni Tisch .	12	15	—
30	Allerhand kleine Ausgaben	4	13	6
	Summa	103	26	—

Die Auflösung ist der vorigen ähnlich.

Aufg. Es verreist Jemand am 3ten Tage des Monats und bleibt 24 Tage fort; am wievielten Tage des Monats kam er wieder zurück? Antw. am 26ten.

Aufl. Als er verreiste waren 2 Tage des Monats verflossen, und während seiner Abwesenheit verflossen noch 24 Tage, also waren von Anfang des Monats bis zu seiner Rückkehr $2 + 24$, d. i. 26 Tage verflossen, d. h. er kam nach Ablauf des 26ten Monatstages zurück. (Es leuchtet ein, daß man hier eben so gut sagen könnte, er müßte erst am (Anfange des) 27ten zurückgekehrt sein; allein so lange die Zeit der Abreise und die Dauer der Abwesenheit nicht genauer

bestimmt sind, kann auch die Rechnung keine völlige Genauigkeit gewähren.)

Aufg. Eine Arbeit wurde begonnen am 12ten März, und dauerte 6 Monat 24 Tage; wann war sie vollendet? **Antw.** am 5ten October.

Aufl. Als die Arbeit angefangen wurde, waren seit Anfang des Jahres 2 Monat und 11 Tage verflossen, und da die Arbeit selbst 6 Monat 24 Tage dauerte, so waren bei Vollendung derselben, seit Anfang des Jahres, 2 Mon. 11 Tg. + 6 Mon. 24 Tg. = 9 Mon. 5 Tg. verflossen. Der 9te Monat des Jahres ist der September, folglich wurde die Arbeit am 5ten October vollendet.

Anmerkung. Es ist klar, daß der Monat, welcher aus der Summe der Tage (11 Tg. + 24 Tg. = 35 Tg. = 1 Mon. 5 Tg.) hervorgeht, der letzte der 9 Monate des Resultates ist, also im vorliegenden Exempel der September; verlangt man nämlich die Rechnung mit so großer Genauigkeit, als die Aufgabe zuläßt, so muß die Verhältnißzahl der Tage und Monate jedesmal so genommen werden, daß sie dem in Rede stehenden Monate entspricht. Nähme man in dieser Aufgabe den 12ten April statt des 12ten März, und ließe alles Uebr'ge ungeändert, so erhielte man:

von Anfang des Jahres sind verflossen	3 Mon.	11 Tg.
von da bis zur Beendigung der Arbeit	6 „	24 „
Summe	10 Mon.	4 Tg.

denn 6 Mon. + 3 Mon. = 9 Mon., daher der, aus den 35 Tagen erhaltene Monat der 10te des Jahres ist, d. h. der October; dieser Monat hat aber 31 Tage, weshalb 35 Tage = 1 Monat 4 Tage ausmachen, und es ergiebt sich hieraus dann der 4te November.

Aufg. Luther wurde geboren am 10. Nov. 1483 Abends um 11 Uhr und wurde 62 Jahr 3 Mon. 7 Tg. 4 Std. alt; wann starb er? **Antw.** am 18. Febr. 1546 Morgens um 3 Uhr.

Aufl. Zur Zeit seiner Geburt waren seit Anfang der Zeitrechnung (seit Christi Geburt) 1482 Jahr 10 Mon. 9 Tg. 23 Std. verflossen; denn zu irgend einer Zeit des Jahres 1483 sind seit Anfang der Zeitrechnung erst 1482 Jahr völlig verflossen; da ferner der November der 11te Monat des Jahres ist, so sind, zu irgend einer Zeit dieses Monats, erst 10 Monat in demselben Jahre ganz verflossen, und am 10ten Tage des Monats erst 9 volle Tage seit Anfang desselben Mo-

nats; da endlich der Tag von Mitternacht an gerechnet wird, so sind um 11 Uhr Abend 23 Stunden desselben Tages verflossen. Von Anfang der Zeitrechnung bis zu Luther's Geburt sind also verflossen:

1482 Jahr 10 Mon. 9 Tg. 23 Std.

Von seiner Geburt bis zu seinem Tode verflossen

62 Jahr 3 Mon. 7 Tg. 4 Std.

Also war, vom Anfang der Zeitrechnung bis zu Luther's Tod, die Summe dieser beiden Zeiträume verflossen, d. h.

1545 Jahr 1 Mon. 17 Tg. 3 Std.

Da die Tagesstunden von Mitternacht an gerechnet werden, so war dieser Zeitpunct 3 Uhr Morgens am 18ten Febr. 1546.

Anmerkung. Kommt hierbei der Monat Februar in Rechnung, so muß er bald zu 28, bald zu 29 Tagen gerechnet werden, je nachdem von einem gemeinen Jahr zu 365 Tagen, oder von einem Schaltjahr zu 366 Tagen die Rede ist. Ob ein Jahr das eine oder andere sei, läßt sich aus der Jahreszahl erkennen, indem die eines Schaltjahrs sich allemal ohne Rest durch 4 dividiren läßt.

Aufg. Romulus begründete die Stadt Rom 754 Jahr vor dem Anfang der christlichen Zeitrechnung (vor Chr. Geburt); wie lange ist dies vor dem Jahre 1831 unserer Zeitrechnung? Antw. 2585 Jahre.

Aufl. Von der Erbauung Roms bis zum Anfange der christlichen Zeitrechnung sind 754 Jahre verflossen, von da bis zum Jahr 1831 aber 1831 Jahre (wenn man dies letzte Jahr noch mitrechnen, also die Zeit bis zu Ende desselben wissen will); also sind von Erbauung Roms bis zu Ende des Jahres 1831 unserer Zeitrechnung $754 + 1831 = 2585$ Jahre verflossen.

§. 275.

II. Subtraction.

Aufg. Die Entfernung von Berlin bis Frankfurt a. M. beträgt (über Leipzig) 63 Meilen, die von Berlin bis Leipzig 23 Meilen; wie weit ist es von Leipzig nach Frankfurt a. M.? Antw. 40 Meilen.

Aufl. Die Entfernung von Berlin nach Frankfurt a. M. ist so groß, als die von Berlin nach Leipzig und die von Leipzig

nach Frankfurt a. M. zusammen; die Zahl der Meilen zwischen Leipzig und Frankfurt zu der Zahl der Meilen zwischen Berlin und Leipzig addirt, giebt also die Zahl der Meilen zwischen Berlin und Frankfurt; die gesuchte Zahl ist also die Differenz der gegebenen Zahlen 63 — 23 = 40 Meilen.

Aufg. Ein Hausvater nahm während eines Jahres ein 1453 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr. und gab in derselben Zeit aus 1197 Thlr. $21\frac{2}{3}$ Sgr.; was behält er von seiner Einnahme übrig? Antw. 255 Thlr. 21 Sgr. 1 Pf.

Aufl. Was er übrig behält muß mit dem, was er ausgiebt, zusammen so viel als die Einnahme betragen; das Ersparte ist also die Zahl, die, zur Ausgabe addirt, die Einnahme giebt, d. h. die Ausgabe muß von der Einnahme subtrahirt werden, um zu finden, was erspart worden.

Aufg. Der Mont-blanc ist 14800′ hoch über dem Spiegel des Meeres, der Spiegel des Genfersees 1150′ über dem des Meeres; wie hoch liegt der Gipfel des Mont-blanc über dem Spiegel des Genfersees? Antw. 13650′.

Aufl. Der Abstand des Spiegels des Genfersees vom Gipfel des Mont-blanc zu der Höhe des Seespiegels über dem Meere addirt, muß die Höhe des Gipfels des Mont-blanc über dem Meere geben; also ist die gesuchte Zahl (der Abstand nämlich des Gipfels vom Seespiegel) die Differenz der beiden andern Zahlen, d. h. jener Abstand ist = 14800′ — 1150′ = 13650′.

Aufg. Friedrich der Große wurde geboren den 24. Januar 1712 und starb den 17. August 1786; wie alt wurde er? Antw. 74 Jahre 6 Monat 23 Tage.

Aufl. Die Zeit, welche von Friedrichs Geburt bis zu seinem Tode verfloß, zu der Zeit addirt, welche von Chr. Geb. bis zu Friedrich's Geburt verfloß, giebt die Zeit, welche von Chr. Geb. bis zu Friedrich's Tod verfloß. Friedrich's Alter ist daher die Differenz zwischen dem Zeitraum von Chr. Geb. bis zu Friedrich's Tod und dem Zeitraum von Chr. Geb. bis zu Friedrich's Geburt. Am 17ten August 1786, als

dem Todestage Friedrich's, waren 1785 Jahr 7 Monat 16 Tage seit Chr. Geb. verflossen, und am 24. Januar 1712, als dem Tage von Friedrich's Geburt, waren 1711 Jahr 23 Tage seit Chr. Geburt verflossen, und die Differenz dieser beiden Zahlen ist 74 Jahr 6 Monat 23 Tage.

Aufg. Die Türken rechnen ihre Jahre von des Propheten Muhamed's Flucht (Hegira) aus Mekka nach Medina an, welche nach christl. Zeitrechnung auf den 15. Juli 622 fiel; wie lange ist dies vor dem 12. März 1831? Antw. 1208 Jahre 7 Monat 25 Tage.

Aufl. Am 12. März 1831 waren 1830 Jahre 2 Monat 12 Tage seit Chr. Geb. verflossen; am 15ten Juli 622 aber 621 Jahre 6 Monat 15 Tage. Die Zeit, welche seit Chr. Geb. bis zur Hegira verfloß, zu dem Zeitraume von der Hegira bis den 12. März 1831 addirt, giebt die Zeit, welche seit Chr. Geb. bis zu diesem letztgenannten Zeitpunkte verfloß; folglich ist die gesuchte Zeit eine Differenz, deren Minuend die Zeit von Chr. Geb. bis zum 12. März 1831, deren Subtrahend die Zeit von Chr. Geb. bis zu Muhamed's Flucht ist.

Aufg. Es starb Jemand am 1. Juli 1812 Morgens um 8 Uhr, 64 Jahre 9 Monat 30 Tage 13 Std. alt; wann war er geboren? Antw. Abends 7 Uhr am 31. August 1747.

Aufl. Bei seinem Tode waren seit Chr. Geb. 1811 Jahre 6 Monat 8 Std. verflossen. Nun ist der Zeitraum von Chr. Geb. bis zu seinem Tode so groß, als der Zeitraum von Chr. Geb. bis zu seiner Geburt und seine Lebensdauer zusammen; die Zeit also, welche von Chr. Geb. bis zu seiner Geburt verflossen ist, ist die, welche zu seiner Lebensdauer noch addirt werden muß, um 1811 Jahre 6 Monat 8 Std. zu geben, d. h. um jene Zeit zu finden, müssen 64 Jahre 9 Monat 30 Tage 13 Std. von 1811 Jahren 6 Monaten 8 Std. subtrahirt werden. Dies giebt folgende Rechnung:

1811 Jahr	6 Mon.	— Tg.	8 Std.
64 „	9 „	30 „	13 „
1746 Jahr	7 Mon.	30 Tg.	19 Std.

Da hier 13 Stunden von 8 Std. nicht subtrahirt werden können, so zählt man noch 1 Tag oder 24 Std. dazu, und subtrahirt 13 Std. von 32 Std. Um ferner 30 Tage zu subtrahiren, nimmt man 1 Monat von den 6 Monaten des Minuenden, dies ist der 6te Monat des Jahrs, d. h. der Monat Juni, dieser hat 30 Tage; allein da schon 1 Tag zu den Stunden verwendet worden, bleiben nur noch 29 Tage übrig, wovon 30 Tage nicht subtrahirt werden können, weshalb noch 1 Monat dazu genommen werden muß; dies ist nun der 5te Monat des Jahrs, d. h. der Monat Mai, welcher 31 Tage hat; 31 Tage — 30 Tage = 1 Tag, zu 29 Tage addirt, giebt 30 Tage zur Differenz. Nun behält man natürlich im Minuenden nur noch 4 Monate. Das Uebrige hat keine Schwierigkeit.

§. 276.

III. Addition und Subtraction.

Aufg. Es berechnet Jemand seine jährliche Einnahme und Ausgabe, und findet die Einnahme des ersten Vierteljahrs 317 Thlr. 16 Sgr. 9 Pf., die Ausgabe 243 Thlr. $24\frac{3}{4}$ Sgr.; die Einnahme des zweiten Vierteljahrs 519 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Sgr., die Ausgabe 469 Thlr. $21\frac{1}{2}$ Sgr.; die Einnahme des dritten Vierteljahrs 430 Thlr. $17\frac{3}{4}$ Sgr., die Ausgabe 496 Thlr. 29 Sgr. 6 Pf.; die Einnahme des letzten Vierteljahrs 321 Thlr. $3\frac{2}{3}$ Sgr., die Ausgabe 412 Thlr. $19\frac{3}{4}$ Sgr. Wie viel hat er mehr eingenommen als ausgegeben, oder wie viel mehr ausgegeben als eingenommen? Antw. Es sind 34 Thlr. 16 Sgr. 10 Pf. mehr ausgegeben als eingenommen.

Aufl. I. Man berechne die Einnahme des ganzen Jahrs und die Ausgabe des ganzen Jahrs; man findet:

die Einnahme: 1588 Thlr. 18 Sgr. 8 Pf.
die Ausgabe: 1623 „ 5 „ 6 „

Da nun die Ausgabe größer ist, als die Einnahme, so kann nur gefragt werden, wie viel mehr ausgegeben worden als eingenommen, welches nach (§. 275.) durch Subtraction der Einnahme von der Ausgabe zu finden ist.

II. Man könnte aber auch bestimmen, wie viel in jedem Vierteljahr mehr eingenommen als ausgegeben, oder mehr ausgegeben als eingenommen worden, und findet:

1stes Viertelj.	73 Thlr.	22 Sgr.	— Pf.	Ueberschuß der Einnahme.	
2 "	" 49 "	19 "	— "	" "	"
3 "	" 66 "	11 "	9 "	" "	Ausgabe.
4 "	" 91 "	16 "	1 "	" "	"

Berechnet man dann den Ueberschuß der Einnahme in den ersten zwei Vierteljahren und den Ueberschuß der Ausgabe in den zwei letzten Vierteljahren, so findet man für jenen:

123 Thlr. 11 Sgr. — Pf., und für diesen letzten:

157 " 27 " 10 "

woraus sich dann der Ueberschuß der Ausgabe für das ganze Jahr berechnen läßt.

Aufg. Friedrich der Große wurde geboren den 24. Jan. 1712, kam zur Regierung als er 28 Jahr 4 Mon. 7 Tg. alt war, und starb den 17. Aug. 1786; wie lange hat er regiert? Antw. 46 Jahr 2 Mon. 17 Tg.

Aufl. Wenn man den Zeitraum von Chr. Geb. bis zur Thronbesteigung Friedrichs von dem Zeitraume von Chr. Geb. bis zu seinem Tode subtrahirt, erhält man, dem Früheren zu Folge, die Dauer seiner Regierung. Den erstgenannten Zeitraum aber findet man, wenn man zu dem Zeitraume von Chr. Geb. bis zu Friedrichs Geburt Friedrichs Alter bei seiner Thronbesteigung addirt. Dies giebt folgende Rechnung:

1711 Jahr — Mon. 23 Tg.
28 " 4 " 7 "
1739 " 4 " 30 " welches der Zeitraum von Chr. Geb. bis zu Friedrichs Thronbesteigung ist.

1785 Jahr 7 Mon. 16 Tg.
1739 " 4 " 30 "
46 " 4 " 17 " Dauer der Regierung Friedrichs.

Drei=

Dreizehntes Kapitel.

Practische Aufgaben über die Multiplication und Division. Regel de tri.

I. Multiplication.

§. 277. Alle hierher gehörigen Aufgaben lassen sich unter der folgenden allgemeineren Aufgabe zusammen fassen: aus einer, dem Einfachen entsprechenden benannten Zahl die dem Mehrfachen entsprechende benannte Zahl zu finden. Jede solche Aufgabe wird durch die Multiplication gelöst, wenn 1) zu jedem Einfachen dieselbe benannte Zahl gehört und 2) die Aufgabe nicht zu der sogenanten indirecten Regel de tri gehört, da die dahin gehörigen Aufgaben aus zwei Aufgaben zusammengesetzt sind.

In einer solchen Beziehung stehen nun der Werth einer Waare und das Maß oder Gewicht derselben; ist also von der Einheit des Maßes oder Gewichts der Preis gegeben, so läßt sich der Werth des Mehrfachen jenes Maßes oder Gewichts finden; und ist das Maß oder Gewicht gegeben, welches man für die Einheit des Werths erhält, so läßt sich eben so finden, wie viel man für ein Mehrfaches jenes Werths von derselben Waare erhält.

1. Wenn 1 Elle 3 Thlr. kostet, was kosten 7 Ellen?

Aufl. Wenn 1 Elle 3 Thlr. kostet, so kosten 7 Ellen 7×3 Thlr. $= 21$ Thlr.

Anmerk. Eben so findet sich nun, daß $\frac{1}{2}$ Elle $\frac{1}{2} \times 3$ Thlr. kostet, $\frac{1}{3}$ Elle $\frac{1}{3}$ mal 3 Thlr., $\frac{1}{4}$ Elle $\frac{1}{4}$ mal 3 Thlr., $\frac{5}{7}$ Ellen $\frac{5}{7} \times 3$ Thlr., $3\frac{2}{5}$ Ellen $3\frac{2}{5} \times 3$ Thlr. u. s. w. Kostete ferner 1 Elle $\frac{3}{4}$ Thlr., so würden 2 Ellen $2 \times \frac{3}{4}$ Thlr. kosten, 3 Ellen $3 \times \frac{3}{4}$ Thlr. u. s. w. $\frac{1}{2}$ Elle $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ Thlr., $\frac{5}{6}$ Ellen $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ Thlr., $3\frac{2}{3}$ Ellen $3\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ Thlr. u. s. w. Und sollte 1 Elle $5\frac{1}{2}$ Thlr. kosten, so müßten 2 Ellen $2 \times 5\frac{1}{2}$ Thlr. kosten, 5 Ellen $5 \times 5\frac{1}{2}$ Thlr., $\frac{1}{2}$ Elle $\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{2}$ Thlr., $\frac{1}{3}$ Elle $\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{2}$ Thlr., $\frac{2}{7}$ Ellen $\frac{2}{7} \times 5\frac{1}{2}$ Thlr., $\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{2}$ Thlr., $3\frac{5}{9}$ Ellen $3\frac{5}{9} \times 5\frac{1}{2}$ Thlr. u. s. w. f. Um die Schüler daran zu gewöhnen, die Brüche in dieser Hinsicht gerade eben so, wie die ganzen Zahlen, zu behandeln, gebe der Lehrer anfangs viele solche Aufgaben in eben solcher Reihenfolge, und lasse sie theils nur auflösen, und nicht wirklich berechnen, theils aber auch im Kopfe berechnen. Dasselbe Verfahren beachte man bei allen folgenden Fällen, welche hier noch in Betrachtung gezogen werden.

2. Wenn 1 Pfd. 2 Fl. $35\frac{1}{2}$ Xr. kostet, was kosten 8 Pfd?

Aufl. Wenn 1 Pfd. 2 Fl. $35\frac{1}{2}$ Xr. kostet, so kosten 8 Pfd. 8 $\times$ 2 Fl. $35\frac{1}{2}$ Xr. = 20 Fl. 44 Xr.

3. 1 Loth kostet 9 Sgr. 6 Pf. was kosten 2 Pfd. $27\frac{1}{2}$ Loth?

Aufl. Um hier das Gewicht, 2 Pfd. $27\frac{1}{2}$ Loth, als ein Mehrfaches von 1 Loth ausgedrückt zu erhalten, muß man 2 Pfd. $27\frac{1}{2}$ Loth in Loth verwandeln, so daß dann also, weil dies $91\frac{1}{2}$ Loth sind, die Aufgabe heißt: 1 Loth kostet 9 Sgr. 6 Pf., was kosten $91\frac{1}{2}$ Loth? und deshalb gerade so aufzulösen ist, wie die vorhergehenden. Das Resultat ist 28 Thlr. 29 Sgr. 3 Pf.

4. In London erhält man für 1 Sh. 9 Unzen einer Waare; wie viel bekommt man für 1 Liv. 12 Sh.?

Aufl. Damit 1 Liv. 12 Sh. ein Mehrfaches von 1 Sh. werde, muß diese benannte Zahl in Sh. verwandelt werden, dies giebt 32 Sh. Da man nun für 1 Sh. 9 Unzen bekommt, so wird man für 32 Sh. 32 $\times$ 9 Unzen = 288 Unzen = 18 Pfd. bekommen. — Weil die 32 $\times$ 9 Unzen durch 16 dividirt werden müssen, um sie in Pfunde zu verwandeln, und es gleichgültig ist, ob man erst die Multiplication und dann erst die Division ausführe, oder erst einen Factor durch 16 dividire, so kann man auch sagen, für 1 Liv. 12 Sh. bekommt man $\frac{32 \times 9}{16}$ Pfd., d. h. wenn 16 gegen 32 gehoben wird, 2 $\times$ 9 = 18 Pfd.; oder wie gewöhnlich angesetzt:

	9 Unz.
16	32
	2

Antw. 18 Pfd.

5. In Berlin kosten 1 Scheffel $3\frac{1}{2}$ Mtz. 1 Thlr., wie viel erhält man für 12 Thlr. 16 Sgr?

Aufl. Damit die 12 Thlr. 16 Sgr. ein Mehrfaches von 1 Thlr. werde, müssen sie in Thaler verwandelt werden; dies sind

$12\frac{8}{15}$ Thlr., für welche man nun $12\frac{8}{15} \times$ 1 Schfl. $3\frac{1}{2}$ Mtz. erhält, d. h. 15 Schfl. $4\frac{2}{15}$ Mtz.

§. 278. Durch eine eben so einfache Rechnung können ferner auch Münzen, Maße und Gewichte in andere, d. h. in die anderer Länder verwandelt werden.

6. 1 Liv. Sterl. gilt in Berlin 6 Thlr. $28\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel bekommt man für 7 Liv. 12 Sh. 8 Pf.?

Aufl. 7 Liv. 12 Sh. 8 Pf. sind $7\frac{19}{30}$ Liv., für welche man $7\frac{19}{30}$ $\times$ 6 Thlr. $28\frac{1}{2}$ Sgr., d. h. 53 Thlr. $1\frac{11}{20}$ Sgr. bekommt.

7. 1 Pfd. in Leipzig macht 26 Loth $2\frac{4}{5}$ Quent in Wien; wie wie viel betragen 1 Ct. 85 Pfd. $13\frac{1}{2}$ Loth Leipziger Gew. in Wien?

Aufl. Um das gegebene Leipz. Gewicht als ein Mehrfaches von 1 Pfd. zu erhalten, muß dasselbe wieder in Pfunde verwandelt werden; man erhält dafür $195\frac{27}{64}$ Pfd. L. Gew., welche also auch $195\frac{27}{64} \times$ 26 Loth $2\frac{4}{5}$ Quent Wiener Gew., d. h 1 Ctr. 53 Pfd. 1 Loth $3\frac{9}{160}$ Q. W. G. betragen.

§. 279. Auf dieselbe Weise wird auch das Pachtgeld, der Miethzins, Zins von ausgeliehenen Kapitalien, Lohn der Arbeiter nach der Zeit berechnet, und umgekehrt diese wieder nach dem erhaltenen Zins oder Lohn.

8. Ein Haus ist für jährlich 354 Thlr. vermiethet, wie viel Miethe beträgt dasselbe in $15\frac{1}{2}$ Jahr? Antw. 5487 Thlr.

9. Wie lange könnte man aber irgend ein geliehenes Gut für 180 Thlr. benutzen, wenn man dasselbe für 1 Thlr. 9 Tage benutzen kann?

Antw. $4\frac{1}{2}$ Jahr, den Monat zu 30 Tage gerechnet.

10. Ein gewisses Kapital trägt monatlich 25 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen; wie viel Zinsen wird dasselbe in $5\frac{3}{4}$ Jahren tragen?

Antw. 146 Thlr. $27\frac{3}{8}$ Sgr.

11. Wenn ein gewisses Kapital in $2\frac{2}{3}$ Monat 1 Fl. Zinsen einbringt, in wie viel Zeit wird dasselbe 105 Fl. 36 Xr. Zinsen tragen?

Antw. In 23 Jahren $5\frac{3}{5}$ Mnt.

12. Mehrere Arbeiter verdienen täglich zusammen 7 Thlr. $25\frac{1}{2}$ Sgr. wie viel werden sie in $6\frac{3}{8}$ Monat verdienen? (Den Monat zu 30 Tage gerechnet.)

Antw. 1501 Thlr. ~~$11\frac{1}{4}$~~ Sgr. $9\frac{3}{8}$

13. Es arbeitet Jemand für 1 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Tag, wie lange wird er demnach für $15\frac{1}{2}$ Thlr. arbeiten.

Antw. $38\frac{3}{4}$ Tage.

§. 280. Auch die Kapitalien und Zinsen bestimmen sich gegenseitig durch eine bloße Multiplication, wenn man, wie hier immer, von der Einheit einer dieser beiden Größen ausgeht.

14. Für 1 Thlr. Kapital erhält man (in einer gewissen Zeit) $3\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen, wie viel Zinsen tragen 82 Thlr. 20 Sgr.?

Antw. $82\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2}$ Sgr. $=$ 9 Thlr. $19\frac{1}{3}$ Sgr.

15. Von 20 Fl. Kapital bekommt man in 1 Jahr 1 Fl. Zinsen; welches Kapital trägt in derselben Zeit 110 Fl. 30 Xr. Zinsen.

Antw. $110\frac{1}{2} \times 20$ Fl. $=$ 2210 Fl.

§. 281. Ferner bestimmt sich der Arbeitslohn nach der Zahl der Arbeiter, und diese nach dem Lohne durch dieselbe Rechnung.

16. 1 Arbeiter bekommt (in einer gewissen Zeit) 2 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. Lohn; wie viel bekommen 15 Arbeiter in derselben Zeit?

Antw. 38 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr.

17. Für 1 Thlr. arbeiten 3 Arbeiter eine gewisse Zeit lang; wie viel Arbeiter werden mit $26\frac{1}{3}$ Thlr. für dieselbe Zeit bezahlt?

Antw. $26\frac{1}{3} \times 3$ Arb. = 79 Arbeiter.

§. 282. Eben so wird die zu liefernde Arbeit durch die Zahl der Arbeiter und diese durch jene bestimmt; die zu liefernde Arbeit und die darauf verwendete Zeit bestimmen sich ebenfalls durch dasselbe Verfahren. —

§. 283. Ueberhaupt wird die Wirkung jeder Kraft durch ihre Größe und auch durch die Zeitdauer ihrer Wirkung, so wie diese letzteren, nämlich die Größe einer Kraft und ihre Dauer, durch die hervorgebrachte Wirkung, vermittelst einer Multiplication bestimmt.

§. 284. Hieher gehört ferner die Bestimmung der Zeitdauer einer Bewegung und des dadurch zurück gelegten Weges.

§. 285. Eben so ist auch der zurückgelegte Weg von der Geschwindigkeit und diese von jenem abhängig.

§. 286. Nicht weniger gehört die Bestimmung des Flächeninhalts eines Rechtecks durch seine Länge und Breite hieher.

§. 287. Ferner die Bestimmung des Gewichts eines Körpers durch sein Volumen, und umgekehrt.

§. 288. Das absolute Gewicht eines beliebigen Volumens eines Körpers, wird eben so durch dessen specifisches Gewicht bestimmt.

§. 289. Endlich führen wir noch die Bestimmung des Kubikinhalts durch Länge, Breite und Höhe oder Tiefe als hieher gehörig an.

Nicht daß hierdurch die Anwendbarkeit dieser Operationen erschöpft wäre; im Gegentheil sind dies nur die gewöhnlichsten Fälle der Anwendung, und es sollte nur dadurch die Mannigfaltigkeit der Aufgaben gezeigt werden, welche durch diese Operation gelöst werden. Man sieht übrigens leicht ein, daß ein solcher Gegenstand sich durchaus nicht erschöpfen läßt.

II. Division.

§. 290. Die Divisions-Aufgaben lassen sich unter der allgemeinern Aufgabe zusammen fassen: aus der zum Mehrfachen gehörigen benannten Zahl die zum Einfachen gehörige benannte Zahl zu finden. Auch gehören hieher alle die Aufgaben, wo bestimmt werden soll,

wie viel mal ein Mehrfaches so groß ist, als ein anderes Vielfaches. Natürlicher Weise sind sie auf alle Gegenstände anwendbar, welche schon bei der Multiplication angeführt worden, daher wir hier, um Raum zu sparen, nur an einigen Aufgaben das dabei zu beobachtende Verfahren zeigen werden, ohne wieder jene Gegenstände der Anwendung anzuführen.

1. 3 Pfd. einer Waare kosten 16 Sgr.; was kostet 1 Pfd. derselben Waare?

Aufl. 3 Pfd. kosten 3 mal so viel als 1 Pfd.; wenn nun 3 Pfd. 16 Sgr. kosten, so sind 16 Sgr. 3 mal der Werth von 1 Pfd.; also ist der Werth von 1 Pfd. die benannte Zahl, die, mit 3 multiplicirt, 16 Sgr. giebt; diese Zahl wird aber gefunden, wenn man 16 Sgr. durch 3 dividirt. 1 Pfd. kostet also dann $\frac{16}{3}$ Sgr. $= 5\frac{1}{3}$ Sgr. $=$ 5 Sgr. 4 Pf.

Anmerkung. Der Lehrer verfahre hier gerade so, wie in der Anmerkung zu (§. 277.) gezeigt wurde, nehme statt der 16 Sgr. in der vorhergehenden Aufgabe erst nach einander verschiedene ganze, gebrochene und gemischte einfach benannte Zahlen, lasse auch selbst die Benennung abwechseln, sodann setze er eine ganze mehrfach benannte Zahl an diese Stelle, dann nach einander verschiedene mehrfach benannte Zahlen, deren kleinste Benennung eine gebrochene oder gemischte Zahl mit sich führt. Nach diesem setze man auch statt der 3 Pfd. erst verschiedene ganze, gebrochene und gemischte einfach benannte Zahlen, während in jedem dieser Fälle die andere gegebene Zahl (in der obigen Aufgabe 16 Sgr.) eben so, wie oben gesagt, abgeändert werden kann. Alsdann setze man statt der 3 Pfd. auch noch verschiedene mehrfach benannte ganze Zahlen, ändere dabei wiederholentlich die Benennung ab, und setze zuletzt auch wieder hier solche mehrfach benannte Zahlen, deren kleinste Benennung eine gebrochene oder gemischte Zahl mit sich führt. Diese verschiedenen Beispiele lasse der Lehrer zum Theil nur auflösen, zum Theil auch wirklich berechnen.

2. 7 Ellen kosten $\frac{8}{9}$ Fl.; wie viel kostet 1 Elle?

Aufl. $\frac{8}{9}$ Fl. ist 7 mal der Preis einer Elle; also ist der Preis einer Elle die Zahl, die, mit 7 multiplicirt, $\frac{8}{9}$ Fl. giebt; dies ist aber $\frac{8}{9} : 7$, d. h. $\frac{8}{63}$ Fl. Will man diese in eine niedrigere Benennung verwandeln, so hat man sie mit der

Verhältnißzahl zu multipliciren, dies giebt $\frac{8 \cdot 60}{63}$ Xr. $=$ $\frac{8 \cdot 20}{21}$ Xr. $= 7\frac{13}{21}$ Xr. $= 7$ Xr. $2\frac{10}{21}$ Pf.

3. Für 9 Sgr. bekommt man $2\frac{4}{5}$ Loth; wie viel bekommt man für 1 Sgr.?

Aufl. Für 9 Sgr. bekommt man 9 mal so viel als für 1 Sgr.; $2\frac{4}{5}$ Loth ist also 9 mal die Zahl Loth, welche man für 1 Sgr. erhält; welche letztere also die Zahl ist, die mit 9 multiplicirt, $2\frac{4}{5}$ Loth giebt; also ist die gesuchte Zahl $2\frac{4}{5} : 9 = \frac{14}{45}$ Loth.

4. 3 Francs in Paris machen 3 Stüv. 8 Pf. holl. Courant in Amsterdam; wie viel bekommt man für 1 Franc in Amsterdam.

Antw. 1 Stüv. $2\frac{2}{3}$ Pf.

5. 100 Thlr. Hamburger Banco machen 105 Thlr. 43 Stüv. 12 Pf. holl. Cour. in Amsterdam; wie viel beträgt 1 Thlr. Hamb. Bco. in Amsterdam?

Antw. 1 Thlr. 2 Stüv. 15 Pf.

6. $75\frac{3}{4}$ Thlr. tragen in einer gewissen Zeit $5\frac{3}{8}$ Sgr. Zinsen; wie viel Zinsen trägt ein Thlr. in derselben Zeit?

Antw. $5\frac{3}{8} : 75\frac{3}{4}$ Sgr. $= \frac{43}{606}$ Sgr.

7. Jemand legt in 5 Std. 38 Minuten $3\frac{1}{8}$ Meile zurück; wie viel wird er 1) in 1 Stunde, 2) in 1 Minute zurücklegen, unter der Voraussetzung, daß er stets dieselbe Geschwindigkeit beibehält?

Aufl. Um zu finden wie viele Meilen er in 1 Stunde zurücklegen wird, müssen die 5 Std. 38 M. erst in Std. ausgedrückt werden, damit sie ein Vielfaches von 1 Std. seien; es sind $5\frac{19}{30}$ Std.; also legt er nun in 1 Std. $3\frac{1}{8} : 5\frac{19}{30}$ Meilen zurück. — Soll aber gefunden werden, wie viel er in 1 Minute zurücklegt, so müssen auch die 5 Std. 38 M.

in Minuten ausgedrückt werden; dies giebt 338 Minuten; also legt er in 1 Mint. $3\frac{1}{8} : 338$ Meilen zurück.

8. Für 3 Thlr. 24 Sgr. 5 Pf. bekommt man 4 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth; wie viel bekommt man für 1 Sgr.?

Aufl. Damit die 3 Thlr. 24 Sgr. 5 Pf. als ein Vielfaches von 1 Sgr. erscheinen, muß man sie in Sgr. verwandeln; man erhält $114\frac{5}{12}$ Sgr., also erhält man dann für 1 Sgr. $\frac{4 \text{ Pfd. } 18\frac{1}{2} \text{ Loth}}{114\frac{5}{12}} = \frac{146\frac{1}{2}}{114\frac{5}{12}}$ Loth $= 1\frac{385}{1373}$ Loth.

9. Ein Kubikfuß destillirtes Wasser wiegt 66 Pfd.; wie viel wiegt 1 Kubikzoll desselben?

Aufl. 1 K. F. hat 1728 K. Z., folglich wiegt 1 K. Z. $\frac{66}{1728}$ Pfd. $= \frac{32 \cdot 66}{1728}$ Loth $= 1\frac{2}{9}$ Loth.

10. 1 K. F. $691\frac{1}{5}$ K. Z. Quecksilber wiegen 1247 Pfd. $12\frac{4}{5}$ Loth, wie viel wiegt 1) 1 K. F.; 2) 1 K. Z.?

Antw. 1 K. F. Quecksilber wiegt 891 Pfd.; 1 K. Z. $16\frac{1}{2}$ Loth.

11. Jemand erhielt für $13\frac{1}{2}$ Friedrichsd'or 76 Thlr. 8 Sgr. 3 Pf.; wie hoch wurde der Friedrichsd'or gerechnet?

Antw. Zu 5 Thlr. $19\frac{1}{2}$ Sgr.

12. Wenn 137 Thlr. 24 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf. gegen Friedrichsd'or zu 5 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr. eingewechselt werden, wie viel Fr.d'or muß man dafür geben?

Aufl. 1) 5 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr. multiplicirt mit der gesuchten Zahl, macht 137 Thlr. 24 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf.; also ist diese Zahl der Quotient von 137 Thlr. 24 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf. : 5 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr. und giebt $24\frac{1}{2}$.

2) Oder, so oft 137 Thlr. 24 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf. 5 Thlr.

$18\frac{3}{4}$ Sgr. enthalten, so oft muß man 1 Fr.d'or geben; und dadurch erhält man wieder dieselbe Division wie oben.

13. Ein Kubikzoll Wasser wiegt $1\frac{2}{9}$ Loth, 1 Kubikzoll Kupfer $10\frac{779}{900}$ Loth; welches ist das specifische Gewicht des Kupfers?

Aufl. Das specifische Gewicht eines Körpers ist die (unbenannte) Zahl, welche anzeigt, wie viel mal ein Körper so schwer ist, als ein gleiches Volumen Wasser. $1\frac{2}{9}$ Loth mit der gesuchten Zahl multiplicirt, muß nun $10\frac{799}{900}$ Loth geben; also ist die gesuchte Zahl der Quotient von $10\frac{779}{900}$ Loth : $1\frac{2}{9}$ Loth $= 8\frac{89}{100}$. — Oder: so oft $10\frac{779}{900}$ Loth $1\frac{2}{9}$ Loth enthalten, so viel mal ist das Kupfer so schwer, als ein gleiches Volumen Wasser; dies findet man aber durch dieselbe Division wie oben.

III. Practische Aufgaben über die Multiplication und Division, oder die sogenannte Regel de tri.

§. 291. Die hieher gehörigen Multiplications- und Divisions-Aufgaben sind unter der allgemeineren Aufgabe begriffen: wenn für ein Mehrfaches irgend eine benannte Zahl gegeben ist, die zu einem anderen Mehrfachen gehörende benannte Zahl zu finden, und haben ihren Namen „Regel de tri" (regula de tribus numeris) daher, weil in ihnen 3 Zahlen gegeben sind, aus denen dann die vierte gesucht werden soll. Weil sie die größere Zahl der im engeren Verkehr am häufigsten vorkommenden Rechnungsfälle in sich fassen, hat man sich bemüht, die Berechnung dieser Aufgaben unter allerlei Gestalten darzustellen, um sie, wenigstens anscheinlich, so viel als möglich zu erleichteren und abzukürzen. Allein, da diese Aufgaben aus der Multiplication und Division zusammengesetzt sind, so muß auch für sie alles das gelten, was wir schon früher mit möglichster Gründlichkeit für die Verbindung dieser beiden Operationen erwiesen; da nun dort nichts Wesentliches übergangen wurde, so müssen auch

auch alle möglichen Erleichterungs- und Abkürzungsmittel der Regel de tri schon in jenem Früheren mit enthalten sein.

Was nun die Behandlungsart dieser Aufgaben anlangt, so verweisen wir hier auf das, was in den (§§. 277. 290.) über die Multiplications- und über die Divisions-Aufgaben erinnert worden. Es wird für schwächere Schüler gut sein, jenen Gang, im Allgemeinen wenigstens, auch hier zu beobachten, obgleich die bessern Schüler sich schon bei jeder Aufgabe zurecht finden werden, da alles, was hier vorkommen kann, im Einzelnen schon früher gelehrt worden, und hier nur zwei Operationen in einer Aufgabe vereinigt sind.

§. 292.

Aufgaben.

1. Wenn 5 Ellen Tuch 24 Thlr. kosten, wie viel wird man für $9\frac{7}{8}$ Ellen bezahlen müssen?

Auflösung. Wenn 5 Ellen 24 Thlr. kosten, so kostet 1 Elle $\frac{24}{5}$ Thlr. und $9\frac{7}{8}$ Ellen kosten $\frac{9\frac{7}{8} \times 24}{5}$ Thlr., welches folgende Rechnung giebt:

	$9\frac{7}{8}$	79
5	24	3
8		
5	237	

Antw. 47 Thlr. 12 Sgr.

2. 100 Thlr. Kapital tragen jährlich $4\frac{3}{4}$ Thlr. Zinsen, wie viel tragen 3427 Thlr. jährlich?

Aufl. 1 Thlr. Kapital trägt jährlich $\frac{4\frac{3}{4}}{100}$ Thlr. Zinsen, also tragen 3427 Thlr. $3427 \times \frac{4\frac{3}{4}}{100}$ Thlr. $=$ 162 Thlr. $23\frac{7}{40}$ Sgr. Zinsen.

Man kann natürlich auch diese, so wie jede Aufgabe, in der bloß Multiplication und Division vorkommen, durch einen Ansatz rechnen, wie bei der vorhergehenden Aufgabe geschehen ist; nicht überall gewährt er gleiche Vortheile, doch wird, selbst bei solchen

Zahlen, die sich nicht gegenseitig aufheben lassen, die Rechnung nicht länger als auf irgend eine andere Weise. Wir werden in der Folge von diesen Aufgaben statt der Auflösungen nur den Ansatz hinzufügen, da jene hier allemal so sehr einfach sind.

3. Wenn $\frac{5}{6}$ Pfd. 46 Xr. 3 Pf. kosten, wie viel bekommt man für 3 Fl. 18 Xr. 3 Pf.?

Aufl.

	$\frac{5}{6}$ Pfd.
$46\frac{3}{4}$	$198\frac{3}{4}$

Antw. 3 Pfd. $17\frac{69}{187}$ Loth.

Statt der in der Aufgabe gegebenen Fl. und Pf. wurde im Ansatze sogleich die ihnen entsprechende Zahl Xr. gesetzt. Es ist indeß aus dem Früheren klar, daß diese Zahlen eben so gut beide in Fl. oder beide in Pf. hätten ausgedrückt werden können; der hier eingeschlagene Weg ist für dieses Beispiel gerade der bequemste.

4. $22\frac{1}{2}$ Liv. Sterl. in London machen 144 Thlr. 75 Xr. $3\frac{3}{4}$ Pf. in Frankfurt a. M.; wie viel betragen 3 Liv. 15 Sh. 9 Pf. Sterl. in Frankfurt a. M.?

Aufl. Drückt man die englischen Münzen in Liv. Sterl. und die Xr. und Pf. in Thlr. aus, so bekommt man folgenden Ansatz:

$22\frac{1}{2}$	$144\frac{27}{32}$ Thlr.
	$3\frac{63}{80}$ Liv. Sterl.

Antw. 24 Thlr. 34 Xr. $1\frac{17}{32}$ Pf.

Will man aber lieber die höheren Münzsorten in niedrigere verwandeln, die Liv. Sterl. in Sh., die Thlr. in Xr., so wird der Ansatz:

$22\frac{1}{2}$	$13035\frac{15}{16}$ Xr.
20	$75\frac{3}{4}$ Sh.

Antw. wie oben.

Im Divisionsfach stehen die Factoren $22\frac{1}{2} \times 20$, um die $22\frac{1}{2}$ Lsterl. in Shill. Sterl. auszudrücken.

5. Wenn 100 Canne in Rom $218\frac{4}{5}$ engl. Yards gleich kommen, wie viel betragen $33\frac{3}{4}$ Canne in engl. Yards?

Aufl.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 218\frac{4}{5} \text{ Yards} \\ & 33\frac{3}{4} \text{ Can.} \\ \hline \end{array}$$

Antw. $73\frac{169}{200}$ Yards.

6. Wenn von 100 Thlr. Kapital jährlich $4\frac{5}{6}$ Thlr. Zinsen bezahlt werden, welches Kapital trägt dann 176 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen?

Aufl.

$$\begin{array}{r|l} 4\frac{5}{6} & 100 \\ & 176\frac{3}{4} \\ \hline \end{array}$$

Antw. 3656 Thlr. 26 Sgr. $10\frac{22}{29}$ Pf.

Von dieser Aufgabe möge hier noch die vollständige Rechnung Platz finden:

$$\begin{array}{r|l} 4\frac{5}{6} & 100 \quad 25 \\ 29 & 176\frac{3}{4} \quad 707 \\ 4 & 6 \qquad 150 \\ \hline 29 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 106050 & 3656 \text{ Thlr.} \\ 190 & \\ 165 & \\ 200 & \end{array}$$

26×30

$$\begin{array}{r|l} 780 & 26 \text{ Sgr.} \\ 200 & \end{array}$$

26×12

$$\begin{array}{r|l} 312 & 10\frac{22}{29} \text{ Pf.} \\ 22 & \end{array}$$

Statt 150×707, d. h. $6 \times 25 \times 707$ zu nehmen, hätte man $4 \times 25 \times 707 + 2 \times 25 \times 707$, d. h. $100 \times 707 + 50 \times 707$ nehmen können, welches jedoch die Rechnung auch nicht weniger mühsam gemacht hätte.

§. 293. Um auszudrücken, daß der Quotient zweier Zahlen gleich sei dem zweier andern Zahlen, z. B. daß 24 dividirt durch 3 gleich sei 32 dividirt durch 4, u. dergl., sagt man manchmal auch: „24 verhält sich zu 3, wie 32 zu 4," nennt einen solchen Ausdruck ein (geometrisches) Verhältniß oder eine Proportion und schreibt ihn dann in folgender Form:

$$24 : 3 = 32 : 4 \text{ oder}$$
$$\frac{24}{3} = \frac{32}{4}$$

Den, beiden Divisionen gemeinschaftlichen Quotienten (in dem angeführten Beispiele die Zahl 8) nennt man den Exponenten des Verhältnisses.

§. 294. Soll also z. B. die Zahl gesucht werden, die sich zu 10 verhält wie 3 zu 4, so ist dies eigentlich die Zahl, die, durch 10 dividirt, denselben Quotienten giebt, wie 3 durch 4 dividirt, d. h. $\frac{3}{4}$; es ist also hier aus dem Divisor und Quotienten der Dividend zu suchen, daher ist die gesuchte Zahl (§. 252. 1.) $\frac{3}{4} \times 10 = 7\frac{1}{2}$, und man hat die Proportion:

$$3 : 4 = 7\frac{1}{2} : 10.$$

§. 295. Soll ferner die Zahl gesucht werden, zu der sich 9 verhält, wie 7 zu 12, so ist dies die Zahl, durch welche 9 dividirt, $7 : 12$ oder $\frac{7}{12}$ giebt; also ist hier aus dem Dividenden und Quotienten der Divisor zu finden; nach (§. 252. 3.) ist dieser $9 : \frac{7}{12} = 15\frac{3}{7}$; folglich hat man die Proportion:

$$7 : 12 = 9 : 15\frac{3}{7}$$

§. 296. Den Dividenden der ersten von den beiden, bei einer Proportion vorkommenden Divisionen, und den Divisor der zweiten Division nennt man die äußern Glieder der Proportion, so wie

im vorigen Kapitel betrachtete Aufgabe heißt dann im Gegensatze die directe Regel de tri.

§. 300. Wie die so eben durchgeführte Aufgabe zeigt, läßt sich jede (besondere) Aufgabe der indirecten Regel de tri in zwei andere Aufgaben der directen Regel de tri zerlegen, weshalb es nicht nöthig wäre, noch etwas insbesondere über die indirecte Regel de tri zu erwähnen. Es mögen indessen hier noch einige Fälle von Größen, die sich auf diese Weise gegenseitig bestimmen, angeführt und von Beispielen begleitet werden.

1) Die Anzahl der Arbeiter und die zur Vollendung einer bestimmten Arbeit erforderliche Zeit.

2) Ausgeliehene Kapitalien und die Zeit, in welcher sie bestimmte Interessen tragen.

3) Ausgeliehene Kapitalien und der Zinsfuß, wenn sie dieselben Interessen tragen sollen.

4) Die Anzahl der von einem gegebenen Vorrathe zu ernährenden Personen und die Zeit, während welcher jener Vorrath ausreicht.

5) Der Preis des Getreides und das Gewicht des im Preise sich gleichbleibenden Brodes.

6) Die Geschwindigkeit einer Bewegung und die darauf verwendete Zeit.

7) Die Länge und Breite gleich großer Rechtecke.

8) Die Länge und Breite des Zeuges, das zu einem bestimmten Zwecke erforderlich ist.

9) Die Anzahl der Maaße oder Gewichte eines Dinges und die Größe der zum Messen oder Wägen gebrauchten Maaße oder Gewichte.

10) Die Anzahl der zu einer Summe Geld gehörigen Stücke und der Gehalt eines Stücks.

11) Das Gewicht einer Münze von bestimmtem Werthe und die Feinheit derselben.

§. 301. Ueberhaupt gehören alle die Fälle hieher, wo zwei solche Größen durch einander bestimmt werden sollen, von welchen eine jede die dritte Größe vergrößert oder verkleinert, je nachdem sie selbst zu- oder abnimmt. Z. B. je größer ein Kapital ist, desto größer werden die Zinsen; je länger das Kapital ausgeliehen ist, desto größer sind die Zinsen. Je größer daher ein Kapital ist, in

desto

desto **kürzerer** Zeit wird es gewisse Zinsen tragen; und je **länger** ein Kapital ausgeliehen ist, desto **kleiner** braucht es zu sein, um gewisse Zinsen zu tragen. Eben so: je geschwinder sich ein Körper bewegt, desto mehr Raum wird er zurücklegen; je längere Zeit die Bewegung dauert, desto mehr Raum wird zurückgelegt; je **größer** daher die Geschwindigkeit eines sich bewegenden Körpers, in desto **kürzerer** Zeit wird er einen gewissen Raum zurückgelegt haben; und je **länger** die Bewegung dauert, desto **geringer** braucht die Geschwindigkeit zu sein, um einen gewissen Weg zurückzulegen. — Arbeiter und Zeit vermehren die Arbeit; Kapital und Zeit vermehren die Zinsen; jeder der Factoren eines Products vergrößert dieses Product, je größer aber der eine Factor ist, desto kleiner muß der andere sein, um ein bestimmtes Product zu geben (§. 100.).

Die Berechnung dieser Aufgaben kann nun, da sie bloß in einer Multiplication und einer Division besteht, wie die der directen Regel de tri, angesetzt werden; die Zahlen, welche das Resultat vergrößeren, werden rechts in das Multiplicationsfach, dagegen die, welche das Resultat vermindern, in das Divisionsfach gesetzt.

1. 6 Arbeiter beendigen eine Arbeit in 10 Wochen, wie lange werden 9 Arbeiter dazu gebrauchen?

Auflösung. 1) Wenn 6 Arbeiter die Arbeit in 10 Wochen vollenden, so macht 1 Arbeiter in dieser Zeit $\frac{1}{6}$ der Arbeit, und 9 Arbeiter würden in derselben Zeit $\frac{9}{6}$ oder $\frac{3}{2}$ der Arbeit zu Stande bringen; also werden 9 Arbeiter $\frac{1}{2}$ der Arbeit in $\frac{1}{3}$ von 10 Wochen, und $\frac{2}{2}$ der Arbeit, d. h. die festgesetzte Arbeit selbst in $\frac{2}{3} \cdot 10$ Wochen oder $6\frac{2}{3}$ Wochen zu Stande bringen.

2) Oder, wenn 6 Arbeiter 10 Wochen brauchen, so macht 1 Arbeiter dieselbe Arbeit in $6 \times 10 = 60$ Wochen, und 9 Arbeiter brauchen nur $\frac{1}{9}$ so lange, als 1 Arbeiter, also $\frac{6 \times 10}{9} = 6\frac{2}{3}$ Wochen.

3) Die Anzahl der Arbeiter, mit der Zahl der Wochen multi-

plicirt, giebt zum Product die Zahl, welche anzeigt, wie viel mal diese Arbeiter in dieser Zeit die Arbeit liefern, welche 1 Arbeiter während einer Woche liefert. 6 Arbeiter liefern in 10 Wochen 6×10 oder 60 mal die Arbeit, die 1 Arbeiter in 1 Woche zu Stande bringt. Multiplicirt man also eben so 9 (d. h. die Zahl der Arbeiter) mit der gesuchten Zahl der Wochen, so ergiebt sich wieder die Zahl, welche anzeigt, wie viel mal 9 Arbeiter, in der unbekannten Zahl Wochen, die Arbeit zu leisten vermögen, die 1 Arbeiter in 1 Woche zu Stande bringt; da dies hier aber in beiden Fällen dieselbe Arbeit sein soll, so ist folglich 9 mal die unbekannte Zahl gleich 6×10, d. h. gleich 60, also die unbekannte Zahl $= \frac{60}{9} = 6\frac{2}{3}$.

2. 24 Mann endigen eine Arbeit in 30 Tagen; wie viel Leute gehören dazu, wenn dieselbe Arbeit in 18 Tagen beendigt sein soll?

Aufl. 1) Die 24 Arbeiter machen in 1 Tage $\frac{1}{30}$ der Arbeit, also in 18 Tagen $\frac{18}{30}$ derselben; so oft also $\frac{18}{30}$ in 1 Ganzen enthalten ist, so oft sind 24 Arbeiter erforderlich, um die ganze Arbeit in 18 Tagen zu vollenden; es ist aber $1 : \frac{18}{30} = \frac{30}{18}$, folglich werden $\frac{30}{18} \times 24 = \frac{5}{3} \times 24 = 40$ Arbeiter erforderlich sein. (Oder: wenn 24 Arbeiter in 18 Tagen $\frac{18}{30}$ der Arbeit machen, so werden, um $\frac{1}{30}$ der Arbeit in derselben Zeit zu vollenden, $\frac{24}{18}$ Arbeiter erforderlich sein, und um die ganze Arbeit in dieser Zeit zu vollenden $\frac{30 \times 24}{18} =$ 40 Arbeiter.

2) Um die Arbeit in 1 Tage zu vollenden, sind 30×24 Arbeiter erforderlich, und um sie in 18 Tagen zu beendigen sind $\frac{30 \times 24}{18} = 40$ Arbeiter erforderlich.

3) Das Product 30×24 zeigt an, wie viel mal 24 Arbeiter in 30 Tagen so viel arbeiten, als 1 Arbeiter in 1 Tag;

das Product, welches man erhält, wenn man 18 Tage mit der gesuchten Zahl der Arbeiter multiplicirt, zeigt an, wie viel mal die gesuchte Anzahl Arbeiter in 18 Tagen so viel arbeiten, als 1 Arbeiter in 1 Tag. Da in beiden Fällen dieselbe Arbeit zu verstehen ist, so müssen die beiden Producte einander gleich sein; also ist 18 mal die unbekannte Zahl $= 30 \times 24$, also die unbekannte Zahl $= \frac{30 \times 24}{18}$ $= 40$ Arbeiter.

Will man dies, wie gewöhnlich, in einen Ansatz bringen, so erhält man folgende Rechnung:

		30̸	10
3̸	18̸	24̸	4

Antw. 40 Arbeiter.

3. Jemand legt einen gewissen Weg in 24 Tagen zurück, wenn er täglich 9 Stunden geht; wie lange wird er dazu nöthig haben, wenn er täglich 12 Stunden geht?

Aufl. Bei 1 Stunde täglich braucht er 9×24 Tage, bei 12 Stunden täglich $\frac{9 \times 24}{12} = 18$ Tage.

4. Jemand legt einen Weg in 24 Tagen zurück, wenn er täglich 9 Stunden geht; wie viele Stunden muß er täglich gehen, um denselben Weg in 18 Tagen zurückzulegen?

Aufl. Um den Weg in 1 Tag zurückzulegen, müßte er täglich 9×24 Stunden gehen; um ihn also in 18 Tagen zurückzulegen, muß er täglich $\frac{9 \times 24}{18} = 12$ Stunden gehen.

Anmerkung. Daß die in der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe gemachte Voraussetzung, nämlich in 1 Tag 9×24 Stunden zu gehen, eine Unmöglichkeit in sich enthält, thut der Gründlichkeit keinen Eintrag; da indessen ein noch sehr schwacher Schüler etwas Anstößiges darin finden möchte, so kann man lieber sagen: um den ganzen Weg zurückzulegen gehört eine Zeit von 9×24 Stunden dazu; sollen nun 18 Tage darauf verwendet werden, so muß man täglich $\frac{9 \times 24}{18}$ Stunden gehen. Dieselbe Bemerkung gilt auch von mehreren der folgenden Aufgaben.

5. Wenn der Scheffel Gerste 1 Thlr. $10\frac{2}{3}$ Sgr. kostet, so bekommt man für 12 Thlr. 3 Tonnen Bier; wie viel Bier

muß man diesemnach für 12 Thlr. bekommen, wenn der Scheffel Gerste 1 Thlr. 17 Sgr. kostet?

Aufl. $\frac{1\text{ Thlr. } 10\frac{2}{7}\text{ Sgr.}}{1\text{ Thlr. } 17\text{ Sgr.}} \times 3$ Tonnen $= 2\frac{28}{47}$ Tonnen.

6. Als der Scheffel Gerste 1 Thlr. $10\frac{2}{7}$ Sgr. kostete, bekam man für 12 Thlr. 3 Tonnen Bier; wie theuer wird die Gerste sein müssen, wenn man für 12 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Tonne Bier bekommen soll?

Antw. $\frac{3 \times 1\text{ Thlr. } 10\frac{2}{3}\text{ Sgr.}}{2\frac{1}{2}} = 1$ Thlr. $18\frac{4}{5}$ Sgr.

Rechnung.

Erster Ansatz:

	1 Thlr. $10\frac{2}{3}$ Sgr.
Ton. $2\frac{1}{2}$	3 Ton.

Veränderter Ansatz:

	122 Sgr.
5	3
3	2

$$5)\underline{244}$$
$$30)\underline{48\frac{4}{5}\text{ Sgr.}}$$
$$1\text{ Thlr. } 18\frac{4}{5}\text{ Sgr.}$$

7. Es sind zwei gleiche Kapitalien ausgeliehen, das eine zu jährlich 4 Procent (d. h. jede 100 Thlr. des Kapitals tragen jährlich 4 Thlr. Zinsen), das andere zu $4\frac{1}{2}$ Procent jährlich; wie lange muß letzteres ausstehen, um dieselben Zinsen zu tragen, wie ersteres in 1 Jahr $10\frac{1}{2}$ Monat?

Aufl. Je mehr von jedem Hundert Zinsen bezahlt werden, in desto kürzerer Zeit trägt das Kapital eine bestimmte Summe Zinsen; wenn also das Kapital zu 1 Procent ausgeliehen wäre, so müßte es $4 \times 22\frac{1}{2}$ Monat ausstehen, um diesel-

den Zinsen zu tragen, die es zu 4 Procent in $22\frac{1}{2}$ Monat trägt; zu $4\frac{1}{2}$ Procent braucht es also nur $\frac{4 \times 22\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = 20$ Monat = 1 Jahr 8 Monat.

Rechnung.

Erster Ansatz:

	1 Jahr $10\frac{1}{2}$ Monat.
$4\frac{1}{2}$ Thlr.	4 Thlr.

Veränderter Ansatz:

	45 5
2	4
9	2

$4 \times 5 = 20$ Mon. = 1 Jahr 8 Mon.

Anmerkung. Es ergeben sich bei diesen und ähnlichen Aufgaben manchmal gebrochne und gemischte Zahlen zum Resultate, die eine Benennung haben, welche nur ganze Zahlen zuläßt, z. B. Arbeiter, Personen, Pferde u. dergl.; allein es ist leicht einzusehen, daß darunter eigentlich allemal etwas anderes verstanden wird; z. B. $3\frac{1}{2}$ Arbeiter, ist zu verstehen, $3\frac{1}{2}$ mal die Arbeit eines Mannes; eben so wenn davon die Rede ist, wie viele Personen einen gewissen Vorrath in einer gegebenen Zeit aufzehren, so heißt z. B. $4\frac{2}{3}$ Personen so viel als: es kann täglich, wöchentlich, monatlich u. s. w. $4\frac{2}{3}$ mal so viel davon verbraucht werden, als eine Person braucht, u. dergl. m.

8. Wie viel betragen 100 engl. Fuß in preuß. Fuß, wenn 1 preuß. Fuß 139,13 franz. Linien, der engl. Fuß aber 135,1 franz. Linien hält?

Aufl.

	100 engl. Fuß	
pr. F. 139,13	135,1 engl. Fuß	
13913	1351000	97,1 pr. Fuß.
	98830	
	14390	
	477	

Nämlich: da 1 engl. Fuß 135,1 franz. Linien hält, so sind 100 engl. Fuß = $10 \times 135,1$ franz. Linien; und so oft in diesem Producte 139,13 franz. Linien enthalten sind, so oft geben die 100 engl. Fuß einen preuß. Fuß. Oder:

1 franz. Linie ist $\frac{1}{139,13}$ preuß. Fuß; 135,1 franz. Linien, oder 1 engl. Fuß, ist $\frac{135,1}{139,13}$ preuß. Fuß, folglich 100 engl. Fuß $= \frac{100 \times 135,1}{139,13}$ preuß. Fuß.

9. Wenn der Schfl. Getreide 1 Thlr. 17 Sgr. gilt, so wiegt ein Brod von einem bestimmten Preise $2\frac{1}{2}$ Pfd.; wie viel muß das Brod wiegen, das eben so viel kostet, wenn der Schfl. Getreide 2 Thlr. gilt?

Aufl.

	$2\frac{1}{2}$ Pfd.
Thlr. 2	$1\frac{17}{30}$ Thlr.

oder:

	$2\frac{1}{2}$ Pfd.
Sgr. 60	47 Sgr.

Antw. 1 Pfd. $30\frac{2}{3}$ Loth.

Denn, gälte der Schfl. Getreide 1 Sgr., d. h. wäre er nur $\frac{1}{47}$ mal so theuer, so könnte das Brod 47 mal so schwer sein, also $47 \times 2\frac{1}{2}$ Pfd. wiegen; gilt aber das Getreide 2 Thlr. oder 60 Sgr., so muß auch das Brod nur $\frac{1}{60}$ mal so schwer sein, als wenn das Getreide 1 Sgr. gilt, also $\frac{47 \times 2\frac{1}{2}}{60}$ Pfd. wiegen.

Eigentlich ist die Berechnung dieser Aufgabe, so wie auch der fünften und sechsten nicht völlig genau, weil hier das Gewicht des Brodes nur nach dem Getreidepreise berechnet ist, und ebenso dort das Maaß des Bieres, welches man für eine bestimmte Summe Geld bekommt, da doch noch manches Andere, wie z. B. Arbeitslohn, Holz, verschiedene andere Ingredienzien u. dergl. m. ebenfalls dabei in Anschlag kommen. Sollte also das Brod, Bier u. dergl. in demselben Verhältniß theurer oder wohlfeiler werden, wie das Getreide im Preise steigt oder fällt; so müßten auch diese anderen Ausgaben in eben demselben Verhältniß größer oder geringer werden, welches doch nie der Fall sein wird. Die Bedingungen dieser Art von Aufgaben sind also als Annahmen anzusehen, welche in der Praxis nie gemacht werden dürfen.

10. Ein Fürst will aus 8 löthigem Silber eine gewisse Münze schlagen lassen, so daß 140 Stück auf die Mark fein Silber gehen; wie viele Stück müssen nun aber auf die Mark fein Silber gehen, wenn die Münze aus 10 löthigem Silber geschlagen wird?

Aufl.

	140
10	8

Antw. 112 Stück.

Je feiner das Silber ist, woraus die Münze geschlagen wird, desto weniger Stücke enthalten zusammen schon eine Mark feines Silber. Wenn von 8 löthigem Silber 140 Stück auf die feine Mark gehen, so gingen von 1 löthigem Silber 8×140 Stück, und von 10 löthigem Silber $\frac{8 \times 140}{10}$ Stück auf die feine Mark.

Funfzehntes Kapitel.

Von der zusammengesetzten Regel de tri und dem Kettensatze.

§. 302. Die in diesem Kapitel zu behandelnden Aufgaben sind nichts anderes, als zusammengesetztere Multiplications- und Divisions-Aufgaben. In dem Vorhergehenden betrachteten wir nämlich lauter solche Aufgaben, wo die Größe der zu suchenden benannten Zahl von der Größe zweier anderen abhängig war, wie z. B. die Kosten einer Waare von ihrer Menge und von dem Preise der Maaß- und Gewichtseinheit derselben, oder auch von dem Preise einer beliebig gegebenen Menge derselben abhängt. Es kann aber auf gleiche Weise die zu suchende Zahl von mehr als zwei, ja von beliebig vielen anderen, sowohl in directen als indirecten Verhältnissen, abhängig gemacht werden. So ist z. B. die Größe einer zu liefernden Arbeit von der Zahl der Arbeiter, von der Geschwindigkeit, mit der sie arbeiten, d. h. von der Größe der in der Zeiteinheit gelieferten Arbeit, und von der darauf verwendeten Zeit abhängig. Man pflegt zwar die zusammengesetzte Regel de tri mit indirecten Verhältnissen von der mit directen Verhältnissen zu trennen, eben so

wie bei der einfachen Regel de tri; allein da die Aufgaben beider Arten keine besonderen Schwierigkeiten darbieten, und der Schüler durch das Frühere sowohl mit den directen als indirecten Verhältnissen hinlänglich bekannt ist, so werden wir beide Arten von Aufgaben zugleich in diesem Kapitel abhandeln.

1. Wenn 100 Thlr. Kapital jährlich 5 Thlr. Zinsen tragen; wie viel Zins werden 930 Thlr. in 12 Jahren tragen?

Aufl. Wenn 100 Thlr. Kapital jährlich 5 Thlr. Zinsen tragen, so wird 1 Thlr. jährlich $\frac{5}{100}$ Thlr. Zinsen bringen, also 930 Thlr. Kapital jährlich $930 \times \frac{5}{100}$ Thlr. Zins, folglich werden 930 Thlr. Kapital in 12 Jahren $\frac{12 \times 930 \times 5}{100}$ Thlr. Zinsen bringen; dies giebt folgenden Ansatz:

$$\begin{array}{r|l} & 5 \\ 100 & 930 \\ & 12 \\ & 6 \\ \hline \end{array}$$

Antw. 558 Thlr. Zinsen.

2. 100 Thlr. Kapital tragen jährlich $4\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen; wie viel Zinsen tragen 1720 Thlr. in $5\frac{1}{2}$ Monat?

Aufl. 1 Thlr. Kapital würde jährlich $\frac{4\frac{1}{2}}{100}$ Thlr. und 1720 Thlr. $\frac{1720 \cdot 4\frac{1}{2}}{100}$ Thlr. Zinsen tragen; demnach tragen 1720 Thlr. in 1 Monat $\frac{1720 \cdot 4\frac{1}{2}}{12 \cdot 100}$ Thlr., folglich in $5\frac{1}{2}$ Monat $\frac{5\frac{1}{2} \cdot 1720 \cdot 4\frac{1}{2}}{12 \cdot 100}$ Thlr. Zinsen; dies giebt folgende Rechnung:

$$\begin{array}{rr|lll} & 100 & 4\frac{1}{2} & 9 & 3 \\ 4 & 12 & 1720 & 430 & \\ & 2 & 5\frac{1}{2} & 11 & \\ & 2 & & & \\ \hline & 40 & 1419 & & \\ \hline \end{array}$$

Antw. 35 Thlr. $14\frac{1}{4}$ Sgr.

3. 12 Arbeiter, die täglich 5 Std. arbeiten, verdienen in 9 Wochen 59 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel werden 16 Arbeiter, die täglich 6 Std. arbeiten, in 8 Wochen verdienen?

Aufl. 1 Arbeiter, der täglich 5 Std. arbeitet, verdient in 9 Wochen $\frac{59\frac{11}{20}}{12}$ Thlr., also in 1 Woche $\frac{59\frac{11}{20}}{9 \cdot 12}$ Thlr., und wenn er täglich nur 1 Std. arbeitet $\frac{59\frac{11}{20}}{5 \cdot 9 \cdot 12}$ Thlr.; demnach verdienen 16 Arbeiter, die täglich 1 Std. arbeiten, in 1 Woche $\frac{16 \cdot 59\frac{11}{20}}{5 \cdot 9 \cdot 12}$ Thlr., also in 8 Wochen $\frac{8 \cdot 16 \cdot 59\frac{11}{20}}{5 \cdot 9 \cdot 12}$ Thlr., und wenn sie täglich 6 Std. arbeiten $\frac{6 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 59\frac{11}{20}}{5 \cdot 9 \cdot 12}$ Thlr., oder wie gewöhnlich gesetzt:

	12	$59\frac{11}{20}$	1191	
3	9	16	397	
	5	8		4
5	20	6		
	75	6352		

Antw. 84 Thlr. $20\frac{4}{5}$ Sgr.

Anstatt in der Auflösung dieser Aufgaben alles zu gleicher Zeit auf die Einheit zurückzuführen, könnte man, z. B. in der 3ten Aufgabe, auch folgenderweise verfahren: 1 Arbeiter, der täglich 5 Std. arbeitet, verdient in 9 Wochen $\frac{59\frac{11}{20}}{12}$ Thlr., also verdienen 16 Arbeiter, die täglich 5 Std. arbeiten, in 9 Wochen $\frac{16 \cdot 59\frac{11}{20}}{12}$ Thlr., also in 1 Woche $\frac{16 \cdot 59\frac{11}{20}}{9 \cdot 12}$ Thlr., in 8 Wochen $\frac{8 \cdot 16 \cdot 59\frac{11}{20}}{9 \cdot 12}$ Thlr., und wenn sie täglich 1 Std. arbeiten $\frac{8 \cdot 16 \cdot 59\frac{11}{20}}{5 \cdot 9 \cdot 12}$ Thlr., also wenn sie täglich 6 Std. arbeiten $\frac{6 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 59\frac{11}{20}}{5 \cdot 9 \cdot 12}$ Thlr., welches, wie man sieht, dasselbe Resultat geben muß, wie oben.

4. Wenn 30 Arbeiter, die täglich 8 Stunden arbeiten, in 48 Tagen einen Graben von 820 Fuß Länge, 6 Fuß Tiefe und 9 Fuß Breite ausgraben; wie lang wird der Graben wer-

den, den 36 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, in 40 Tagen ausgraben, wenn er 10 Fuß tief und 12 Fuß breit sein soll?

Aufl. Ein Arbeiter, der täglich 8 Std. arbeitet, würde in 48 Tagen den Graben, bei 6 F. Tiefe und 9 F. Breite, $\frac{820}{30}$ F. lang machen, also würden 36 Arbeiter, bei übrigens gleichen Umständen, $\frac{36.820}{30}$ F. Länge zu Stande bringen. Arbeiteten diese täglich nur 1 Std., so würden sie den Graben $\frac{36.820}{8.30}$ F. lang machen, also bei täglich 10 Std. Arbeit $\frac{10.36.820}{8.30}$ F. lang. In 1 Tag würde dann der Graben $\frac{10.36.820}{48.8.30}$ F. lang, also in 40 Tagen $\frac{40.10.36.820}{48.8.30}$ F. lang. Bei 1 F. Tiefe würde derselbe $\frac{6.40.10.36.820}{48.8.30}$ F. lang, also bei 10 F. Tiefe $\frac{6.40.10.36.820}{10.48.8.30}$ F. lang; bei 1 F. Breite würde er $\frac{9.6.40.10.36.820}{10.48.8.30}$ F. lang, folglich bei 12 F. Breite $\frac{9.6.40.10.36.820}{12.10.48.8.30}$ F. lang; oder wie gewöhnlich angesetzt und gerechnet:

		820	205
	30	36	3
4	8	10	
4	48	40	
	10	6	3
	12	9	
	4	1845	

Antw. $461\frac{1}{4}$ Fuß Länge.

Eben so, wie in der vorhergehenden Aufgabe nach der Länge des Grabens gefragt wurde, kann auch jede andere, in der Aufgabe vorkommende Größe als unbekannt gesetzt, und durch die übrigen, gegebenen Zahlen bestimmt werden.

5. 30 Arbeiter, die täglich 8 Stunden arbeiten, bringen in 48 Tagen einen Graben von 820 F. Länge, 6 F. Tiefe und 9 F.

Breite zu Stande; wie breit wird der Graben werden, den 36 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, in 40 Tagen ausgraben, wenn derselbe $461\frac{1}{4}$ F. lang und 10 F. tief sein soll?

Aufl.

	9 F. Breite
30	36 Arbeiter
8	10 Stunden
48	40 Tage
$461\frac{1}{4}$	820 F. Länge
10	6 F. Tiefe

Antw. 12 F. breit.

6. 30 Arbeiter, die täglich 8 Std. arbeiten, bringen in 48 Tagen einen Graben von 820 F. Länge, 6 F. Tiefe und 9 F. Breite zu Stande; wie tief wird der Graben werden, den 36 Arbeiter, bei täglich 10 Std. Arbeit, in 40 Tagen vollenden, wenn derselbe $461\frac{1}{4}$ F. lang und 12 F. breit werden soll?

Aufl.

	6 F. Tiefe
30	36 Arbeiter
8	10 Stunden
48	40 Tage
$461\frac{1}{4}$	820 F. Länge
12	9 F. Breite

Antw. 10 F. tief.

7. Wenn 30 Arbeiter, die täglich 8 Stunden arbeiten, in 48 Tagen einen Graben von 820 F. Länge, 9 Fuß Breite und 6 F. Tiefe ausgraben; wie viel Tage werden 36 Arbeiter, die täglich 10 Std. arbeiten, mit einem Graben zu thun haben, der $461\frac{1}{4}$ F. lang, 12 F. breit und 10 F. tief ist?

Aufl.

	48 Tage
36	30 Arbeiter
10	8 Stunden
820	$461\frac{1}{4}$ F. Länge
9	12 F. Breite
9	10 F. Tiefe
Antw.	40 Tage.

8. Wenn 30 Arbeiter, die täglich 8 Std. arbeiten, in 48 Tagen einen Graben von 820 F. Länge, 9 F. Breite und 6 F. Tiefe ausgraben, wie lange müssen 36 Arbeiter täglich arbeiten, wenn sie einen Graben von $461\frac{1}{4}$ F. Länge, 12 F. Breite und 10 F. Tiefe in 40 Tagen ausgraben wollen?

Aufl.

	8 Stunden
36	30 Arbeiter
40	48 Tage
820	$461\frac{1}{4}$ F. Länge
9	12 F. Breite
6	10 F. Tiefe
Antw.	10 Stunden.

9. Wenn 30 Arbeiter, die täglich 8 Std. arbeiten, in 48 Tagen einen Graben von 820 F. Länge, 9 F. Breite und 6 F. Tiefe ausgraben; wie viele Arbeiter werden erforderlich sein, um, bei 10 Std. täglicher Arbeit, in 40 Tagen einen Graben von $461\frac{1}{4}$ F. Länge, 12 F. Breite und 10 F. Tiefe auszugraben?

Aufl.

	30 Arbeiter
10	8 Stunden
40	48 Tage
820	$461\frac{1}{4}$ F. Länge
9	12 F. Breite
6	10 F. Tiefe
Antw.	36 Arbeiter.

10. 1560 Thlr. preuß. Cour. betragen wie viele Lire correnti

in Mailand, wenn 80 Thlr. Pr. Cour. 300 Francs in Paris, und 6 Francs in Paris 8 L. corr. in Mailand ausmachen?

Aufl. 1) Da 6 Fr. = 8 Lire, so ist 1 Fr. = $\frac{8}{6}$ L., also 300 Fr. = $\frac{300 . 8}{6}$ L., und da 300 Fr. = 80 Thlr., so sind 80 Thlr. auch $\frac{300 . 8}{6}$ L., also 1 Thlr. = $\frac{300 . 8}{80 . 6}$ L., folglich 1560 Thlr. = $\frac{1560 . 300 . 8}{80 . 6}$ L. corr. in Mailand, oder angesetzt:

Fr.	6	8 L.
Thlr.	80	300 Fr.
		1560 Thlr.
Antw.		7800 Lire corr.

Aufl. 2) Oder man sagt: so oft man in 1560 Thlr. 80 Thlr. hat, so oft hat man 300 Fr., also sind 1560 Thlr. = $\frac{1560 . 300}{80}$ Fr.; und so oft man hierin 6 Fr. hat, so oft sind es 8 Lire corr. also hat man $\left(\frac{1560 . 300}{80} : 6\right) . 8$, d. h. $\frac{1560 . 300 . 8}{80 . 6}$ Lire corr. welches wieder derselbe Ausdruck ist, wie oben, nach der ersten Auflösung.

§. 303. Aufgaben wie diese letzte, über Verwandlung einer Art Münzen, Maaße oder Gewichte in eine andere, oder Berechnung des Preises von Waaren, bei denen ebenfalls Münz-, Maaß- oder Gewichts-Verwandlungen vorkommen, werden gewöhnlich in einer, von der oben befolgten verschiedenen Ordnung angesetzt; da aber die Factoren im Multiplicationsfach, und auch die Factoren im Divisionsfach dieselben bleiben, wie in dem obigen Ansatze, so hat diese Anordnung auf das Resultat natürlich keinen Einfluß. Der Ansatz ist dann wie folgt:

wie viel Lire corr. geben?	1560 Thlr.
wenn Thlr. 80	300 Fr. machen,
und Fr. 6	8 Lire corr. geben,

wo die Factoren des Multiplicationsfaches, und auch die des Divisionsfaches genau dieselben sind, wie oben in dem ersten Ansatze dieses Beispiels; selbst die Anordnung derselben stimmt noch mit der

der zweiten Auflösung überein. Man sieht aber, daß dies den Vortheil für das mechanische Rechnen hat, daß man sich beim Ansetzen durchaus nach den Benennungen der gegebenen Zahlen richten kann, indem nämlich mit der zu verwandelnden benannten Zahl (oder, bei Berechnungen des Preises von Waaren, mit dem Maaße oder Gewichte, dessen Werth in irgend einer Münzsorte zu berechnen ist,) der Anfang gemacht wird; diese benannte Zahl setzt man ins Multiplicationsfach, wie oben die 1560 Thlr. welche in L. corr. verwandelt werden sollen. Die darauf folgende Zahl des Divisionsfaches hat dieselbe Benennung (Thlr.), und der daneben stehende, zweite Factor des Multiplicationsfaches ist diejenige benannte Zahl, welche der so eben links gesetzten benannten Zahl (Thlr.) in der Aufgabe gleich gesetzt ist (in obiger Aufgabe 300 Fr.); die folgende Zahl des Divisionsfaches hat dann wieder dieselbe Benennung, wie die zuletzt gesetzte Zahl rechts, und die folgende Zahl des Multiplicationsfaches ist diejenige benannte Zahl, welche der so eben links gesetzten benannten Zahl in der Aufgabe gleich gesetzt ist; dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis der letzte Factor rechts die in der Aufgabe verlangte Benennung hat. Links oben im Ansatze pflegt man zum Ueberflusse ein Fragezeichen zu setzen. — Besonders ist also zu merken: die zu berechnende benannte Zahl macht den Anfang des Ansatzes, diejenige, welche die Benennung der zu suchenden hat, den Schluß, und jeder Factor im Divisionsfach hat dieselbe Benennung, wie der Factor des Multiplicationsfaches in der vorhergehenden Zeile.

11. Wie viel beträgt ein Shilling Sterl. in preuß. Silbercourant, wenn 8,509 Fünfschillingstücke zu einer Mark fein Silber gehören, und 14 Thlr. ebenfalls eine Mark f. S. ausmachen?

Aufl. Bildet man den Ansatz nach den so eben dafür gegebenen Regeln, so hat man:

Wie viel Sgr. giebt?		1 Sh. Sterl.
Sh. Sterl.	5	1 Fünf-Sh.
Fünf-Sh.	8,509	1 Mark
Mark	1	14 Thlr.
Thlr.	1	30 Sgr.

Antw. 9,871 Sgr. oder 9 Sgr. 10,462 Pf.

Wenn man in einer Aufgabe der zusammengesetzten Regel de tri die Glieder auf diese zuletzt gezeigte Art anordnet, so nennt man

den Ansatz einen Kettensatz, auch Regula multiplex, règle conjointe, oder Reesische Regel; letzteres nach ihrem Erfinder van Rees, einem Holländer, der in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts lebte. Der Ansatz, dessen wir uns bei der zusammengesetzten Regel de tri bedienten, sowohl, als der Kettenansatz sind so häufig aus Mißverstand gelobt und getadelt worden, ersteres von den gewöhnlichen mechanischen Rechnern, letzteres von manchen Mathematikern, denen es an dem gehörigen Sinn für das Practische fehlte, daß wir nicht umhin können, unsere Ansicht davon hier niederzulegen. Für den mechanischen Rechner bietet namentlich der Kettensatz eine große Bequemlichkeit dar, daher denn auch dieser besonders aus dem Grunde den Kettensatz anpreist, weil er dabei durchaus nicht tiefer auf die Aufgabe einzugehen braucht, und doch nicht leicht Fehler begehen kann; von Mathematikern ist er aus dem entgegengesetzten Grunde angefeindet worden. Allein ein mechanisches Hülfsmittel schließt das richtige Verstehen nicht aus, und wir benutzen ja auch bei den feinsten mathematischen Untersuchungen practisch bequeme Verfahrungsarten, welche mühsame Arbeiten erleichtern und uns unnützer Zeitverschwendungen überheben, wenn man sich nur zuvor von den Gründen und der Richtigkeit des Verfahrens gründlich überzeugt hat. Wer wollte daher dem Geschäftsmanne die Anwendung solcher Erleichterungsmittel verargen, da ihm doch die Zeit eben so kostbar ist, wie dem Wissenschaftsforscher?

Hier folgen nun noch einige Beispiele, sammt der Berechnung, über den Kettensatz.

12. Wenn 1 Frd'or. in Hamburg 10 Mk. 8 ßl. Bco. gilt, und 300 Mk. Hamb. Bco. 148 Rthlr. in Leipzig betragen; was betragen demnach 740 Stück Frd'or. in Leipzig?

Aufl.		?	740 Frd'or.	
		2	21 Mk. Hamb. Bco.	7
5	10	300	148 Rthlr. Leipz.	
			37	

518 (37
3626
1554
19166

5) 19166

$3833\frac{1}{5}$ Rthlr. in Leipzig.

Es ist hier noch zu bemerken, daß in der zweiten Zeile des Ansatzes steht, daß 2 Frd'or. geben 21 Mk. Hamb. Bco.; in der Aufgabe heißt es, daß 1 Frd'or. 10 Mk. 8 ßl. Hamb. Bco macht, d. i. 1 Frd'or. = $10\frac{1}{2}$ Mk., oder $\frac{2}{2}$ Frd'or. = $\frac{21}{2}$ Mk., also wieder 2 Frd'or. = 21 Mk. Hamb. Bco., welches den Ansatz etwas einfacher macht.

13. Wenn 1 Pfd. einer Waare in Amsterdam 1 Fl. 48 Cents kostet, und 35 Fl. holl. 40 Mk. Hamb. Bco. betragen, für 300 Mk. Hamb. Bco. aber $151\frac{1}{4}$ Thlr. preuß. Cour. gegeben werden, und 100 Pfd. Amsterd. Gewicht 105,6 Pfd. in Berlin ausmachen; wie viel kosten denn 480 Pfd. dieser Waare in Berlin?

Man bemerkt hier, daß 1 Fl. 48 Cents = 148 Cents, und 35 Fl. = 3500 Cents sind; eben so sind $151\frac{1}{4}$ Thlr. = $\frac{605}{4}$ Thlr.; für 300 Mk. giebt man also $\frac{605}{4}$ Thlr., also für 4 × 300 oder 1200 Mk. 605 Thlr. Endlich: da 100 Pfd. in Amsterdam = 105,6 Pfd. in Berlin betragen, so sind auch 1000 Pfd. in Amsterdam = 1056 Pfd. in Berlin. Dies giebt dann folgenden Ansatz:

		?	480 Berl. Pfd.	4
3	96	1056	1000 Amsterd. Pfd.	
		1	148 Cents	74
7		3500	40 Mk. Hamb. Bco.	10
		1200	605 Thlr. preuß. Cour.	121 11
		21	11 × 10 × 74	

8140 | 387 Thlr. 18 Sgr. $6\frac{6}{7}$ Pf.
184
160
7) 130
48

14. Jemand kauft in Leipzig Zeug, die Leipziger Elle à 16 Gr. Conv. Geld. Für 100 Thlr. Conv. Geld bezahlt man 105 Thlr. preuß. Courant, und die Leipziger Elle mißt 0,56531 franz. Metre, die Berliner Elle 0,666938 Metre; bei dem Verkaufe will man 12 Proc. gewinnen; wie hoch muß man die Berliner Elle verkaufen?

	?	1 Berl. Elle	
Berl. Ellen	565310	666938 Leipz. Ellen	
Leipz. Elle	1	16 Gr.	2
3 Gr.	24	1 Thlr. Conv. G.	
7 35 Thlr. Conv. G.	105	100 Thlr. pr. Cour.	20
Thlr. pr. Cour.	1	30 Sgr.	

56531 × 21
113062
1187151

666938
40
26677520 | 22 Sgr. 5 Pf. circa.
2934500
560198 × 12
1120396
6722376
786621
1187151

Da der zuletzt sich ergebende Bruch über $\frac{1}{2}$ Pf. beträgt, so kann er als 1 Pf. gerechnet werden, so daß sich 22 Sgr. 6 Pf. als Resultat ergeben. Hinsichtlich der zweiten Zeile des Ansatzes ist noch folgendes zu merken. Je mehr Metres die Berliner Elle enthält, desto größer ist sie, desto weniger Ellen kommen schon einer gegebenen Zahl anderer Ellen (z. B. Leipziger) gleich; enthielte z. B. eine Elle A zweimal so viele Metres, als eine andere Elle B, so wäre die Elle A = 2 Ellen B; dasselbe gilt auch für jede andere Zahl, folglich machen 0,56531 Berl. Ell. 0,666938 Leipz. Ell. Um nur ganze Zahlen in den Ansatz zu bringen, multiplicirt man jedes dieser beiden Glieder noch mit 1000000, so bleibt das Verhältniß unverändert, und es ergeben sich die im Ansatze zu sehenden Zahlen.

Sechszehntes Kapitel.

Von der Zins- oder Interessenrechnung, Rabattrechnung und Zeitrechnung.

§. 304. Leiht Jemand einem Andern Geld, so nennt man jenen den **Gläubiger** oder **Creditor**, diesen den **Schuldner** oder **Debitor**. Da der Gläubiger während der Zeit, wo er das Geld ausgeliehen hat, selbst keinen Nutzen daraus ziehen, der Schuld-

ner dagegen es zu seinem eignen Vortheile verwenden kann: so ist es billig, daß er dem Gläubiger dafür eine gewisse Entschädigung gebe. Was nun der Schuldner dem Gläubiger, entweder jährlich, oder sonst für eine bestimmte Zeit, als Ersatz für die Benutzung seines Geldes zahlt, nennt man den Zins oder das Interesse; die geliehene Summe Geldes dagegen heißt das Kapital. Die Zinsen werden gewöhnlich auf die Weise bestimmt, daß man festsetzt, wie viel der Schuldner für jedes Hundert (pro cento, abgekürzt proc., oder p. c., oder auch %) des Kapitals jährlich zu bezahlen verpflichtet sei, was man denn auch den Zinsfuß nennt. Wenn man also z. B. sagt, Jemand habe 12000 Thlr. zu jährlich 5 proc. ausgeliehen, so heißt dies: er lasse sich vom Schuldner für die Benutzung dieses Kapitals für jede 100 Thlr. jährlich 5 Thlr. Zinsen bezahlen. Gewöhnlich werden die Zinsen jährlich bezahlt; indessen finden davon manche Ausnahmen statt, und es muß in einer darüber zu lösenden Aufgabe jedesmal genau angegeben werden, ob der genannte Zinsfuß als der jährliche, halbjährliche, vierteljährliche, monatliche u. s. w. zu verstehen sei. Natürlich hat die Zahl, welche den Zinsfuß bestimmt, dieselbe Benennung wie das Kapital, so daß z. B. 4 proc. heißt, von 100 Thlr. 4 Thlr., von 100 Groschen 4 Groschen, von 100 Fl. 4 Fl., von 100 Pf. 4 Pf. u. s. w. Sind von einzelnen Monaten und Tagen Zinsen zu bezahlen, so rechnet man jeden Monat zu 30 Tagen. Werden die in einem festgesetzten Termine fälligen Zinsen nicht bezahlt, so können sie, unter gewissen Umständen, mit zu dem Kapitale geschlagen werden, wo denn, von da an bis zum nächsten Zahlungstermine, für dies um die Zinsen vermehrte Kapital Zinsen zu berechnen sind; werden sie bei diesem Termine wieder nicht bezahlt, so schlägt man sie abermals zum Kapital, wo sie mit diesem ebenfalls wieder verzinst werden müssen. Man nennt dies Zins von Zins oder Zinseszins, dagegen die ersterwähnte Art der Zinsen einfache Zinsen heißt. Es ist nun zwar im gewöhnlichen Verkehr nicht gestattet, dem Schuldner auch für die im vorigen Jahre nichtbezahlten Zinsen wieder Zinsen anzurechnen; dagegen kann aber der Eigenthümer eines ausgeliehenen Kapitals die erhaltenen Zinsen sogleich wieder als Kapital auf Zinsen legen; eben so tragen die in Sparkassen, Wittwenkassen u. dgl.

niedergelegten Kapitalien Zins von Zins. Wir werden es hier hauptsächlich nur mit den einfachen Zinsen zu thun haben.

§. 305. Bei den Interessenrechnungen kommen nun folgende vier Gegenstände in Betracht:

1) die Größe des ausgeliehenen Kapitals;
2) der Zinsfuß, d. h. die Größe der Interessen proc.;
3) die Länge der Zeit, während welcher das Kapital auf Zinsen ausgestanden hat, wo denn die oben (Nr. 2.) erwähnten Procente auf eine bestimmte Zeit, z. B. jährlich, monatlich, bedungen sein müssen;
4) die Größe der Interessen, welche das ausgeliehene Kapital in der ganzen Zeit trägt.

§. 306. Um nun alle möglichen Aufgaben der Zinsrechnung zusammen zu stellen, und zugleich von den einfacheren zu den zusammengesetzteren Aufgaben fortzuschreiten, lassen wir zunächst von den 4 genannten Gegenständen zwei weg; so kommen in der Aufgabe noch vor:

1) das Kapital und die Interessen; oder
2) das Kapital und die Interessen pro cento; oder
3) das Kapital und die Zeit; oder
4) die ganzen Interessen und die Interessen pro cento; oder
5) die ganzen Interessen und die Zeit; oder
6) die Interessen pro cento und die Zeit.

In jeder solchen Aufgabe läßt sich aber jede der beiden darin vorkommenden Größen als unbekannt ansehen, so daß sich also aus jedem der 6 aufgeführten Fälle 2 Aufgaben ergeben; es giebt also im Ganzen 12 Aufgaben, für den Fall, daß man von zwei oder vier, in Zinsrechnungen möchlicher Weise vorkommenden, Größen abstrahirt.

1. Wenn man von 500 Thlr. Kapital 20 Thlr. Zinsen erhält, wie viel Zinsen bekommt man von 1230 Thlr.?

Aufl.	?	1230 Thlr. Kapital
	500	20 Thlr. Zins.

Antw. $49\frac{1}{5}$ Thlr. Zinsen.

2. Wenn man von 500 Thlr. Kapital 20 Thlr. Interessen erhält, wie groß muß das Kapital sein, das $49\frac{1}{5}$ Thlr. Interessen trägt?

Aufl. $\begin{array}{r|l} ? & 49\frac{1}{5} \text{ Thlr. Zinsen} \\ 20 & 500 \text{ Thlr. Kapital.} \end{array}$

Antw. 1230 Thlr. Kapital.

3. Zu wie viel Proc. müssen 900 Thlr. Kapital ausgeliehen sein, wenn sie eben so viel Zinsen tragen sollen wie 750 Thlr. zu 5 Proc.?

Aufl. Da 750 Thlr. zu 5 Proc. gewisse Zinsen tragen, so würde 1 Thlr. dieselben Zinsen tragen, wenn derselbe zu 750×5 Proc. ausgeliehen wäre; folglich werden 900 Thlr. diese Zinsen tragen, wenn sie zu $\frac{750 \times 5}{900}$ Proc. ausgeliehen sind. Der Ansatz ist also:

$\begin{array}{r|l} & 5 \text{ Proc.} \\ 900 & 750 \text{ Thlr. Kapital.} \end{array}$

Antw. $4\frac{1}{6}$ Proc.

4. Welches Kapital trägt zu $4\frac{1}{6}$ Proc. eben so viel Zinsen, wie 750 Thlr. zu 5 Proc.?

Aufl. 5×750 Thlr. würden zu 1 Proc. eben so viele Zinsen tragen, wie 750 Thlr. zu 5 Proc.; und ist ein Kapital zu $4\frac{1}{6}$ Proc. ausgeliehen und soll dieselben Zinsen tragen, wie 5×750 Thlr. zu 1 Proc. so muß es $\frac{5 \cdot 750}{4\frac{1}{6}}$ Thlr. sein, d. h. 900 Thlr.

5. In welcher Zeit werden 1000 Thlr. dieselben Zinsen tragen, die 450 Thlr. in 6 Jahren einbringen (bei gleichem Zinsfuß)?

Aufl. 1 Thlr. würde diese Zinsen in 450×6 Jahren tragen, also 1000 Thlr. in $\frac{450 \times 6}{1000} = 2\frac{7}{10}$ Jahren.

6. Welches Kapital trägt in $2\frac{7}{10}$ Jahren, bei gleichem Zinsfuß, eben so viel Zinsen, als 450 Thlr. in 6 Jahren?

Aufl. Um diese Zinsen in 1 Jahr zu bekommen, muß man ein Kapital von 6×450 Thlr. haben; um also dieselben Zinsen in $2\frac{7}{10}$ Jahren zu erhalten, muß das Kapital $= \frac{6 \cdot 450}{2\frac{7}{10}}$ Thlr. $=$ 1000 Thlr. sein.

7. Wie viel Zins trägt ein Kapital zu 6 Proc., welches zu 5 Proc. 68 Thlr. Zinsen trägt?

Aufl.

?	6 Proc.
5	68 Thlr. Zinsen

Antw. $81\frac{3}{5}$ Thlr. Zinsen.

8. Zu wie viel Proc. muß ein Kapital, das zu 5 Proc. 68 Thlr. Zinsen bringt, ausgeliehen sein, um $81\frac{3}{5}$ Thlr. Zinsen zu tragen?

Aufl.

?	$81\frac{3}{5}$ Thlr. Zinsen
68	5 Proc.

Antw. 6 Proc.

9. Ein Kapital trägt in 4 Jahren 60 Thlr. Zinsen; wie viel Zinsen trägt dasselbe in 9 Jahren? Antw. 135 Thlr.

10. Wenn ein Kapital in 4 Jahren 60 Thlr. Zinsen trägt; in welcher Zeit wird dasselbe 135 Thlr. Zinsen tragen? Antw. in 9 Jahren.

11. Wie lange muß ein Kapital ausstehen, um zu jährlich 5 Proc. eben so viel Zins zu tragen, wie dasselbe Kapital zu jährlich 6 Proc. in 4 Jahren trägt?

Aufl. Zu 1 Proc. müßte dieses Kapital 6×4 Jahre ausstehen, um dieselben Zinsen zu tragen, die es zu 6 Proc. in 4 Jahren einbringt; zu 5 Proc. wird es deshalb $\frac{6 \times 4}{5} = 4\frac{4}{5}$ Jahre ausstehen müssen, um dieselben Zinsen zu tragen.

12. Zu wie viel Proc. jährlich muß ein Kapital ausstehen, um in $4\frac{4}{5}$ Jahren eben so viel Zinsen zu tragen, wie dasselbe zu 6 Proc. jährlich in 4 Jahren trägt?

Aufl. Sollte dieses Kapital in 1 Jahr dieselben Zinsen tragen, die es zu 6 Proc. jährlich in 4 Jahren trägt, so müßte es zu 4×6 Proc. jährlich ausgeliehen sein; um also diese Zinsen in $4\frac{4}{5}$ Jahren zu tragen, muß es zu $\frac{4 \times 6}{4\frac{4}{5}}$ Proc. jährlich, d. h. zu 5 Proc. jährlich ausgeliehen sein.

§. 307. Lassen wir nun von den 4 Grössen: Kapital, Zinsfuß, Zeit und Zinsen, nur einen weg; so sind in jeder Aufgabe noch drei derselben enthalten, nämlich:

1) das Kapital, die Zinsen und Procente; oder
2) das Kapital, die Zinsen und die Zeit; oder
3) das Kapital, die Procente und die Zeit; oder
4) die Zinsen, die Procente und die Zeit.

In jeder solchen Aufgabe läßt sich dann wieder jede der drei darin vorkommenden Grössen als unbekannt ansehen, so daß also aus jedem der vier angeführten Fälle drei verschiedene Aufgaben hervorgehen; es giebt also im Ganzen 12 Aufgaben, für den Fall, daß man von einer der vier, in Zinsrechnungen möglicher Weise vorkommenden, Grössen abstrahirt.

13. Wenn 700 Thlr. zu 6 Proc. jährlich in einer gewissen Zeit 432 Thlr. Zinsen tragen; wie viel Zinsen tragen demnach 1000 Thlr. zu 5 Proc. in derselben Zeit?

Aufl. 1 Thlr. trägt in dieser Zeit zu 6 proc. $\frac{432}{700}$ Thlr. Zinsen, also tragen 1000 Thlr. in dieser Zeit $\frac{1000 \cdot 432}{700}$ Thlr. Zinsen, und 1000 Thlr. tragen zu 1 Proc. $\frac{1000 \cdot 432}{6 \cdot 700}$ Thlr., also zu 5 Proc. $\frac{5 \cdot 1000 \cdot 432}{6 \cdot 700}$ Thlr. Zinsen; dies giebt folgenden Ansatz:

	432 Thlr. Zinsen
700	1000 Thlr. Kapital
6	5 Proc.

Antw. $514\frac{2}{7}$ Thlr. Zinsen.

14. Wenn 700 Thlr. zu 6 Proc. jährlich in einer gewissen Zeit 432 Thlr. Interessen tragen; welches Kapital wird in derselben Zeit, zu jährlich 5 Proc., $514\frac{2}{7}$ Thlr. Interessen tragen?

Aufl.

	700 Thlr. Kapital
5	6 Proc.
432	$514\frac{2}{7}$ Thlr. Interessen.

Antw. 1000 Thlr. Kapital.

15. Wenn 700 Thlr. zu 6 Proc. jährlich in einer gewissen Zeit 432 Thlr. Zins tragen; zu wie viel Proc. jährlich müssen 1000 Thlr. ausgeliehen sein, um in derselben Zeit $514\frac{2}{7}$ Thlr. Zins zu tragen?

Aufl.

	6 Proc.
1000	700 Thlr. Kapital
432	$514\frac{2}{7}$ Thlr. Zins.

Antw. 5 Proc.

16. Wenn 800 Thlr. in 6 Jahren 230 Thlr. Zins tragen, wie viel Zins tragen, bei gleichem Zinsfuß, 900 Thlr. in 5 Jahren?

Aufl.

	230 Thlr. Zins
800	900 Thlr. Kapital
6	5 Jahre.

Antw. $215\frac{5}{8}$ Thlr. Zins.

17. 800 Thlr. tragen in 6 Jahren 230 Thlr. Zins; in welcher Zeit werden 900 Thlr., bei gleichem Zinsfuß, $215\frac{5}{8}$ Thlr. Zins tragen?

Aufl.

	6 Jahre
900	800 Thlr. Kapital
230	$215\frac{5}{8}$ Thlr. Zins.

Antw. 5 Jahre.

18. 800 Thlr. tragen in 6 Jahren 230 Thlr. Zins; welches Kapital wird, bei gleichem Zinsfuß, in 5 Jahren $215\frac{5}{8}$ Thlr. Zins tragen?

Aufl.

	800 Thlr. Kapital
5	6 Jahre
230	$215\frac{5}{8}$ Thlr. Zins.

Antw. 900 Thlr. Kapital.

19. 1000 Thlr. Kapital tragen zu 4 Proc. jährlich in 10 Jahren eben so viel Zinsen, wie 900 Thlr. zu 5 Proc. in wie viel Jahren?

Aufl.

	10 Jahre
900	1000 Thlr. Kapital
5	4 Proc.

Antw. $8\frac{8}{9}$ Jahre.

20. Wenn 1000 Thlr. Kapital zu 4 Proc. jährlich in 10 Jahren eben so viel Zinsen tragen, wie ein anderes Kapital zu 5 Proc. jährlich in $8\frac{8}{9}$ Jahren; wie groß muß dieses Kapital sein?

Aufl.

	1000 Thlr. Kapital
5	4 Proc.
$8\frac{8}{9}$	10 Jahre.

Antw. 900 Thlr. Kapital.

21. Wenn 1000 Thlr. Kapital zu 4 Proc. jährlich in 10 Jahren eben so viel Zinsen tragen sollen, wie 900 Thlr. in $8\frac{8}{9}$ Jahren; zu welchem Zinsfuße muß dies letztere Kapital ausgeliehen werden?

Aufl.

	4 Proc.
900	1000 Thlr. Kapital
$8\frac{8}{9}$	10 Jahre.

Antw. 5 Proc.

22. Von einem gewissen Kapital, das zu 4 Proc. jährlich ausgeliehen ist, zieht man in 6 Jahren 350 Thlr. Interessen; wie viel Zins wird dasselbe Kapital zu 5 Proc. jährlich in 8 Jahren tragen?

Aufl.

	350 Thlr. Zins
4	5 Proc.
6	8 Jahre.

Antw. $583\frac{1}{3}$ Thlr. Zins.

23. Von einem gewissen Kapital, das zu 4 Proc. jährlich ausgeliehen ist, zieht man in 6 Jahren 350 Thlr. Interessen; wie lange muß dasselbe Kapital ausstehen, wenn es zu 5 Proc. $583\frac{1}{3}$ Thlr. Zinsen tragen soll?

Aufl.

	6 Jahre
5	4 Proc.
350	$583\frac{1}{3}$ Thlr. Zinsen.

Antw. 8 Jahre.

24. Von einem gewissen Kapital, das zu 4 Proc. jährlich ausgeliehen ist, zieht man in 6 Jahren 350 Thlr. Interessen; zu wie viel Proc. jährlich muß dasselbe Kapital ausgeliehen werden, wenn es in 8 Jahren $583\frac{1}{3}$ Thlr. Zinsen tragen soll?

Aufl.

	4 Proc.
8	6 Jahre
$583\frac{1}{3}$	350 Thlr. Zins.

Antw. 5 Proc.

§. 308. Wenn alle 4 Größen, nämlich: Kapital, Zinsfuß, Zeit und Zinsen, in der Aufgabe vorkommen; so kann jede derselben als unbekannt angesehen werden, weshalb denn 4 verschiedene Aufgaben daraus hervorgehen.

25. Wie viel Zinsen tragen 1000 Thlr. zu jährlich 4 Proc. in 8 Monat?

Aufl.

	4 Thlr. Zinsen
100	1000 Thlr. Kapital
12	8 Monat.

Antw. $26\frac{2}{3}$ Thlr.

26. In wie viel Zeit tragen 1000 Thlr. zu jährlich 4 Proc. $26\frac{2}{3}$ Thlr. Zinsen?

Aufl.

	12 Monat
1000	100 Thlr. Kapital
4	$26\frac{2}{3}$ Thlr. Zins.

Antw. 8 Monat.

27. Zu wie viel Proc. jährlich müssen 1000 Thlr. ausgeliehen sein, um in 8 Monaten $26\frac{2}{3}$ Thlr. Zinsen zu tragen?

Aufl. | $26\frac{2}{3}$ Thlr. Zins
1000 | 100 Thlr.
8 | 12 Monat.

Antw. 4 Proc.

28. Welches Kapital trägt, zu jährlich 4 Proc., in 8 Monaten $26\frac{2}{3}$ Thlr. Zinsen?

Aufl. | 100 Thlr. Kapital
4 | $26\frac{2}{3}$ Thlr. Zins
8 | 12 Monat.

Antw. 1000 Thlr.

§. 309. Die Berechnung des Zins von Zins erfordert tiefere mathematische Kenntnisse, als sie von dem Schüler auf dieser Stufe vorausgesetzt werden können, deshalb hier keine vollständige Behandlung dieses Gegenstandes erwartet werden darf. Da indessen, in den wirklichen Fällen der Anwendung, selten die Berechnungen auf diesem wissenschaftlichen Wege angestellt werden; so wird sich hier wenigstens dasjenige deutlich machen lassen, was für die gewöhnlichsten Fälle in der Praxis gerade Bedürfniß ist.

Es ist größtentheils nur nöthig zu berechnen, wie viel die Zinseszinsen eines gegebenen Kapitals in einer bestimmten Zeit sammt dem anfänglichen Kapital betragen; wir werden uns daher auch hier nur auf diese Aufgabe beschränken.

§. 310. Sind z. B. 10000 Thlr. zu jährlich 5 Proc. ausgeliehen, und sollen die Zinsen am Ende eines jeden Jahrs erhoben und sogleich wieder zum Kapital geschlagen werden: so hat man am Ende des ersten Jahres für jede 100 Thlr. des ursprünglichen Kapitals 5 Thlr. Zinsen, oder 105 Thlr. an Zins und Kapital; daher ist $\frac{10000 \, . \, 105}{100}$ Thlr. das Kapital, welches während des zweiten Jahres zu verzinsen ist. Aus demselben Grunde ist dann aber $\frac{10000 \, . \, 105}{100} \, . \, \frac{105}{110}$ Thlr. das Kapital, welches während des dritten Jahres zu verzinsen ist. Um also die Summe des Kapitals und der Zinseszinsen am Ende irgend eines Jahres zu finden, multiplicirt man das anfängliche Kapital so oft mit $\frac{105}{100}$ (wenn nämlich der

Zinsfuß 5 Proc. ist), als die Zahl der Jahre anzeigt. Dieses Beispiel giebt also für den 4ten Zahlungstermin, d. h. am Ende des vierten Jahres, die Summe an Kapital und Zinsen, welche sich aus folgendem Ansatze berechnen läßt:

	10000 Thlr. Kapital.
100	105 „ K. u. Z. im 1sten Jahr.
100	105 „ K. u. Z. im 2ten Jahr.
100	105 „ K. u. Z. im 3ten Jahr.
100	105 „ K. u. Z. im 4ten Jahr.

Antw. $12155\frac{1}{16}$ Thlr. Kapital und Zinsen am Ende des vierten Jahrs.

Nach diesem berechneten Beispiele könnte man nun sehr leicht die Zinseszinsen nebst dem Kapital für irgend ein anderes Kapital, welches 4 Jahre lang zu 5 Proc. auf Zins von Zins ausgestanden hat, berechnen; für 17934 Thlr. hätte man z. B.:

?	17934 Thlr.
10000	$12155\frac{1}{16}$ Thlr.

§. 311. Da nun, in den meisten Fällen, wo Zins von Zins in Anwendung kommt, der Zinsfuß für alle vorkommenden Rechnungen derselbe bleibt, oder doch nur wenige verschiedene Arten des Zinsfußes vorkommen; so hat man Tabellen berechnet, welche angeben, wie sich 1, oder eine beliebige Anzahl Thaler (oder eine andere Münzsorte), zu den, im vorliegenden Falle zu zahlenden, Procenten in einer Reihe von Jahren (oder andern Zahlungsterminen) vermehren. Will man dann den Betrag einer andern Summe zu demselben Zinsfuß für eine gegebene Zahl Jahre erfahren, so läßt sich dieses, wie eben gezeigt worden, vermittelst der Angaben einer solchen Tabelle, sehr leicht durch eine einzige Regel de tri Aufgabe berechnen. Am bequemsten ist es natürlich, in der Tabelle die Einheit der Münzsorte als Kapital anzunehmen; auch werden alle Rechnungen bedeutend erleichtert, wenn man sich dabei der Decimalbrüche bedient. Aus Folgendem wird man die Anfertigung solcher Tabellen leicht ersehen:

Der Werth von 1 ist im Zinseszins nach

Jahren	zu 1 %	zu 2 %	zu 3 %	zu 4 %	zu 5 %
1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625
4	1,04060401	1,08243216	1,12550881	1,16985856	1,21550625
5	1,05101005	1,10408080	1,15927407	1,21665290	1,27628156
6	1,06152015	1,12616242	1,19405229	1,26531901	1,34009564
7	1,07213535	1,14868567	1,22987386	1,31593177	1,40710042
8	1,08285671	1,17165938	1,29677008	1,36856904	1,47745544
9	1,09368527	1,19509257	1,33567318	1,42331180	1,55132822
10	1,10462212	1,21899442	1,37574337	1,48024427	1,62889463
11	1,11566835	1,24337431	1,41701567	1,53945404	1,71033936
12	1,12682503	1,26625179	1,45952615	1,60103220	1,79585633
13	1,13809328	1,29157683	1,50331193	1,66507348	1,88564914
14	1,14947422	1,31740837	1,54841128	1,73167642	1,97993160
15	1,16096896	1,34375654	1,59486361	1,80094348	2,07892817
16	1,17257867	1,37063166	1,64270951	1,87298122	2,18287459
17	1,18330445	1,39804430	1,69199079	1,94790047	2,29201832
18	1,19513750	1,42600518	1,74275051	2,02581649	2,40661923
19	1,20708890	1,45452529	1,79503302	2,10684915	2,52695020
20	1,21915979	1,48361579	1,84888401	2,19112311	2,65329771

Da in der Zahlenreihe für 1 Proc. 100 Thlr. Kapital in 1 Jahr 1 Thlr. Zins geben, so beträgt Kapital und Zins zusammen am Ende des ersten Jahrs 101 Thlr.; war also das Kapital nur 1 Thlr., so beträgt Kapital und Zins nach 1 Jahr $\frac{101}{100} =$ 1,01 Thlr. Dies ist nun das Kapital des zweiten Jahrs; da man wieder von 100 Thlr. Kapital 101 Thlr. Kapital und Zins erhält, so bekommt man von 1,01 Thlr. demnach $\frac{101}{100} \times 1{,}01$ Thlr. Kapital und Zinsen, am Ende des zweiten Jahrs. Hieraus sieht man, daß jede folgende Zahl dieser ersten Reihe der Tabelle aus der nächstvorhergehenden erhalten wird, wenn man diese mit $\frac{101}{100}$ multiplicirt. Aus demselben Grunde bekommt man aber jede Zahl der zweiten Reihe (für 2 Proc.) aus der nächstvorhergehenden Zahl derselben Reihe, wenn man diese mit $\frac{102}{100}$ multiplicirt. Die Zahlen der folgenden Reihen der Tabelle werden dann eben so erhalten, wenn man in der für 3 Proc. mit $\frac{103}{100}$, in der für 4 Proc. mit $\frac{104}{100}$, und in der für 5 Proc. mit $\frac{105}{100}$ multiplicirt.

Sollte nun z. B. gefunden werden, zu wie viel 4600 Thlr. in 15 Jahren durch Zinseszins zu 4 Proc. anwachsen: so findet man aus der Tabelle, daß 1 Thlr. in 15 Jahren zu 4 Proc. zu 1,80094348 Thlr. anwächst, folglich 4600 Thlr. zu 4600 mal dieser Zahl:

```
1,80094348
      4600
----------------
108056608800
720377392
----------------
8284,34000800 Thlr.
        3
     ------
     10,2 Sgr.
       12
     ------
      2,4 Pf.
```

d. h. mit Weglassung der letzten 6 Decimalstellen, zu 8284 Thlr. 10 Sgr. 2,4 Pf.

Rabattrechnung.

§. 312. A sei einem Andern, B, 1000 Thlr. in 1 Jahr zu zahlen schuldig; B wünscht aber das Geld sogleich zu haben. Da nun A dies Geld 1 Jahr lang zu seinem eigenen Vortheil zu benutzen berechtigt gewesen wäre, dieser Vortheil nun aber dem A zu gut kommt, so wird A billigerweise eine Entschädigung dafür erhalten, d. h. B wird sich einen gewissen Abzug von dem Kapitale, **Rabatt** oder **Disconto** genannt, gefallen lassen. Es ist nun allgemeiner Grundsatz bei dieser Art Geschäften, so viel Rabatt zu geben, **daß das baar zu zahlende Kapital zusammen mit den landesüblichen Zinsen**, die dasselbe von der Zeit an, wo es gezahlt wird, bis zu dem eigentlichen Zahlungstermine (d. h. wo der Schuldner erst zu zahlen verpflichtet wäre) trägt, **gerade der ganzen Schuld gleich kommt.** In dem oben angeführten Beispiele müßte also baar so viel gezahlt werden, daß diese wirklich baar gezahlte Summe zusammen mit den einjährigen Zinsen zu landesüblichen Procenten gerade 1000 Thlr. betrüge.

§. 313. Gesetzt, die Zinsen werden zu 5 Proc. gerechnet, so betrügen diese $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$ des baar zu zahlenden Kapitals, und

dies Kapital, sammt $\frac{1}{20}$ desselben, also $\frac{21}{20}$ dieses Kapitals, wären zusammen 1000 Thlr., folglich das gesuchte Kapital 1000 : $\frac{21}{20}$ $= 952\frac{8}{21}$ Thlr. Es werden diesemnach $1000 - 952\frac{8}{21} = 47\frac{13}{21}$ Thlr. als Rabatt erlassen. Da nun also von 1000 Thlr. Kapital $47\frac{13}{21}$ Thlr. Rabatt gegeben werden, so werden 5 Thlr. Rabatt von $\frac{5 \times 1000}{47\frac{13}{21}}$ = 105 Thlr. Kapital erlassen. Für jede 105 Thlr. Kapital werden also nur 100 bezahlt, d. h. 5 Thlr. Rabatt gegeben. Man nennt dies Rabatt auf 100. Die Schuld selbst, welche nach der festgesetzten Zeit zu bezahlen wäre, heißt die ganze Schuld, die kleinere Summe hingegen, die baar zu bezahlen ist, die baare Zahlung oder der discontirte Werth der Schuld. In gerichtlichen Sachen wird der Rabatt Interusurium genannt.

Man nennt übrigens auch jeden Abzug, der von einer Schuld aus irgend einem Grunde gemacht wird, Rabatt. Derselbe wird dann aber gewöhnlich, d. h. wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt wird, so berechnet, daß, wenn er z. B. 5 Proc. betragen soll, für jedes 100 der ganzen Schuld nur 100 — 5 oder 95 bezahlt werden; dies heißt dann Rabatt in 100. Auch die Tara ist eine Art Rabatt; es wird nämlich darunter der Abzug verstanden, welcher bei Waaren wegen des Gewichts des Verpackungsmaterials dem Käufer gestattet wird. Dabei heißt Netto (Nettogewicht) das Gewicht der bloßen Waare, nach Abzug der Tara, Brutto das Gewicht der Waare sammt dem Verpackungsmaterial. Die Tara wird ebenfalls in 100 berechnet. — Endlich geben Kaufleute unter einander, so wie andern Käufern oft einen Rabatt, der ebenfalls nach Procenten der zu zahlenden Schuld, und zwar in 100 berechnet wird.

§. 314. Die bei Rabattrechnungen in Betracht kommenden Größen sind nun:

1) die ganze Schuld;
2) der Rabatt pro cento;
3) der Rabatt, welcher von der ganzen Schuld erlassen wird;
4) die Zeit, für welche eine Summe rabattirt wird;
5) die discontirte, baare, Zahlung.

Macht man nun wieder, wie bei den Zinsrechnungen, alle möglichen Verbindungen dieser 5 Größen zu zweien, zu dreien, vieren und fünf, so ergeben sich allerdings alle möglichen Aufgaben über diesen Gegenstand, wenn man dann noch jede, in einer Verbindung vorkommende, Größe als unbekannt betrachtet: indessen lassen sich nicht aus allen diesen Verbindungen Aufgaben bilden, weil einige derselben sich nicht gegenseitig bestimmen. Zwar haben nicht alle diese Aufgaben gleichen Werth für die practische Anwendung; da sie aber zweckmäßige Uebungen des Nachdenkens darbieten, so werden wir dennoch wenigstens die Reihenfolge derselben angeben.

1. Die ganze Schuld und der Rabatt Proc.

a) 1000 Thlr. geben, zu 3 Proc. rabattirt, einen gewissen Rabatt; welche Summe giebt zu 4 Proc. denselben Rabatt?

Aufl. Der Rabatt zu 3 Proc. beträgt $\frac{3}{103}$ der ganzen Schuld, der Rabatt zu 4 Proc. $\frac{4}{104}$ der ganzen Schuld; folglich müssen $\frac{3}{103} . 1000$ gleich sein $\frac{4}{104}$ der unbekannten Zahl; folglich ist die unbekannte Zahl $\frac{3}{103} \times 1000 : \frac{4}{104} = \frac{3}{103} . \frac{104}{4} . 1000 = 757\frac{29}{103}$ Thlr. Oder: der Rabatt ist $\frac{3 . 1000}{103}$ Thlr. So oft nun dieser 4 enthält, so oft ist die andere Schuld 104 Thlr. Also hat man:

$$\frac{3 \times 1000 . 104}{103 . 4} \text{ Thlr.}$$

b) Zu wie viel Proc. müssen $757\frac{29}{103}$ Thlr. discontirt werden, um denselben Rabatt zu geben, wie 1000 Thlr. zu 3 Proc.?

Aufl. Da der Rabatt hier immer auf 100 zu verstehen ist, so soll eigentlich gesucht werden, für wie viel Thlr. der ganzen Schuld man 100 Thlr. baar bezahlt; was denn jenes über 100 ist, ist der Rabatt Proc. Der Rabatt selbst beträgt $\frac{3}{103} . 1000$ Thlr.; also ist die baare Zahlung $757\frac{29}{103} - \frac{3}{103} . 1000$. Der Quotient von $\frac{757\frac{29}{103} - \frac{3}{103} . 1000}{100}$ zeigt an, wie viel mal die baare Zahlung 100 Thlr. enthält; di-

dividirt man nun die ganze Schuld, nämlich $757\frac{29}{103}$ Thlr., durch diesen Quotienten, so giebt der daraus hervorgehende Quotient an, für wie viele Thlr. der ganzen Schuld man 100 Thlr. baar bezahlt. Die Berechnung des Ausdrucks:

$$757\frac{29}{103} : \frac{757\frac{29}{103} - \frac{3}{103} \cdot 1000}{100}$$

giebt 104; für 104 Thlr. der ganzen Schuld bezahlt man also 100 Thlr. baar; also würden $757\frac{20}{103}$ Thlr. zu 4 Proc. rabattirt.

2. Die ganze Schuld und der Rabatt.

a) Wenn auf eine Schuld von 600 Thlr. 45 Thlr. Rabatt erlassen werden; wie viel wird man demnach auf 1000 Thlr. erlassen müssen? Antw. 75 Thlr. Durch eine einfache Regel de tri zu lösen.

b) Wenn auf eine Schuld von 600 Thlr. 45 Thlr. Rabatt erlassen werden; auf welche Schuld müssen 75 Thlr. Rabatt gegeben werden? Antw. auf 1000 Thlr.

3. Die ganze Schuld und die Zeit.

a) 1000 Thlr. geben in 3 Jahren eben so viel Rabatt, wie 700 Thlr. in welcher Zeit? Antw. $4\frac{2}{7}$ Jahr.

b) 1000 Thlr. geben in 3 Jahren eben so viel Rabatt, wie welche Summe in $4\frac{2}{7}$ Jahr? Antw. 700 Thlr.

Beide Aufgaben sind durch die einfache indirecte Regel de tri zu lösen.

4. Die Aufgaben, in denen die ganze Schuld und die discontirte Zahlung enthalten sind, werden durch bloße Addition und Subtraction gelöst.

5. Der Rabatt Proc. und der ganze Rabatt.

a) Eine Schuld, die zu 2 Proc. discontirt wird, giebt 80 Thlr. Rabatt; wie viel Rabatt giebt dieselbe Schuld, wenn sie zu 3 Proc. discontirt wird?

Aufl. Der Rabatt zu 2 Proc. ist $\frac{2}{102}$ der ganzen Schuld; da also $\frac{2}{102}$ der Schuld 80 Thlr. betragen, so ist diese =

$\frac{102}{2}$. 80 Thlr., und diese Summe, zu 3 Proc. discontirt, giebt $\frac{3}{103} \cdot \frac{102}{2} \cdot 80$ Thlr. $= 118\frac{86}{103}$ Thlr. Rabatt.

b) Eine Schuld, die zu 2 Proc. discontirt wird, giebt 80 Thlr. Rabatt; zu wie viel Proc. muß sie discontirt werden, um $118\frac{86}{103}$ Thlr. Rabatt zu geben?

Aufl. Wie in der vorhergehenden Auflösung findet man die ganze Schuld, aus dieser und dem gegebenen Rabatt die baare Zahlung, und hieraus wieder, wie in (Nr. 1. b.) die Procente des Rabatts.

6. Der Rabatt Proc. und die Zeit.

a) Eine Schuld, die zu jährlich 3 Proc. rabattirt wird, giebt in 5 Jahren einen gewissen Rabatt; zu wie viel Proc. jährlich muß sie rabattirt werden, wenn sie in 4 Jahren denselben Rabatt geben soll? Antw. zu $\frac{3 \cdot 5}{4}$ Proc. jährlich, d. h. $3\frac{3}{4}$ Proc.

b) Eine Schuld, die zu jährlich 3 Proc. rabattirt wird, giebt in 5 Jahren einen gewissen Rabatt; in wie viel Jahren giebt dieselbe Schuld, zu jährlich $3\frac{3}{4}$ Proc. rabattirt, denselben Rabatt? Antw. in $\frac{3 \cdot 5}{3\frac{3}{4}}$ Jahren, d. h. 4 Jahren.

7. Der Rabatt Proc. und die baare Zahlung.

a) Wird eine gewisse Schuld zu 4 Proc. rabattirt, so beträgt die baare Zahlung 1000 Thlr.; wie viel wird man baar bezahlen müssen, wenn dieselbe Schuld zu 5 Proc. rabattirt wird.

Aufl. Wird der Rabatt zu 4 Proc. gerechnet, so beträgt die baare Zahlung $\frac{100}{104}$ der ganzen Schuld; bei 5 Proc. Rabatt beträgt die baare Zahlung $\frac{100}{105}$ der ganzen Schuld. Da nun $\frac{100}{104}$ der ganzen Schuld 1000 Thlr. ausmachen, so ist die Schuld $= \frac{104}{100} \cdot 1000$ Thlr., folglich sind $\frac{100}{105}$ der

ganzen Schuld $= \frac{100}{105} \cdot \frac{104}{100} \cdot 1000 = \frac{104}{105} \cdot 1000$ Thlr.
$= 990\frac{10}{21}$ Thlr.

b) Wird eine gewisse Schuld zu 4 Proc. rabattirt, so beträgt die baare Zahlung 1000 Thlr.; zu wie viel Proc. wird man dieselbe Schuld rabattiren müssen, damit die baare Zahlung $990\frac{10}{21}$ Thlr. beträgt?

Aufl. Die ganze Schuld ist $\frac{104}{100} \cdot 1000$ Thlr., also findet man, wie in (Nr. 1. b.), daß 100 Thlr. baar für $\frac{\frac{104}{100} \cdot 1000}{\frac{990\frac{10}{21}}{100}} =$
$\frac{104 \cdot 1000}{990\frac{10}{21}} = 105$ Thlr. der ganzen Schuld bezahlt werden, also ist der Rabatt zu 5 Proc. gerechnet.

8. Der Rabatt und die Zeit.
Beide hierüber möglichen Aufgaben werden nach der directen Regel de tri gelöst.

9. Der Rabatt und die baare Zahlung.
Beide hierüber möglichen Aufgaben werden durch die Addition und Subtraction gelöst.

10. Die Zeit und die baare Zahlung bestimmen sich gegenseitig nicht.

11. Die ganze Schuld, der Rabatt Proc. und der Rabatt.

a) 1000 Thlr. geben, zu 5 Proc. discontirt, wie viel Rabatt? Antw. $47\frac{13}{21}$ Thlr.

b) Zu wie viel Proc. müssen 1000 Thlr. discontirt werden, um $47\frac{13}{21}$ Thlr. Rabatt zu geben? Antw. zu 5 Proc. Wird aufgelöst wie (Nr. 1. b.).

c) Welche Summe giebt, zu 5 Proc. discontirt, $47\frac{13}{21}$ Thlr. Rabatt? Antw. 1000 Thlr.

Aufl. So oft der Rabatt, nämlich $47\frac{13}{21}$ Thlr., 5 Thlr. enthält, so oft ist die ganze Schuld 105 Thlr.

12. Die ganze Schuld, der Rabatt und die Zeit.

a) Von 1000 Thlr. werden in 3 Jahren 80 Thlr. Rabatt er-

lassen; wie viel müssen demnach von 800 Thlr. erlassen werden, wenn sie 4 Jahre früher entrichtet werden? Antw. $83\frac{621}{5313}$ Thlr.

Aufl. Wenn von 1000 Thlr. 80 Thlr. Rabatt erlassen werden, so wird, für 3 Jahre Vorausbezahlung, $8\frac{16}{23}$ Proc. Rabatt gegeben (Nr. 1. b.); also auf 1 Jahr $\frac{8\frac{16}{23}}{3} = 2\frac{62}{69}$ Proc.; folglich auf 4 Jahre $4 \times 2\frac{62}{69} = 11\frac{41}{69}$ Proc. Werden aber 800 Thlr. zu $11\frac{41}{69}$ Proc. rabattirt, so beträgt der Rabatt $\frac{11\frac{41}{69}}{111\frac{41}{69}} \cdot 800 = 83\frac{621}{5313}$ Thlr.

b) Von 1000 Thlr. werden 80 Thlr. Rabatt erlassen, wenn die Schuld 3 Jahre früher bezahlt wird; wie lange müssen demnach 800 Thlr. vor dem eigentlichen Zahlungstermine entrichtet werden, wenn 90 Thlr. Rabatt davon erlassen werden soll?

Aufl. Man suche, wie in der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe, zu wie viel Proc. jährlich die 1000 Thlr. discontirt werden; man findet, wie oben, $2\frac{62}{69}$ Proc. Wenn nun von 800 Thlr. 90 Thlr. Rabatt erlassen werden, so findet man eben so, daß hier zu $12\frac{48}{71}$ Proc. discontirt wird; so oft nun hierin $2\frac{62}{69}$ enthalten sind, so viele Jahre muß die letzte Schuld vor dem eigentlichen Zahlungstermine bezahlt werden; $12\frac{48}{71} : 2\frac{62}{69} = 4\frac{53}{142}$ Jahr.

c) Von 1000 Thlr. werden 80 Thlr. Rabatt erlassen, wenn die Schuld 3 Jahre früher bezahlt wird; von welcher Schuld müßten demnach 90 Thlr. Rabatt erlassen werden, wenn sie 4 Jahre früher bezahlt werden soll?

Aufl. Man findet zunächst wieder, wie oben, daß die 1000 Thlr. zu jährlich $2\frac{62}{69}$ Proc., also in 4 Jahren zu $11\frac{41}{69}$ Proc. discontirt werden. Da nun die andere Schuld zu denselben Procenten discontirt werden soll, so ist diese so viel mal

$111\frac{41}{69}$ Thlr., als 90 Thlr. $11\frac{41}{69}$ Thlr. enthalten, welches $866\frac{1}{4}$ Thlr. giebt.

13. Die ganze Schuld, der Rabatt Proc. und die Zeit.

a) 1000 Thlr., zu jährlich 4 Proc. discontirt, geben in 4 Jahren einen gewissen Rabatt; in wie viel Jahren geben 800 Thlr., zu jährlich 5 Proc., denselben Rabatt?

Aufl. Man berechnet den Rabatt der 1000 Thlr. zu 4 Proc. in 4 Jahren, und auch den Rabatt der 800 Thlr. zu 5 Proc. in 1 Jahre; der Quotient, den man erhält, wenn jener durch diesen dividirt wird, giebt die gesuchte Zahl Jahre. Die Berechnung ist also folgende:

$$\frac{1000 \,.\, 16}{116} : \frac{800 \,.\, 5}{105} = 3\frac{18}{29} \text{ Jahre.}$$

b) 1000 Thlr., zu jährlich 4 Proc. discontirt, geben in 4 Jahren einen gewissen Rabatt; zu wie viel Proc. müssen 800 Thlr. discontirt werden, wenn sie in 3 Jahren denselben Rabatt geben sollen?

Aufl. Man sucht den Rabatt der 1000 Thlr. zu jährlich 4 Proc. für 4 Jahre; da der Rabatt der 800 Thlr. derselbe sein soll, so kann man die baare Zahlung dieser letzteren finden, und hieraus den Rabatt Proc. für 3 Jahre, woraus sich wieder der jährliche Rabatt leicht ergiebt. Die Berechnung giebt:

$$\frac{1000 \,.\, 16}{3 \,.\, 116} : \frac{800 - \frac{1000 \,.\, 16}{116}}{100}, \text{ oder}$$

3	1000
116	16
76800	100
	116

Antw. $6\frac{17}{18}$ Proc.

c) 1000 Thlr. zu jährlich 4 Proc. discontirt, geben in 4 Jahren einen gewissen Rabatt; welche Summe giebt, zu jährlich 6 Proc., in 3 Jahren denselben Rabatt? Antw. $904\frac{56}{161}$ Thlr.

Aufl. 1000 Thlr. zu jährlich 4 Proc. geben in 4 Jahren so viel Rabatt, als 1000 Thlr. zu 16 Proc. in 1 Jahr, und 6 Proc. jährlich sind in 3 Jahren 18 Proc. Daher kann diese Aufgabe gerade so gelöst werden, wie (Nr. 1. a.).

14. Die ganze Schuld, der Rabatt Proc. und die baare Zahlung. Die drei hierüber möglichen Aufgaben sind leicht aus denen der (Nr. 11.) zu entnehmen.

15. Die ganze Schuld, der Rabatt und die baare Zahlung. Die drei hier möglichen Aufgaben werden durch bloße Addition und Subtraction gelöst.

16. Der Rabatt, der Rabatt Proc. und die Zeit.

a) Eine gewisse Schuld giebt, zu 4 Proc. discontirt, in 2 Jahren 110 Thlr. Rabatt; in welcher Zeit wird dieselbe Schuld zu 5 Proc. 80 Thlr. Rabatt geben? Antw. $1\frac{9}{55}$ Jahr.

Aufl. Der einjährige Rabatt ist $\frac{4}{100}$ oder $\frac{1}{25}$ der baaren Zahlung, der zweijährige also $\frac{2}{25}$ der baaren Zahlung, folglich ist diese $\frac{25}{2} \cdot 110 = 1375$ Thlr.; der einjährige Rabatt zu 5 Proc. ist also $= \frac{1}{20} \times 1375$ Thlr. $= 68\frac{3}{4}$ Thlr. So oft nun dieser einjährige Rabatt in 80 enthalten ist, so viele Jahre muß die Schuld vorausbezahlt werden, wenn 80 Thlr. Rabatt davon erlassen werden sollen.

b) Eine gewisse Schuld giebt, zu 4 Proc. jährlich discontirt, in 2 Jahren 110 Thlr. Rabatt; zu wie viel Proc. jährlich muß dieselbe Schuld discontirt werden, um in $1\frac{9}{55}$ Jahr 80 Thlr. Rabatt zu geben?

Aufl. Man findet die baare Zahlung = 1375 Thlr. und hat dann:

	100
1375	80
$1\frac{9}{55}$	

Antw. 5 Proc.

c) Eine gewisse Schuld giebt, zu 4 Proc. jährlich discontirt, in 2 Jahren 110 Thlr. Rabatt; wie viel Rabatt giebt demnach dieselbe Schuld zu jährlich 5 Proc. in $1\frac{9}{55}$ Jahr? Antw. 80 Thlr.

17. Der Rabatt, der Rabatt Proc. und die discontirte Zahlung. Die Aufgaben hierüber werden gerade so gelöst, wie die der Zinsrechnung, in welchen das Kapital, der Zins und der Zins Proc. vorkommt.

18. Der Rabatt, die Zeit und die discontirte Zahlung. Vergl. Nr. 16, 17 und 18. der Zinsrechnung.

19. Die ganze Schuld, der Rabatt, der Rabatt Proc. und die Zeit.

a) 1000 Thlr. sollen 5 Jahre vor dem Termine, wo sie fällig sind, bezahlt werden, und dafür jährlich 4 Proc. Rabatt erlassen werden; wie viel beträgt der sämmtliche Rabatt?

Aufl. 4 Proc. Rabatt jährlich macht in 5 Jahren $5 \cdot 4 = 20$ Proc.; also ist der Rabatt $= \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ der ganzen Schuld, also $= 166\frac{2}{3}$ Thlr.

b) In wie viel Jahren geben 1000 Thlr. zu jährlich 4 Proc. $166\frac{2}{3}$ Thlr. Rabatt? Antw. in 5 Jahren. Wenn man erst die baare Zahlung sucht, so läßt sich die Aufgabe auf die analoge der Zinsrechnung zurückführen.

c) Zu wie viel Proc. müssen 1000 Thlr., die 5 Jahre vor dem Zahlungstermine bezahlt werden, discontirt werden, um $166\frac{2}{3}$ Thlr. Rabatt zu geben? Antw. zu 4 Proc.

d) Welche Schuld giebt, auf 5 Jahre Vorausbezahlung, zu 4 Proc. discontirt, $166\frac{2}{3}$ Thlr. Rabatt? Antw. 1000 Thlr.

Aufl. Der Rabatt ist, wie oben bewiesen, $\frac{1}{6}$ der ganzen Schuld, also diese $= 6 \cdot 166\frac{2}{3}$ Thlr.

20. Die ganze Schuld, der Rabatt Proc., die Zeit und die discontirte Zahlung. Die hierüber möglichen Aufgaben sind leicht aus dem Vorhergehenden zu entnehmen.

Die übrigen noch möglichen Aufgaben sind der Art, daß sie sich sehr leicht auf eine der vorhergehenden zurückführen lassen, weshalb wir sie hier übergehen.

§. 315. Es kommen auch Fälle vor, wo, bei mehrjähriger Vorausbezahlung einer nicht zu verzinsenden Summe, die baare Zahlung so berechnet wird, daß sie, zusammen mit den Zinseszinsen während der Zeit, auf welche sie vorausbezahlt wird, jene Summe ausmacht. Dies nennt man dann gewöhnlich Zinseszins-Rabatt oder zusammengesetzter Rabatt. So wie die Zinseszins-Rechnungen, werden auch diese, ohne Kenntniß der Logarithmen, höchst mühsam, und man hilft sich deshalb, in den meisten Fällen der Anwendung, mit, zu diesem Zwecke berechneten Tabellen, gerade so, wie wir oben bei der zusammengesetzten Zinsrechnung gezeigt haben. Man kann diese Tabellen, für die gewöhnlich vorkommenden Procente, eben so berechnen, wie die für die Zinsen, z. B. man suche den baaren Werth von 1 Thlr., wenn er 1, 2, 3, ꝛc. Jahre vor dem eigentlichen Zahlungstermine bezahlt wird und der Rabatt zu 5 Proc. berechnet werden soll. Für 1 Jahr Vorausbezahlung ist der baare Werth

$$\frac{101}{105} \cdot 1 \text{ Thlr.} = 0{,}9523809 \text{ Thlr.}$$

für 2 J. Vorausbez. $= \frac{100}{105} \cdot \frac{100}{105} \cdot 1 \text{ Thlr.} = 0{,}9070295$ „

„ 3 „ „ $= \frac{100}{105} \cdot \frac{100}{105} \cdot \frac{100}{105} = 0{,}8638376$ „

„ 4 „ „ $= \frac{100}{105} \cdot 0{,}8638376 = 0{,}8227025$ „

u. s. w. f.

Der Gebrauch solcher Tabellen ist aus dem über Zinseszins-Rechnung Gesagten deutlich. Die zusammengesetzte Rabattrechnung findet besonders bei Berechnung der Zeit- und Leibrenten Anwendung. Wenn nämlich Jemand eine gewisse Anzahl Jahre, vom nächsten Jahr an, jährlich eine bestimmte Summe Geld erhalten will, so frägt sich, wie viel er jetzt gleich baar bezahlen muß, damit, bei Annahme eines bestimmten Zinsfußes, ihm diese Rente, ohne Nachtheil auf der einen oder anderen Seite, jährlich ausgezahlt werden kann. Dies nennt man Zeitrenten, Jahrrenten oder Annuitäten. Will aber Jemand eine jährliche Rente bis zu seinem Tode beziehen, und dafür jetzt baar ein bestimmtes Kapital erlegen, so ist

es eine Leibrente. — Die jährlich zu beziehende Summe heißt in beiden Fällen Rente oder Annuität, das baar zu erlegende Kapital der Einsatz oder die Actie. Im Falle der Leibrenten ist die Zahl der Jahre, während welcher die jährliche Rente bezahlt werden soll, zwar nicht bestimmt, da sie von der Lebensdauer der Person abhängt, welche sich eine Leibrente kauft.

Zu diesem Zwecke hat man sogenannte Sterblichkeitstabellen entworfen, aus denen sich der verschiedene Grad der Sterblichkeit in jedem Lebensalter entnehmen läßt, so daß man, nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit, bestimmen kann, wie viel Jahre ein Mensch in einem bestimmten Alter noch leben kann. Lebt er länger, als man in der Berechnung angenommen hat, so gereicht es der Leibrenten-Anstalt zum Schaden, stirbt er früher, so ist es ihr Nutzen. Nach einer längeren Reihe von Jahren muß sich dies immer wieder ausgleichen.

Von den mittleren Zahlungsterminen, oder der sogenannten Zeitrechnung.

§. 316. Unter diesem Namen versteht man folgende Aufgabe: Jemand ist verpflichtet, mehrere Summen Geldes in verschiedenen Zahlungsterminen, jedoch ohne Zinsen, zu bezahlen; wenn er nun die ganze Schuld auf einmal ohne Rabatt zahlen wollte, wann müßte dies geschehen, damit weder er, noch sein Gläubiger dadurch zu Schaden käme?

Hat Jemand z. B. 500 Thlr. in 3 Jahren ohne Zinsen zu zahlen, so kann er das Geld von jetzt an noch 3 Jahre zu seinem Vortheil benutzen, entweder auf Zinsen auslegen, oder zu einem Geschäfte verwenden, wodurch er eben so viel oder noch mehr Nutzen davon hat. Wie er dasselbe aber verwenden mag, so läßt sich doch im Allgemeinen annehmen, daß es ihm, gerade wie Zinsen zu bestimmten Procenten, in 3 Jahren 3 mal so viel einbringe, als in 1 Jahr, oder so viel als 3 mal 500 Thlr., d. i. so viel als 1500 Thlr. in 1 Jahr ihm einzubringen vermögen. Eben so werden z. B. 8000 Thlr. in 4 Jahren so viel Zinsen tragen, oder auf andere Weise nützen, als 4 × 8000, d. h. 32000 Thlr. in 1 Jahr. Hätte also Jemand z. B. 800 Thlr. in 2 Jahren und 300 Thlr. in 4 Jahren zu zahlen; so zöge er aus 800 Thlr. während der

2 Jahre, die er sie noch zu seinem Vortheile verwenden kann, so viel, als von 1600 Thlr. in 1 Jahre; und von 300 Thlr. in 4 Jahren so viel, als von 1200 Thlr. in 1 Jahr. Also bringen 800 + 300 = 1100 Thlr., von denen 800 in 2, und 300 in 4 Jahren bezahlt werden, dem Schuldner, folglich auch dem Gläubiger, so viel Nutzen, als 1600 + 1200 = 2800 Thlr., die er in 1 Jahre bezahlt. Also hat man jetzt nur noch die Aufgabe zu lösen: In welcher Zeit geben 1100 Thlr. dieselben Interessen, die 2800 Thlr. in 1 Jahre geben? welche, nach (Nr. 5.) der Zinsrechnung so gelöst wird:

	1 Jahr
1100 Thlr.	2800 Thlr.

Antw. $2\frac{6}{11}$ Jahr.

Bezahlt also der Schuldner 1100 Thlr. in $2\frac{6}{11}$ Jahren, so ist der Vortheil für ihn und den Gläubiger genau derselbe, wie wenn er 800 Thlr. in 2, und 300 Thlr. in 4 Jahren bezahlt hätte.

§. 317. Mit den in diesem Kapitel vorgetragenen Gegenständen hängt gewissermaßen auch noch die Berechnung des Interusurii bei Licitationen zusammen, welche wir hier noch in der Kürze erörtern wollen. Wird nämlich irgend ein Besitzthum zum Kauf ausgeboten, und werden verschiedene Gebote darauf gemacht, so daß ein Theil der Kaufsumme eines Gebotes oder mehrerer oder auch aller gemachten Gebote erst nach einer bestimmten Zeit zu bezahlen ist; so kommt es gewöhnlich darauf an, die verschiedenen Gebote mit einander zu vergleichen.

Beispiel:

Es soll ein Haus verkauft werden: A bietet 20000 Thlr., nämlich 8000 Thlr. baar, das Uebrige in 3 Terminen, jeden zu 2 Jahren, jedesmal 4000 Thlr. B bietet 25000 Thlr., nämlich 5000 Thlr. baar, 3000 Thlr. nach 3 Jahren, 10000 Thlr. nach 6 Jahren, das Uebrige nach 10 Jahren (jedesmal von der Zeit des Gebots an gerechnet). Welches Gebot ist mehr werth?

A bietet . . . . 8000 Thlr. baar.

4000 Thlr. in 2 Jahren sind zu 5 Proc. werth $3636\frac{4}{11}$ „ „

4000 „ „ 4 „ „ „ „ „ $3333\frac{1}{3}$ „ „

4000 „ „ 6 „ „ „ „ „ $3076\frac{12}{13}$ „ „

Das Gebot des A ist also an baarem Werth $18046\frac{133}{143}$ Thlr.

B bietet . . . . 5000 Thlr. baar.

3000 Thlr. in 2 Jahren sind zu 5 Proc. werth $2727\frac{3}{11}$ „ „

10000 „ „ 6 „ „ „ „ „ $7692\frac{4}{13}$ „ „

12000 „ „ 10 „ „ „ „ „ 8000 „ „

Das Gebot des B ist also an baarem Werth $23419\frac{83}{143}$ Thlr.

Gebot des A . . . . $18046\frac{133}{143}$ „

Unterschied der beiden Gebote $5472\frac{93}{143}$ Thlr.

Folglich ist das zweite Gebot besser als das erste.

Aus der Rabattrechnung ist nämlich klar, daß z. B. 4000 Thlr., die, ohne Zinsen, in 2 Jahren zahlbar sind, gegenwärtig nur $\frac{100}{110}$ $= \frac{10}{11}$ so viel werth sind, wenn der Rabatt zu 5 Proc. gerechnet wird, da dann der zweijährige Rabatt $2 \times 5 = 10$ Proc. beträgt. Daß in der vorhergehenden Aufgabe der Rabatt zu 5 Proc. berechnet worden, ist indeß ganz willkührlich; er muß in einem wirklichen Falle der Anwendung zu so viel Procenten berechnet werden, als man das Geld, wenn es baar bezahlt würde, wahrscheinlicher Weise auf Zinsen auslegen könnte. Will man indessen bloß wissen, welches Gebot annehmlicher, nicht aber, um wie viel das eine besser, als das andere sei; so ist es ganz gleichgültig, zu wie viel Proc. der Rabatt gerechnet wird.

§. 318. In voriger Aufgabe wurde nur einfacher Rabatt in Rechnung gebracht; da aber von einem auf Zinsen ausgelegten Kapital die jährlich (oder halb-, oder vierteljährlich) fälligen Zinsen ebenfalls wieder beliebig benutzt, also ebenfalls auf Zinsen ausgelie-

hen oder anderweitig zum Vortheile verwendet werden können: so muß eigentlich in allen solchen Fällen, wie die obige Aufgabe, der Rabatt nach Zinseszins berechnet werden. Wer nun von der Anwendung der Logarithmen noch nichts kennt, muß sich für jeden besondern Fall eine Tabelle nach der schon weiter oben gegebenen Anleitung entwerfen; die Rechnung selbst hat dann weiter keine Schwierigkeiten mehr. Statt der vorigen Rechnung erhält man dann:

A bietet	8000 Thlr.	— Sgr.	baar.
4000 Thlr. in 2 Jahren sind .	3628 "	4 "	"
4000 " " 4 " " .	3290 "	24 "	"
4000 " " 6 " " .	2984 "	25 "	"
Gebot des A	17903 Thlr.	23 Sgr.	baar.

B bietet	5000 Thlr.	— Sgr.	baar.
3000 Thlr. in 2 Jahren sind .	2721 "	3 "	"
10000 " " 6 " " .	7462 "	5 "	"
12000 " " 10 " " .	7366 "	29 "	"
Gebot des B	22550 Thlr.	7 Sgr.	baar.
Gebot des A	17903 "	23 "	"
Unterschied der beiden Gebote . .	4646 Thlr.	14 Sgr.	baar.

Uebrigens finden die einfachen und zusammengesetzten Zins- und Rabattrechnungen noch häufig Anwendung auf andere Größen als Münzen, überall nämlich, wo eine Größe in einer gewissen Zeit (jährlich, monatlich, 2c.) um einen bestimmten Theil derselben (wenn es auch nicht gerade Procente sind) wächst oder abnimmt. Wird eine Größe in den folgenden Zeiträumen, auch noch um denselben Theil der Zu- oder Abnahme der vorhergehenden Zeiten größer oder kleiner, so wird die Berechnung nach der zusammengesetzten Zins- oder Rabattrechnung geführt; ist diese Veränderung aber immer nur ein und derselbe Theil der ursprünglichen Größe, so kommt die einfache Zins- oder Rabattrechnung dabei in Anwendung.

Siebzehntes Kapitel.

Von der Theilungs- oder Gesellschaftsrechnung, der Gold- und Silberrechnung und der Mischungs- oder Alligationsrechnung.

§. 319. Alle Aufgaben, bei denen es, dem Wesen nach, darauf ankommt, eine gegebene benannte Zahl so in mehrere Theile zu theilen, daß diese in gegebenen Verhältnissen zu einander stehen, faßt man unter dem Namen Theilungsrechnung oder Gesellschaftsrechnung (Regula societatis) zusammen. Diese letzte Benennung ist von einem besonderen Falle der allgemeineren Aufgabe hergenommen, wo nämlich mehrere Personen zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen verschiedene Summen hergeben, und der mit der Zeit daraus erwachsende Gewinn nach Verhältniß ihrer respectiven Einlagen unter sie vertheilt werden soll. Wie die zahlreichen Aufgaben in der Beispielsammlung zeigen, ist in sehr vielen verschiedenen Fällen der Anwendung das verlangte Resultat durch dieselbe Rechnung zu finden, welche die oben erwähnte allgemeine Aufgabe erfordert. Auch die Gold- und Silberrechnung, Mischungsrechnung, ꝛc. behandeln in der That wieder dieselben Aufgaben, bloß auf andere Gegenstände angewendet; deshalb werden wir diese ebenfalls in diesem Kapitel abhandeln, und zugleich dasjenige besonders darüber anführen, was von den in Rede stehenden Gegenständen im Allgemeinen zu wissen nöthig ist, um den Sinn der, darüber zu lösenden Aufgaben richtig und klar auffassen zu können.

§. 320. Die allgemeine Aufgabe der Gesellschaftsrechnung ist, für unbenannte Zahlen, schon im zehnten Kapitel weitläufig behandelt; ein paar angewandte Aufgaben werden daher hier hinreichen.

1. Es sollen 36 Thlr. 15 Sgr. so unter zwei Personen, A und B, vertheilt werden, daß A 2 mal so viel erhält als B; wie viel bekommt jeder? Antw. A erhält $24\frac{1}{3}$ Thlr., B $12\frac{1}{6}$ Thlr.

Aufl. ganz so wie (§. 264.)

2. Es stirbt Jemand und hinterläßt seinen 3 Kindern, A, B, C, ein Vermögen von 16000 Thlr.; hiervon soll A $\frac{1}{4}$ mal so

viel als B, und B $1\frac{1}{2}$ mal so viel als C bekommen; wie viel beträgt die Erbschaft eines jeden?

Aufl. So oft C 1 Thlr. hat, bekommt B $1\frac{1}{2}$ Thlr., und so oft B $1\frac{1}{2}$ Thlr. erhält, bekommt A $\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ Thlr., also hat:

A . . $\frac{3}{8}$ Thlr.
B . . $1\frac{1}{2}$ „
C . . 1 „
Summa $2\frac{7}{8}$ Thlr.

Demnach müßten jede $2\frac{7}{8}$ Thlr. des Vermächtnisses so vertheilt werden, daß davon A $\frac{3}{8}$ Thlr., B $1\frac{1}{2}$ Thlr. und C 1 Thlr. erhielte; folglich erhält jeder der Erben diesen entsprechenden Antheil so oft, als das ganze Vermächtniß von 16000 Thlr. $2\frac{7}{8}$ Thlr. enthält, d. h. so oft als $2\frac{7}{8}$ Thlr. in 16000 Thlr. enthalten sind, so oft bekommt A $\frac{3}{8}$ Thlr., B $1\frac{1}{2}$ Thlr., C 1 Thlr.

A bekommt also $\frac{16000}{2\frac{7}{8}} \cdot \frac{3}{8}$ Thlr. $= 2086\frac{22}{23}$ Thlr.

B . . . . $\frac{16000}{2\frac{7}{8}} \cdot 1\frac{1}{2}$ Thlr. $= 8347\frac{19}{23}$ Thlr.

C . . . . $\frac{16000}{2\frac{7}{8}} \cdot 1$ Thlr. $= 5565\frac{5}{23}$ Thlr.

Will man die Rechnung lieber in ganzen Zahlen durchführen, so verwandele man die Zahlen $1\frac{1}{2}$ und 1 in lauter Brüche, deren Nenner 8; A bekommt nun so oft $\frac{3}{8}$ Thlr. als B $\frac{12}{8}$ und C $\frac{8}{8}$ Thlr. bekommt; oder A bekommt 3 Thlr. so oft als B 12 und C 8 Thlr. erhält, denn diese Zahlen müssen ebenfalls noch den Bedingungen der Aufgabe entsprechen, indem 3 eben so oft in 12 enthalten ist, als $\frac{3}{8}$ in $\frac{12}{8}$, und 8 eben so oft in 12, als $\frac{8}{8}$ in $\frac{12}{8}$, da die Zah-

len 3, 12 und 8 beziehlich aus den andern $\frac{3}{8}$, $\frac{12}{8}$ und $\frac{8}{8}$ durch Multiplication mit einer und derselben Zahl (8) erhalten werden (§. 105.). So oft also $3 + 12 + 8 = 23$ Thlr. in 16000 Thlr. enthalten sind, so oft bekommt A 3, B 12, C 8 Thlr. — Ueberhaupt wird man also, wenn die Zahlen, welche das Verhältniß der verschiedenen Theile unter einander anzeigen, zum Theil oder alle gebrochen oder gemischt sind, den kleinsten Generalnenner der vorhandenen Brüche suchen, dann die ganzen, gebrochenen und gemischten Zahlen in Brüche mit diesem Generalnenner verwandeln, und die Zähler dieser Brüche als die, das Verhältniß der zu suchenden Theile unter einander anzeigenden Zahlen nehmen.

3. 16948 Thlr. sollen so unter A, B, C und D vertheilt werden, daß der Antheil des A sich zu dem des B wie $\frac{2}{3}$ zu $\frac{1}{2}$ verhält, der Antheil des B zu dem des C wie $1\frac{3}{5}$ zu $2\frac{3}{4}$, und der Antheil des C zu dem des D sich wie 3 zu $3\frac{1}{6}$ verhält; wie viel bekommt jeder?

Aufl. Nach der Aufgabe bekommt A so oft $\frac{2}{3}$ Thlr. als B $\frac{1}{2}$ Thlr. erhält, und wieder B so oft $1\frac{3}{5}$ Thlr. als C $2\frac{3}{4}$ Thlr. bekommt; so oft also B 1 Thlr. bekommt, erhält C $\frac{2\frac{3}{4}}{1\frac{3}{5}}$ Thlr.; so oft B $\frac{1}{2}$ Thlr. bekommt, erhält C $\frac{\frac{1}{2}\cdot 2\frac{3}{4}}{1\frac{3}{5}}$ Thlr. So oft C 3 Thlr. bekommt, erhält D $3\frac{1}{6}$ Thlr., so oft also C 1 Thlr. bekommt, erhält D $\frac{3\frac{1}{6}}{3}$, und so oft C $\frac{\frac{1}{2}\cdot 2\frac{3}{4}}{1\frac{3}{5}}$ Thlr. bekommt, erhält D $\frac{\frac{1}{2}\cdot 2\frac{3}{4}}{1\frac{3}{5}}\cdot\frac{3\frac{1}{6}}{3}$ Thlr. Deshalb erhält man folgende Rechnung:

			Gen. Nenner 1152
A	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	768
B	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	576
C	$\frac{\frac{1}{2} \cdot 2\frac{3}{4}}{1\frac{3}{5}}$	$\frac{55}{64}$	990
D	$\frac{\frac{1}{2} \cdot 2\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{6}}{1\frac{3}{5} \cdot 3}$	$\frac{1045}{1152}$	1045

Dividend 16948 | 3379 Divisor.
53 | $5\frac{53}{3379}$ Quotient.

Nun erhält:

A $768 \times 5\frac{53}{3379} = 3852\frac{156}{3379}$ Thlr.

B $576 \times 5\frac{53}{3379} = 2889\frac{117}{3379}$ Thlr.

C $990 \times 5\frac{53}{3379} = 4965\frac{1785}{3379}$ Thlr.

D $1045 \times 5\frac{53}{3379} = 5241\frac{1321}{3379}$ Thlr.

4. A, B und C übernehmen gemeinschaftlich eine Handlung; A giebt dazu 1000 Thlr., B 900 Thlr., C 1500 Thlr., sie gewinnen dabei 400 Thlr.; wie viel erhält jeder vom Gewinne?

Berechnung:

A	1000	10
B	900	9
C	1500	15

34 | 400 | $11\frac{13}{17}$
60
26

Also erhält A $10 \cdot 11\frac{13}{17}$ Thlr., B $9 \cdot 11\frac{13}{17}$ Thlr., C $15 \cdot 11\frac{13}{17}$ Thlr.

Statt der Zahlen 1000, 900 und 1500 sind hier die Quotienten genommen, welche man erhält, wenn diese durch ihren größten gemeinschaftlichen Theiler dividirt werden, denn diese haben noch dasselbe Verhältniß zu einander wie die erst genannten.

5. Zur Verfertigung des Schießpulvers nimmt man 76 Gewichtstheile Salpeter, 15 Gew. Th. Kohle und 9 Gew. Th. Schwefel; wie viel muß von jeder dieser Substanzen genommen werden, um $446\frac{1}{2}$ Pfd. Schießpulver zu erhalten?

Salpeter . .	76
Kohle . . .	15
Schwefel . .	9
	100 $\mid 446\frac{1}{2} \mid 4\frac{93}{200}$

Also müssen $76 \times 4\frac{93}{200}$ Pfd. Salpeter, $15 \times 4\frac{93}{200}$ Pfd. Kohle und $9 \times 4\frac{93}{200}$ Pfd. Schwefel genommen werden.

§. 321. In manchen Aufgaben der Gesellschaftsrechnung kommt auch noch die Zeit in Betracht, während welcher die verschiedenen Einlagen in dem Geschäfte gelassen werden, wenn nämlich die verschiedenen Theilnehmer ihre Kapitalien ungleich lange zu dem gemeinschaftlichen Unternehmen verwendeten; die Antheile des daraus hervorgehenden Gewinns werden dann nicht nur nach der Größe der Einlagen, sondern auch nach der Länge dieser Zeit bestimmt. Z. B. A giebt zu einer Unternehmung 1000 Thlr., B 2000 Thlr., B. muß also auch doppelt so viel vom Gewinn bekommen, als A; läßt aber A sein Geld 6 Jahre im Handel, so würde es ihm in dieser Zeit eben so viel Zinsen getragen haben, als 6000 Thlr., in 1 Jahr; läßt B sein Geld 5 Jahre in der Handlung, so würde es ihm in dieser Zeit eben so viel Zins getragen haben als 10000 Thlr. in 1 Jahr; daher muß auch der Gewinn so unter A und B vertheilt werden, als ob A 6000 Thlr., B 10000 Thlr. dazu hergegeben hätte. Gesetzt, sie gewinnen 600 Thlr., so hat man folgende Rechnung:

A 1000 Thlr. auf 6 Jahre = 6000 Thlr. auf 1 Jahr | 3
B 2000 „ — 5 „ = 10000 „ — 1 — | 5

A bekommt 3 × 75 = 225 Thlr.
B — 5 × 75 = 375 „

$8)\frac{600}{75}$ Thlr.

Aber auch noch andere Größen, z. B. Raum, Gewicht, u. dgl. können bei diesen Aufgaben in Rechnung kommen.

Ein Fuhrmann hat für 3 Kaufleute Waaren gefahren; für A 5 Ctr. 12 Meilen weit, für B 8 Ctr. 10 M., für C 16 Ctr. 6 M. weit,

weit, und von Allen zusammen 116 Thlr. erhalten, wie viel muß jeder bezahlen?

Aufl.

A	5 Ctr. 12 M.	= 60 Ctr. 1 M.	15		
B	8 „ 10 „	= 80 „ 1 „	20		
C	16 „ 6 „	= 96 „ 1 „	24		
			59	116 / 57	$1\frac{57}{59}$

A bezahlt $15 \times 1\frac{57}{59}$ Thlr. $= 29\frac{29}{59}$ Thlr.

B „ $20 \times 1\frac{57}{59}$ „ $= 39\frac{19}{59}$ „

C „ $24 \times 1\frac{57}{59}$ „ $= 47\frac{11}{59}$ „

Diejenigen Gesellschaftsrechnungen, in denen die gesuchten Zahlen nur von einer Bedingung abhängig sind, nennt man einfache, die hingegen, in denen die Unbekannten von zwei (und mehr) Bedingungen abhängig sind; zusammengesetzte.

§. 322. Hinsichtlich der in der Ueberschrift zu diesem Kapitel erwähnten Gold- und Silberrechnung haben wir Folgendes in Erinnerung zu bringen.

Sehr viele Metalle werden mit einander vermischt oder legirt, besonders um sie zur Verarbeitung zu manchen Gegenständen geeigneter zu machen, dann aber auch, um ihnen, bei der gehörigen Geschmeidigkeit, ein schöneres äußeres Ansehen zu geben. So geben z. B. 3 Theile Kupfer und 1 Theil Zink das sogenannte Messing, welches sich viel leichter verarbeiten läßt als Kupfer; gleiche Theile Zink und Kupfer geben Similor, das von goldähnlichem Aussehen, daher zu wohlfeilem Schmuck und zu Spielereien geeignet ist. Die edlen Metalle, Gold und Silber, sind sehr weich, daher daraus verfertigte Geräthschaften, Münzen, u. dgl. sich sehr leicht abnützen würden; versetzt man sie aber mit mehr oder weniger Kupfer, so werden sie härter; auch eine Legirung aus Gold und Silber ist härter als reines Gold.

Das reine, mit keinem anderen Metalle legirte Gold oder Silber nennt man feines Gold oder Silber.

§. 323. Zum Gold und Silber bedient man sich gewöhnlich folgender Gewichte:

1) des Troyes-Gewichts in Holland und England, wovon 1 Mark in 8 Unzen, die Unze in 20 Engels, 1 Engel in 32 holl. Aß, also die Mark in 5120 holl. Aß eingetheilt wird.

2) des kölnischen Gewichts, wonach 1 Mark in 16 Loth oder 64 Quentchen oder 256 Pfennig oder 4352 Eschen oder 4864 holl. Aß oder 65536 Richttheile eingetheilt wird. Des köln. Gewichts bedient man sich in ganz Deutschland. 19 Mark Troyes-Gew. werden 20 Mark köln. gleichgerechnet. Nach dieser Eintheilung hat 1 Loth 4096 Richttheile; nach der neuen preußischen Gewichtseintheilung wird aber 1 Loth in 18 Grän oder 10000 Richttheile eingetheilt.

§. 324. Zu chemischem Behufe (zur Prüfung der Legirungen der edlen Metalle mit andern, besonders Kupfer,) hat man ein Probirgewicht, welches beim Silber in Mark, Loth und Grän, beim Gold in Mark, Karat und Grän eingetheilt wird; es ist nämlich 1 Mark = 16 Loth, 1 Loth = 18 Grän; für das Gold: 1 Mark = 24 Karat, 1 Karat = 12 Grän. Allein diese Mark ist ein Gewicht, das nur etwa 1 Quentchen des gewöhnlichen Handelsgewichts wiegt. Da man zur chemischen Untersuchung immer nur sehr kleine Mengen (etwa 1 Quentchen) der zu prüfenden Substanz gebraucht, so ist bei dieser Einrichtung dann weiter keine Rechnung nöthig. Denn will der Goldschmidt legirtes Silber untersuchen, so nimmt er eine solche Probirmark desselben, findet darin z. B. 12 Probirloth feines Silber und 4 Probirloth Zusatz (Kupfer oder ein anderes Metall, das an Werth geringer als Silber): so muß nun, unter der Voraussetzung, daß das Zusatz-Metall in dem edlen überall gleichmäßig vertheilt sei, welches bei Legirungen der Fall ist, auch eine eigentliche Mark des legirten Silbers 12 Loth feines Silber und 4 Loth Zusatz enthalten. Soll legirtes Gold untersucht werden, so nimmt man eine Probirmark desselben; findet man z. B., daß diese 18 Probirkarat feines Gold und 6 Karat Zusatz enthält; so muß auch eine eigentliche Mark des legirten Metalls 18 Karat feines Gold und 6 Karat Zusatz enthalten. Ein legirtes Silber, wovon die Mark 15 Loth feines Silber und 1 Loth Zusatz enthält, nennt man 15löthiges Silber. Ein legirtes Gold, wovon die Mark 23 Karat feines Gold und 1 Karat Zusatz enthält, nennt man 23karatiges Gold. Ueberhaupt, so viele Loth feines Silber in einer Mark des legirten enthalten sind, so

viel löthig nennt man das Silber, und so viele Karat feines Gold in einer Mark des legirten enthalten sind, so viel karatig heißt das Gold. Eine Mark des legirten Metalls nennt man eine rauhe Mark, dagegen eine Mark feines Gold oder Silber eine feine Mark heißt. Silber, das einen Ueberzug von Gold erhalten hat, vergoldet ist, nennt man güldisch.

§. 325. Die Bestimmungen des Antheils an feinem Metalle in einer Masse legirten Silbers oder Goldes nennt man den Gehalt dieses Metalls. Man giebt den Gehalt eines legirten Goldes an, wenn man sagt, daß es z. B. 12, 15, 18 2c. karatig, und den eines legirten Silbers, wenn man bestimmt, daß dasselbe z. B. 10, 12, 14 2c. löthig sei.

§ 326. Bei Münzen nennt man das Gewicht der legirten Masse der Münze das Schrot, das Gewicht des darin enthaltenen feinen Metalls das Korn. — Es sollen der Verordnung nach, z. B. die preußischen Thaler 12löthiges Silber enthalten, und das feine Silber von 14 Thalern soll eine Mark wiegen; es wiegt also das feine Silber in 1 Thaler $\frac{1}{14}$ Mark oder $\frac{16}{14} = 1\frac{1}{7}$ Loth, oder $1\frac{1}{7}$ Loth ist das Korngewicht des Thalers. Da aber das angewendete Silber 12löthig ist, so ist das Gewicht des feinen Silbers $\frac{12}{16}$ oder $\frac{3}{4}$ vom ganzen Gewicht des Thalers, so daß also das Schrotgewicht des Thalers $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{7} = 1\frac{11}{21}$ Loth ist. — Der Gehalt des Friedrichsd'ors wird so bestimmt, daß 35 Friedrichsd'or eine rauhe Mark $21\frac{3}{4}$ karatiges Gold enthalten sollen; also ist das Schrotgewicht des Friedrichsd'ors $\frac{1}{35}$ Mark oder $\frac{288}{35}$ Grän $= 8\frac{8}{35}$ Grän. Da das Gold $21\frac{3}{4}$ karatig, so sind darin $21\frac{3}{4}$ Theile feines Gold und $2\frac{1}{4}$ Theile Zusatz, also das Korngewicht des Friedrichsd'ors $\frac{8\frac{8}{35} \cdot 21\frac{3}{4}}{24}$ Grän $= 7\frac{16}{35}$ Grän.

§. 327. Diese gesetzliche Bestimmung des Gehalts der Münzen an feinem Metall nennt man den Münzfuß. In Deutschland wird der Münzfuß gewöhnlich dadurch bestimmt, daß man angiebt,

wie viele Stücke einer Münze eine köln. Mark fein Silber oder Gold enthalten, oder aber, wie z. B. beim Friedrichsd'or, wie viele Stücke auf eine rauhe Mark von gegebenem Gehalte gehen. In andern Ländern wird der Münzfuß nach dem daselbst üblichen Gold- und Silbergewicht bestimmt. Der oben erwähnte preuß. Münzfuß für das Gold gilt für das ganze nördliche Deutschland, und heißt der Pistolenfuß; die darnach geprägten Fünfthalerstücke heißen Pistolen; außer den preußischen gehören noch die sächsischen, hannöverschen, braunschweigischen und dänischen Goldmünzen dahin. Da es schwierig ist, Gehalt und Gewicht der Münzen ganz genau zu treffen, so ist beim Ausmünzen eine kleine Abweichung vom Münzgesetze, Remedium genannt, gestattet.

§. 328. Folgendes sind die bemerkenswerthesten Veränderungen des deutschen Münzfußes:

1) Der Reichsfuß, nach welchem, zufolge der allgemeinen Reichsmünzordnung von 1559 auf dem Reichstage zu Augsburg, $9\frac{1}{12}$ Thaler eine Mark f. S. enthalten sollten.

2) Der Zinnaische Münzfuß, zu welchem sich, auf dem Convent zu Zinna, einem Städtchen und Kloster in Brandenburg, 1667 die Kurfürsten von Brandenburg und Sachsen vereinigten; es enthalten darnach $10\frac{1}{2}$ Thlr. oder 15 Fl. 45 Xr. eine Mk. f. S. Auch der Herzog von Braunschweig trat in der Folge demselben bei.

3) Der Leipziger Fuß von 1690. Die Kurfürsten von Sachsen und Brandenburg und der Herzog von Braunschweig traten nochmals zusammen, und bestimmten, daß 12 Thlr. eine Mark f. S. enthalten sollten. Dieser Münzfuß wurde 1738 zum Reichsfuß erhoben.

4) Der Graumann'sche oder preußische Fuß von 1750, wornach die Mark fein Silber zu 14 Thaler ausgeprägt wurde.

5) Der Conventions- oder Zwanzigguldenfuß von 1753. Nach einer, zwischen Oestreich und Bayern geschlossenen Convention wurde die Mark f. S. zu 20 Fl. oder $13\frac{1}{3}$ Thlr. ausgemünzt.

Der sogenannte 24 Guldenfuß ist eigentlich kein besonderer Münzfuß, sondern nur eine im Jahr 1753 von Bayern und andern süddeutschen Staaten eingeführte Erhöhung des Werths der nach dem

20 Guldenfuß ausgeprägten Münzen, so nämlich, daß 20 Fl. für 24 Fl., die 20-, 10- und 5 Kreuzerstücke, beziehlich für 24, 12 und 6 Kreuzer gerechnet wurden. Man nannte ihn nachher die rheinische Währung, auch den Conventions-Münzfuß. Es gehen nach demselben 16 Thlr. auf 1 köln. Mark fein Silber.

§. 329. Die kleineren Münzsorten werden aus einem Metalle geprägt, welches mehr Zusatz enthält. So z. B. ist das Silber in den preuß. Achtgroschenstücken $10\frac{2}{3}$ löthig, in den Viergroschenstücken $8\frac{1}{3}$ löthig, in den Zweigroschenstücken 6 löthig, in den Silbergroschen $3\frac{5}{9}$ löthig, und zwar ist das Schrotgewicht einer jeden dieser Münzen so, daß in der Anzahl Stücke, welche an Werth einen Thaler ausmachen, eben so viel feines Silber enthalten ist, wie in einem Thaler, nämlich $1\frac{1}{7}$ Loth, das Uebrige ist Zusatz. — Ueber das Gesagte mögen nun einige Aufgaben folgen.

1. Zu 12 Mark feinem Silber werden 4 Mark 8 Loth Kupfer gesetzt; von welchem Gehalt (wie viel löthig) wird die Mischung sein?

Aufl. In 12 M. + 4 M. 8 Loth, d. h. in 16 M. 8 Loth oder $16\frac{1}{2}$ M. des legirten Metalls sind 12 M. feines Silber enthalten, folglich in 1 Mark des legirten Metalls $\frac{12}{16\frac{1}{2}}$ M. $= 11\frac{7}{11}$ Loth; folglich ist die Mischung $11\frac{7}{11}$ löthig.

2. Ein Stück Gold wiegt $1\frac{1}{2}$ Mark und besteht aus 18 karatigem Golde; wie viel feines Gold ist darin?

Aufl. 1 Mark enthält 18 Karat feines Gold, also werden $1\frac{1}{2}$ M. dieses legirten Goldes $1\frac{1}{2} \times 18$ K. $= 1$ Mark 3 Karat $= 1\frac{1}{8}$ Mark f. G. enthalten.

3. Jemand verkauft $8\frac{2}{3}$ Loth altes Silber, dessen Gehalt 11 Loth 10 Grän; wie viel muß er dafür erhalten, wenn eine Mark f. S. 14 Thlr. kostet?

Aufl.

?	100 Duc.
67	22 Karat f. G.
18	24 Karat leg. G.

Antw. 1 Mark 19 Karat $9\frac{25}{67}$ Grän des 18 karatigen Goldes sind erforderlich.

11. 36 Mark $17\frac{1}{2}$ karatiges Gold wird so weit verfeinert, daß es nur noch 28 Mark wiegt; wie viel karatig ist es jetzt?

Aufl.

?	1 Mark des verf. G.
28	36 Mk. des $17\frac{1}{2}$ karatigen
1	$17\frac{1}{2}$ Karat f. G.

Antw. $22\frac{1}{2}$ karatig.

12. 36 Mark $17\frac{1}{2}$ karatiges Gold werden zu $22\frac{1}{2}$ karatigem verfeinert; wie viel wird es jetzt wiegen?

Aufl.

?	36 Mark
1	$17\frac{1}{2}$ Karat f. G.
$22\frac{1}{2}$	1 Mark

Antw. 28 Mark.

In Hamburg berechnet man das Gold nach dem Ducaten, der die feste Valuta von 6 Mark oder 96 ßl. hat, wobei die köln. Mark zu 67 Ducaten à 23 Karat 6 Grän fein genommen wird.

13. Ein Barren Gold wiegt 4 Mark 8 Loth. und hält 21 Karat 5 Grän fein; wie viel Ducaten à 23 Karat 6 Grän fein sind darin enthalten?

Aufl.

?	4 Mark 8 Loth (oder $4\frac{1}{2}$ Mark)
1	$21\frac{5}{12}$ Karat
$23\frac{1}{2}$	1 Mark
1	67 Ducaten

Antw. 274 Duc. $74\frac{2}{47}$ ßl.

Fr.d'or $21\frac{3}{4}$ karatig fein, aber da ein Remedium von 4% gestattet ist, so kann er genauer zu $21\frac{2}{3}$ Karat fein berechnet werden.

Aufl. Man findet, nach dem Früheren, das Korngewicht (d. h. das Gewicht des feinen Goldes) des Friedrichsd'ors = $\frac{21\frac{2}{3}}{35 . 24}$ Mark, also ist der Werth von 1 Mark f. Gold $\frac{35 . 24}{21\frac{2}{3}}$ Friedrichsd'or oder $\frac{35 . 24 . 5\frac{2}{3}}{21\frac{2}{3}}$ Thaler; der Werth von 1 M. f. S. ist 14 Thaler, also das Gold $\frac{35 . 24 . 5\frac{2}{3}}{21\frac{2}{3} . 14} = 15\frac{9}{13}$ mal so viel werth als ein gleiches Gewicht Gold.

7. Wenn in einem Stück Gold, das 9 Grän wiegt, 5 Grän f. G. enthalten sind, wie viel karatig ist das Gold?

Aufl. Wenn in 9 Gr. des legirten Metalls 5 Grän f. G. enthalten sind, so sind in 1 Gr. des legirten Metalls $\frac{5}{9}$ Grän f. G. und in 1 Mark oder 288 Grän $\frac{288 . 5}{9} = 160$ Gr. = 13 Karat 4 Grän feines Gold.

8. Ein Münzmeister hat 30 Mark f. S., wie viele englische Kronen (Fünfschillingstücke), deren $8\frac{1}{2}$ Stück auf 1 köln. Mark f. S. gehen, kann er daraus prägen?

Antw. $30 \times 8\frac{1}{2} = 255$ Kronenstücke.

9. Wie viel französische Laubthaler, deren 8,844 Stücke auf 1 köln. Mk. f. S. gehen, können aus 30 Mark 12 löthigem Silber gemünzt werden?

Aufl. Da das Silber 12 löthig, so enthält es $\frac{3}{4} . 30 = 22\frac{1}{2}$ Mark f. S., und giebt deshalb $22\frac{1}{2} \times 8{,}844 = 198{,}99$ Laubthaler.

10. Jemand hat 18karatiges Gold, und will daraus holl. Ducaten münzen lassen, deren 67 auf die rauhe Mark zu 22 Karat gehen, wie viel von seinem 18karätigen Gold muß er zu 100 Ducaten haben?

Aufl. ? | 100 Duc.
67 | 22 Karat f. G.
18 | 24 Karat leg. G.

Antw. 1 Mark 19 Karat $9\frac{25}{67}$ Grän des 18 karatigen Goldes sind erforderlich.

11. 36 Mark $17\frac{1}{2}$ karatiges Gold wird so weit verfeinert, daß es nur noch 28 Mark wiegt; wie viel karatig ist es jetzt?

Aufl. ? | 1 Mark des verf. G.
28 | 36 Mk. des $17\frac{1}{2}$ karatigen
1 | $17\frac{1}{2}$ Karat f. G.

Antw. $22\frac{1}{2}$ karatig.

12. 36 Mark $17\frac{1}{2}$ karatiges Gold werden zu $22\frac{1}{2}$ karatigem verfeinert; wie viel wird es jetzt wiegen?

Aufl. ? | 36 Mark
1 | $17\frac{1}{2}$ Karat f. G.
$22\frac{1}{2}$ | 1 Mark

Antw. 28 Mark.

In Hamburg berechnet man das Gold nach dem Ducaten, der die feste Valuta von 6 Mark oder 96 ßl. hat, wobei die köln. Mark zu 67 Ducaten à 23 Karat 6 Grän fein genommen wird.

13. Ein Barren Gold wiegt 4 Mark 8 Loth. und hält 21 Karat 5 Grän fein; wie viel Ducaten à 23 Karat 6 Grän fein sind darin enthalten?

Aufl. ? | 4 Mark 8 Loth (oder $4\frac{1}{2}$ Mark)
1 | $21\frac{5}{12}$ Karat
$23\frac{1}{2}$ | 1 Mark
1 | 67 Ducaten

Antw. 274 Duc. $74\frac{2}{47}$ ßl.

14. Ein Stück güldisch Silber enthält 15 Mark 12 Loth Silber à $12\frac{1}{2}$ Loth fein und pro Mark 4 Grän fein Gold; die Mk. f. S. wird mit 13 Thlr., die Mk. f. G. mit 188 Thlr. in Fr.d'or à 5 Thlr. zu 13 Proc. Agio berechnet; wie viel kostet das Ganze?

Aufl. Da 1 Mark Silber 4 Grän fein Gold enthält, so sind in 15 Mark 12 Loth Silber $5\frac{1}{4}$ Karat fein Gold enthalten.

15 Mark 12 Loth Silber à $12\frac{1}{2}$ L. fein sind 12 Mk. $4\frac{7}{8}$ L. f. S., und betragen à 13 Thlr. . . 159 Thlr. 28 Sgr. 9 Pf.

$5\frac{1}{4}$ Karat f. G., à 188 Thlr. die Mk.
betragen in Fr.d. 41 Thlr. 3 Sgr. 9 Pf.
Dazu 13 Proc. Agio 5 " 10 " 4 " 46 Thlr. 14 Sgr. 1 Pf.

Also der ganze Betrag . . . . 206 Thlr. 10 Sgr. 10 Pf.

§. 330. Mischt man besseren und schlechteren Wein, besseres und schlechteres Silber oder Gold und dgl. mit einander, so entsteht eine Mittelsorte, welche weniger als die eine, aber mehr als die andere der beiden vermischten Sorten werth ist. Auf dieselbe Weise können auch drei und mehr verschiedene Sorten irgend einer mischbaren Substanz mit einander vermischt werden. Ist die Quantität und der Werth der zu mischenden Substanzen gegeben, so kann nach dem Werth einer Maaß- oder Gewichtseinheit der Mischung gefragt werden. Ist dagegen der Werth einer Maaß- oder Gewichtseinheit der zu mischenden Substanzen und der Werth einer Maaß- oder Gewichtseinheit der verlangten Mischung gegeben, so kann man das Verhältniß der Quantitäten der zu mischenden Substanzen finden, und ist noch die Quantität der Mischung gegeben, so kann auch die Menge gefunden werden, welche von jeder Substanz zur Mischung genommen werden muß. — Ist ferner das Verhältniß der zu mischenden Ingredienzien und die Quantität der Mischung gegeben, so kann die Menge gefunden werden, die von jedem Bestandtheile zur Mischung genommen werden muß.

Die Aufgaben der ersten und letzten Art nennt man die **ordentliche Alligationsrechnung**, die der zweiten Art die **umgekehrte Alligationsrechnung**.

schmolzen werden; welches wird der Gehalt der Legirung werden?

Aufl.	5 Theile	9 löthig	giebt	45 Loth f. S.
	8 „	12 „	„	96 „ „ „
	6 „	14 „	„	84 „ „ „
	3 „	0 „	„	0 „ „ „
	22 Th.	der Mischung	enth.	225 Loth f. S.

also ist die Legirung $10\frac{5}{22}$ löthig.

5. Ein Tabakshändler vermischt 3 Theile Tabak, wovon das Pfd. 10 Sgr. kostet, 4 Theile, das Pfd. zu 12 Sgr. und 9 Theile, das Pfd. zu 15 Sgr.; wie theuer wird 1 Pfd. der Mischung werden?

Aufl.	3 Theile	à 10 Sgr.	kosten	30 Sgr.
	4 „	„ 12 „	„	48 „
	9 „	„ 15 „	„	135 „
	16 Theile	der Mischung	kosten	213 Sgr.

also 1 Pfd. 13 Sgr. $3\frac{3}{4}$ Pf.

Wie man sieht, kann man die Theile in der 4ten Aufgabe geradezu als Mark, in der 5ten als Pfund ansehen.

§. 332.

Von der umgekehrten Alligationsrechnung.

Soll aus dem Werthe der zu mischenden Substanzen und dem der Mischung das Verhältniß der Quantitäten der einzelnen Substanzen unter einander gefunden werden; so ist die Rechnung sehr verschieden von der vorigen. Man muß hier die beiden Fälle unterscheiden:

1) wenn nur zweierlei Substanzen (Sorten) gemischt werden sollen; in diesem Falle findet sich, bei einem gegebenen Werthe der Mischung allemal nur eine einzige Auflösung für die Aufgabe, d. h. die beiden zu mischenden Bestandtheile geben nur in einem Verhältniß die verlangte Mittelsorte.

2) wenn die Mischung aus drei- oder mehrerlei Bestandtheilen zusammengesetzt werden soll; in diesem Falle ist die Aufgabe unbestimmt, d. h. die verlangte Mittelsorte kann durch Mischung der

Aufl. Zunächst müssen alle Gewichte auf gleiche Benennung gebracht werden; dann kann feines Gold als 24karatiges, Kupfer als 0karatiges Gold angesehen werden, da in der That in 1 Mark feinem Gold 24 Karat f. G., in 1 Mark Kupfer 0 Karat f. G. enthalten sind. Man hat alsdann:

$3\frac{1}{2}$ Theile 20karatig enthalten 70 Karat f. G.
$\frac{3}{8}$ „ 24 „ „ 9 „ „
4 „ 15 „ „ 60 „ „
4 „ 0 „ „ 0 „ „

$11\frac{7}{8}$ Theile enthalten also 139 Karat f. G.
also 1 Theil $11\frac{67}{95}$ Karat f. G.

Was hier in der Auflösung Theile genannt wurde, sind, der Aufgabe nach, Loth; will man sie, der Deutlichkeit wegen, in Mark verwandeln, so muß jede der Zahlen $3\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, 4, 4 durch 16 dividirt werden, dann erhält man aber rechts, statt der Zahlen 70, 9, 60 auch nur $\frac{70}{16}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{60}{16}$; folglich, statt der Division $139 : 11\frac{7}{8}$ jetzt: $\frac{139}{16} : \frac{11\frac{7}{8}}{16}$, welches denselben Quotienten geben muß.

Hat man aber, statt Loth oder irgend eines anderen Gewichts, bloß unbestimmte Theile, so müssen doch alle in einer und derselben Aufgabe vorkommenden Theile einander gleich sein, wenn ihre Anzahl das Verhältniß der Bestandtheile in einer Mischung angeben soll; also sind diese Zahlen als gleichbenannt zu betrachten, nur mit dem Unterschiede, daß man sich dabei eine bestimmte Größe des Gewichts denken kann; welches aber auch diese Größe sein mag, so müßte doch jede der gegebenen Zahlen, welche das Verhältniß der Bestandtheile in der Mischung bestimmen, mit derselben Zahl multiplicirt oder durch dieselbe Zahl dividirt werden, wenn sie alle in Mark verwandelt werden sollten. Daher denn auch das oben in Bezug auf eine bestimmte Benennung (Loth) erwiesene, auf ganz unbestimmte Theile anzuwenden ist.

4. Wenn 5 Theile 9löthiges, 8 Theile 12löthiges und 6 Theile 14löthiges Silber und noch 3 Theile Kupfer zusammenge-

schmolzen werden; welches wird der Gehalt der Legirung werden?

Aufl.	5 Theile	9 löthig	giebt	45 Loth f. S.
	8 „	12 „	„	96 „ „ „
	6 „	14 „	„	84 „ „ „
	3 „	0 „	„	0 „ „ „
	22 Th. der Mischung enth.			225 Loth f. S.

also ist die Legirung $10\frac{5}{22}$ löthig.

5. Ein Tabakshändler vermischt 3 Theile Tabak, wovon das Pfd. 10 Sgr. kostet, 4 Theile, das Pfd. zu 12 Sgr. und 9 Theile, das Pfd. zu 15 Sgr.; wie theuer wird 1 Pfd. der Mischung werden?

Aufl.	3 Theile	à 10 Sgr.	kosten	30 Sgr.
	4 „	„ 12 „	„	48 „
	9 „	„ 15 „	„	135 „
	16 Theile der Mischung		kosten	213 Sgr.

also 1 Pfd. 13 Sgr. $3\frac{3}{4}$ Pf.

Wie man sieht, kann man die Theile in der 4ten Aufgabe geradezu als Mark, in der 5ten als Pfund ansehen.

§. 332.

Von der umgekehrten Alligationsrechnung.

Soll aus dem Werthe der zu mischenden Substanzen und dem der Mischung das Verhältniß der Quantitäten der einzelnen Substanzen unter einander gefunden werden; so ist die Rechnung sehr verschieden von der vorigen. Man muß hier die beiden Fälle unterscheiden:

1) wenn nur zweierlei Substanzen (Sorten) gemischt werden sollen; in diesem Falle findet sich, bei einem gegebenen Werthe der Mischung allemal nur eine einzige Auflösung für die Aufgabe, d. h. die beiden zu mischenden Bestandtheile geben nur in einem Verhältniß die verlangte Mittelsorte.

2) wenn die Mischung aus drei- oder mehrerlei Bestandtheilen zusammengesetzt werden soll; in diesem Falle ist die Aufgabe unbestimmt, d. h. die verlangte Mittelsorte kann durch Mischung der

Bestandtheile auf mehrerlei Art, in mehreren verschiedenen Verhältnissen erhalten werden.

1. Jemand mischt zwei Sorten Wein, die Flasche von der ersten Sorte kostet 10 Sgr., die Flasche von der andern Sorte 20 Sgr.; die Mischung soll so werden, daß 1 Flasche davon zu 15 Sgr. verkauft werden kann; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Aufl. Nimmt man von der ersten Sorte, zu 10 Sgr., 1 Fl., so kostet der Wein 5 Sgr. zu wenig; nimmt man 1 Fl. von der besseren Sorte, so kostet der Wein 5 Sgr. zu viel; mischt man also 1 Flasche des besseren Weins mit einer Flasche des schlechteren, so hebt das eine das andere auf, der gemischte Wein kostet so viel, wie verlangt wurde; also muß von beiden Sorten gleich viel genommen werden.

2. Wein zu 10 Sgr. soll mit Wein zu 25 Sgr. gemischt werden und die Flasche der Mittelsorte 15 Sgr. kosten; wie viel muß von jedem genommen werden?

Aufl. Nimmt man 1 Flasche zu 10 Sgr., so kostet der Wein 5 Sgr. zu wenig; 1 Flasche zu 25 Sgr. kostet 10 Sgr. mehr als die Mittelsorte. Es frägt sich also jetzt nur, wie viel mal man einen Ueberschuß von 10 Sgr. nehmen müsse, um einen Mangel von 5 Sgr. zu ersetzen; offenbar $\frac{1}{2}$ mal. Auf 1 Flasche des schlechteren Weins muß man also $\frac{1}{2}$ Flasche des besseren nehmen, d. h. vom schlechteren 2 mal so viel, als vom besseren. — Man hätte auch suchen können, wie viel mal man einen Mangel von 5 Sgr. nehmen müsse, um einen Ueberschuß von 10 Sgr. wieder einzubringen; es ergiebt sich 2 mal, d. h., daß von dem wohlfeileren Weine 2 mal so viel genommen werden muß, als vom theureren.

Die Rechnung hat dann folgende Gestalt:

Bessere Sorte . . 25 Sgr.	5	1
Mittelsorte . . . 15 „		
Schlechtere Sorte 10 „	10	2

wo nämlich die Differenz der schlechteren Sorte von der Mittelsorte (15 — 10 = 5) neben die bessere Sorte geschrieben wird, die Dif-

ſchen der besseren Sorte und der Mittelsorte (25 — 15 = 10) aber neben die schlechtere Sorte, und die beiden Zahlen 5 und 10 zuletzt durch 5 gegen einander gehoben werden. Wir wollen, der Kürze halber, das, was die schlechtere Sorte weniger kostet, als die Mittelsorte, Gewinn, und das, was die bessere Sorte mehr kostet, als die Mittelsorte, Verlust nennen. — Nimmt man nun 1 Flasche von der schlechteren Sorte, so hat man 5 Sgr. Gewinn (wenn z. B. der Wein zum Preise der Mittelsorte verkauft wird); 1 Flasche der besseren Sorte giebt 10 Sgr. Verlust; so oft nun der Verlust in dem Gewinn enthalten, so viele Flaschen des besseren muß man mit einer Flasche des schlechteren mischen; der Verlust ist aber im Gewinn $\frac{5}{10}$ mal enthalten; auf 1 Flasche des schlechteren muß man daher $\frac{5}{10}$ Flasche des besseren nehmen, oder auf 10 Flaschen des schlechteren 5 Flaschen des besseren Weins; daher die in der Rechnung befolgte Anordnung.

Sollte die Mischung z. B. 100 Flaschen betragen, so fände man, nach der Theilungsrechnung, daß von dem schlechteren Wein $\frac{100 . 2}{3} = 66\frac{2}{3}$ Flaschen, vom besseren $\frac{100 . 1}{3} = 33\frac{1}{3}$ Flaschen zu nehmen sind.

3. Aus 8löthigem und 15löthigem Silber sollen 23 Mark 12löthiges zusammengeschmolzen werden; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

Aufl. 1 Mk. 8löthiges Silber giebt 4 Loth f. S. Gewinn; 1 Mk. 15löthiges giebt 3 Loth f. S. Verlust; so viel mal nun der Verlust (3) in dem Gewinn (4) enthalten ist, so viel mal muß man 1 Mk. 15löthiges Silber auf 1 Mk. 8löthiges nehmen; der Quotient ist $\frac{4}{3}$; auf 1 Mk. des schlechteren kommen also $\frac{4}{3}$ Mk. des besseren Silbers, oder auf 3 Mk. des schlechteren 4 Mk. des besseren.

Vermischt man zwei Massen Silber, welche gleichen Gehalt haben, mit einander, so erhält natürlich die Mischung wieder einen gleichen Gehalt; wird 10löthiges Silber mit 10löthigem zusammengeschmolzen, so erhält man wieder 10löthiges Silber. — Nun ist aus A zu sehen, daß 1 Mk. 14löthiges und 1 Mk. 6löthiges Silber, 10löthiges Silber geben; nach D geben 1 Mk. 12löthiges und $\frac{1}{2}$ Mk. 6löthiges ebenfalls 10löthiges Silber. Vermischt man also die Bestandtheile aus A mit denen aus D, so erhält man wieder 10löthiges Silber, worin dann aber

1 Mk. 14löthiges Silber,
1 " 12 " " und
$1 + \frac{1}{2}$, d. h. $1\frac{1}{2}$ " 6 " "

enthalten ist. Aber eben so kann man es aus A und E, aus A und F, aus A und G, aus A und rc., aus B und D, B und E, B und F, B und G, rc., aus C und D, C und E, C und F, C und G, rc. zusammensetzen. Also kann die Mischung auf unzählige verschiedene Arten geschehen. Führt man einige der hier angedeuteten Fälle aus, so findet sich, daß man nehmen kann:

vom 14löthigen	1	1	1	1	2	2	2	2	3
vom 12 "	1	2	3	4	1	2	3	4	1
vom 6 "	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$

u. s. w. f.

§. 334. Noch verdient folgendes, aus E. G. Fischer's Rechenbuch entlehntes Verfahren, solche Aufgaben zu lösen, hier erwähnt zu werden. Wir benutzen die so eben auf eine andere Art gelöste Aufgabe zu diesem Zweck.

Jede Mark des 14löthigen Silbers enthält 4 Loth f. S. mehr, als das 10löthige; $\frac{1}{4}$ Mk. des 14löthigen enthält also 1 Loth f. S. mehr, als $\frac{1}{4}$ Mk. 10löthiges. — 1 Mk. 12löthiges enthält 2 Loth f. S. mehr, als 1 Mk. 10löthiges; $\frac{1}{2}$ Mk. 12löthiges ent-

Rechnung:

	20 Sgr.	$\frac{1}{2}$	4
Mittelsorte	18 »		
	10 »	$\frac{1}{8}$	1

Das hiebei zu beobachtende Verfahren ist nun Folgendes:

Man schreibt die Werthe (Preise) der beiden zu mischenden Sorten unter einander, setzt den der Mittelsorte dazwischen, und sucht nun die Differenz eines jeden dieser Werthe von der Mittelsorte. Diese Differenzen schreibt man, als Nenner eines Bruches, dessen Zähler 1 ist, rechts neben die entsprechende Zahl; die so gefundenen Brüche sind dann die gesuchten Verhältnißzahlen, welche, wie oben gezeigt, leicht in ganzen Zahlen ausgedrückt werden können.

No. 333. Aus 14löthigem, 12löthigem und 6löthigem Silber soll 10löthiges gemacht werden; wie viel muß von jeder Sorte genommen werden?

Aufl. (Man könnte allerdings die verlangte Mischung aus dem 14 und 6löthigen, auch aus dem 12 und 6löthigen Silber hervorbringen; es wird aber in der Aufgabe vorausgesetzt, daß alle drei Sorten gebraucht werden sollen.) Legirt man zuerst 14 und 6löthiges Silber zu 10löthigem, so findet sich, nach dem Vorigem, daß von jeder dieser beiden Sorten gleich viel genommen werden muß, also

	A	B	C	
vom 14löthigen	1 Mk.	2 Mk.	3 Mk.	zc.
vom 6löthigen	1 »	2 »	3 »	zc.

Legirt man ferner 12 und 6löthiges Silber zu 10löthigem, so hat man:

10	12	4	2
	6	2	1

d. h. vom 12löthigem muß 2 mal so viel genommen werden, als vom 6löthigen, also

	D	E	F	G	
vom 12löthigen	1 Mk.	2 Mk.	3 Mk.	4 Mk.	zc.
vom 6löthigen	$\frac{1}{2}$ »	1 »	$1\frac{1}{2}$ »	2 »	zc.

Ver-

Vermischt man zwei Massen Silber, welche gleichen Gehalt haben, mit einander, so erhält natürlich die Mischung wieder einen gleichen Gehalt; wird 10löthiges Silber mit 10löthigem zusammengeschmolzen, so erhält man wieder 10löthiges Silber. — Nun ist aus A zu sehen, daß 1 Mk. 14löthiges und 1 Mk. 6löthiges Silber, 10löthiges Silber geben; nach D geben 1 Mk. 12löthiges und $\frac{1}{2}$ Mk. 6löthiges ebenfalls 10löthiges Silber. Vermischt man also die Bestandtheile aus A mit denen aus D, so erhält man wieder 10löthiges Silber, worin dann aber

1 Mk. 14löthiges Silber,
1 „ 12 „ „ und
$1 + \frac{1}{2}$, d. h. $1\frac{1}{2}$ „ 6 „ „

enthalten ist. Aber eben so kann man es aus A und E, aus A und F, aus A und G, aus A und ꝛc., aus B und D, B und E, B und F, B und G, ꝛc., aus C und D, C und E, C und F, C und G, ꝛc. zusammensetzen. Also kann die Mischung auf unzählige verschiedene Arten geschehen. Führt man einige der hier angedeuteten Fälle aus, so findet sich, daß man nehmen kann:

vom 14löthigen	1	1	1	1	2	2	2	2	3
vom 12 „	1	2	3	4	1	2	3	4	1
vom 6 „	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$

u. s. w. f.

§. 334. Noch verdient folgendes, aus E. G. Fischer's Rechenbuch entlehntes Verfahren, solche Aufgaben zu lösen, hier erwähnt zu werden. Wir benutzen die so eben auf eine andere Art gelöste Aufgabe zu diesem Zweck.

Jede Mark des 14löthigen Silbers enthält 4 Loth f. S. mehr, als das 10löthige; $\frac{1}{4}$ Mk. des 14löthigen enthält also 1 Loth f. S. mehr, als $\frac{1}{4}$ Mk. 10löthiges. — 1 Mk. 12löthiges enthält 2 Loth f. S. mehr, als 1 Mk. 10löthiges; $\frac{1}{2}$ Mk. 12löthiges ent-

hält 1 Loth f. S. mehr, als $\frac{1}{2}$ Mk. 10löthiges. — 1 Mk. 6löthiges Silber enthält 4 Loth f. S. weniger, als 1 Mk. 10löthiges; $\frac{1}{4}$ Mk. 6löthiges enthält daher 1 Loth f. S. weniger, als $\frac{1}{4}$ Mk. 10löthiges. Nähme man also z. B. $\frac{1}{4}$ Mk. 14löthiges und $\frac{1}{2}$ Mk. 12löthiges Silber, so wären in der Mischung 2 Loth f. S. mehr, als in demselben Gewicht 10löthigen Silbers; da nun in jeder Viertel-Mark 6löthigen Silbers 1 Loth f. S. weniger ist, als in eben so viel 10löthigem, so muß man $2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ Mk. 6löthiges Silber nehmen, um jene 2 Loth wieder aufzuheben; also enthält die Mischung $\frac{1}{4}$ Mk. (oder irgend ein anderes, nur für alle drei Sorten Silber dasselbe, Gewicht) 14löthiges, $\frac{1}{2}$ Mk. 12löthiges und $\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Mk. 6löthiges, oder die Verhältnißzahlen sind $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ oder 1, 2, 2.

Nähme man z. B. $\frac{4}{4}$ oder 1 Gewichtstheil 14löthiges und $\frac{2}{2}$ oder 1 Theil 12löthiges Silber, so hätte man $4 + 2 = 6$ Loth f. S. mehr, als in eben so viel 10löthigem; folglich muß man so viel 6löthiges Silber dazu nehmen, daß darin 6 Loth f. S. weniger sind, als in eben so viel 10löthigem Silber; da in $\frac{1}{4}$ Mk. 6löthigem Silber 1 Loth weniger ist, als in eben so viel 10löthigem, so muß man also $\frac{6}{4}$ Mk. (oder andere Gewichtstheile) 6löthiges Silber dazu nehmen, also hat man

$\frac{4}{4}$ oder 1 Theil 14löthiges,
$\frac{2}{2}$ " 1 " 12 "
$\frac{6}{4}$ " $1\frac{1}{2}$ " 6 " Silber

Wie man sieht, kann man die Mengen des 14 und 12löthigen Silbers ganz beliebig annehmen, am bequemsten ist es aber, sie in den Brüchen auszudrücken, die zuvor für einen Verlust von 1 Loth gefunden wurden; wie viel vom 6löthigen Silber in

jedem Falle zu nehmen sei, ergiebt sich dann sehr leicht nach dem obigen. Man sieht auch hieraus, daß diese Aufgaben unzählig viel richtige Auflösungen zulassen.

§. 335. Faßt man dieses Verfahren allgemein auf, so ist es, selbst für beliebig viel zu mischende Bestandtheile, Folgendes:

Man schreibe den Werth (Preis u. dergl.) der verschiedenen zu mischenden Sorten, ihrer Größe nach geordnet, unter einander, und schalte den der Mittelsorte an der gehörigen Stelle ein, nämlich zwischen den nächstgrößeren und den nächstkleineren Werth. Nun suche man die Differenz eines jeden dieser Werthe von der Mittelsorte, und schreibe jede dieser Differenzen als Nenner eines Bruches, dessen Zähler noch zu suchen ist, rechts neben die Zahl, welcher sie zugehört. Als Zähler dieser Brüche kann man aber beliebige Zahlen nehmen, mit Beobachtung der einzigen Bedingung, daß die Zähler derjenigen Brüche, welche den Werthen zugehören, die größer als der der Mittelsorte, zusammen so viel betragen, als die Zähler derjenigen Brüche zusammen, welche den Werthen zugehören, die kleiner sind, als der Werth der Mittelsorte. Die so erhaltenen Brüche geben dann das Verhältniß der einzelnen Bestandtheile an.

Jemand hat 5 Sorten Wein, deren Preise pro Flasche folgende sind: a) $1\frac{1}{2}$ Thlr.; b) 1 Thlr. 10 Sgr.; c) 1 Thlr.; d) 25 Sgr.; e) 10 Sgr. Er will aus allen eine Mittelsorte machen, wovon die Flasche 28 Sgr. kostet; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Berechnung. (Um gleich- und einfach benannte Zahlen zu erhalten, wird alles in Silbergroschen verwandelt.)

	Preise:		Auflösungen: 1	2	3	4	
a	45	Sgr.	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{17}{17}$	$\frac{34}{17}$	u. s. w.
b	40	"	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{24}{12}$	
c	30	"	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{4}{2}$	
Mittelsorte	28	"					
d	25	"	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{30}{3}$	$\frac{44}{3}$	
e	10	"	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{18}{18}$	

von der ersten Sorte $\frac{1}{20}$ oder $\frac{3}{60}$ oder 3 Theile
" " zweiten " $\frac{1}{10}$ " $\frac{6}{60}$ " 6 "
" " dritten " $\frac{1}{10}$ " $\frac{6}{60}$ " 6 "
" " vierten " $\frac{1}{15}$ " $\frac{4}{60}$ " 4 "

nehmen. Die zu mischenden 90 Qrt. bestehen daher

aus $\frac{3 \cdot 90}{19} = 14\frac{4}{19}$ Qrt. der ersten Sorte,
" $\frac{6 \cdot 90}{19} = 28\frac{8}{19}$ " " zweiten "
" $\frac{6 \cdot 90}{19} = 28\frac{8}{19}$ " " dritten "
" $\frac{4 \cdot 90}{19} = 18\frac{18}{19}$ " " vierten "

Nach der zweiten Auflösung müßte man

von der ersten Sorte 1 oder 2 Theile,
" " zweiten " 1 " 2 "
" " dritten " $1\frac{1}{2}$ " 3 "
" " vierten " 1 " 2 "

nehmen. Also müßte man zu der ganzen Mischung

von der ersten Sorte $\frac{2 \cdot 90}{9} = 20$ Qrt.
" " zweiten " $\frac{2 \cdot 90}{9} = 20$ "
" " dritten " $\frac{3 \cdot 90}{9} = 30$ "
" " vierten " $\frac{2 \cdot 90}{9} = 20$ "

nehmen.

Achtzehntes Kapitel.

Von den Wechseln und den darauf sich beziehenden Rechnungen.

§. 338. Eine zu leistende Zahlung kann oft dadurch erledigt werden, daß der Schuldner dem Gläubiger eine Anweisung giebt, den Werth der Forderung bei einem dritten zu heben, der jenem

55 Sgr.	$\frac{250}{25} = 10$ Quart.
45 „	$\frac{120}{15} = 8$ Quart.
30 „	
20 „	$\frac{370}{10} = 37$ Quart.

Da die Zähler zweier Brüche ganz beliebig gewählt werden können, so kann man sie auch so nehmen, daß die daraus entstehenden Brüche gerade die verlangten Zahlen, nämlich 10 Quart und 8 Quart ausdrücken; zu diesem Zwecke wird man von der ersten Sorte $\frac{10 \times 25}{25}$, von der zweiten Sorte $\frac{8 \times 15}{15}$ nehmen; der Zähler des letzten Bruchs muß dann $= 250 + 120 = 370$ sein.

Ist die Quantität der ganzen Mischung vorgeschrieben; so ändert dies das Verfahren, die Verhältnißzahlen zu finden, ganz und gar nicht ab; sind diese gefunden, so verfährt man, wie früher gezeigt worden, nach der Gesellschaftsrechnung.

Man hat vier Sorten Wein; von der ersten kostet das Quart 1 Thlr. 20 Sgr., von der zweiten 1 Thlr. 10 Sgr., von der dritten 20 Sgr., von der vierten 15 Sgr. Aus diesen vier verschiedenen Sorten sollen $1\frac{1}{2}$ Eimer oder 90 Qrt. gemischt werden, so daß das Qrt. zu 1 Thlr. verkauft werden kann; wie viel muß von jeder Sorte dazu genommen werden?

Aufl.

	Preise:	Auflösungen:		
Erste Sorte .	50 Sgr.	$\frac{1}{20}$	$\frac{20}{20}$	u. s. w.
Zweite Sorte	40 „	$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{10}$	
Mittelsorte . .	30 „			
Dritte Sorte	20 „	$\frac{1}{10}$	$\frac{15}{10}$	
Vierte Sorte .	15 „	$\frac{1}{15}$	$\frac{15}{15}$	

Nach der ersten der hier aufgezeichneten Auflösungen müßte man also

von der ersten Sorte $\frac{1}{20}$ oder $\frac{3}{60}$ oder 3 Theile
" " zweiten " $\frac{1}{10}$ " $\frac{6}{60}$ " 6 "
" " dritten " $\frac{1}{10}$ " $\frac{6}{60}$ " 6 "
" " vierten " $\frac{1}{15}$ " $\frac{4}{60}$ " 4 "

nehmen. Die zu mischenden 90 Qrt. bestehen daher

aus $\frac{3 \cdot 90}{19} = 14\frac{4}{19}$ Qrt. der ersten Sorte,
" $\frac{6 \cdot 90}{19} = 28\frac{8}{19}$ " " zweiten "
" $\frac{6 \cdot 90}{19} = 28\frac{8}{19}$ " " dritten "
" $\frac{4 \cdot 90}{19} = 18\frac{18}{19}$ " " vierten "

Nach der zweiten Auflösung müßte man

von der ersten Sorte 1 oder 2 Theile,
" " zweiten " 1 " 2 "
" " dritten " $1\frac{1}{2}$ " 3 "
" " vierten " 1 " 2 "

nehmen. Also müßte man zu der ganzen Mischung

von der ersten Sorte $\frac{2 \cdot 90}{9} = 20$ Qrt.
" " zweiten " $\frac{2 \cdot 90}{9} = 20$ "
" " dritten " $\frac{3 \cdot 90}{9} = 30$ "
" " vierten " $\frac{2 \cdot 90}{9} = 20$ "

nehmen.

Achtzehntes Kapitel.

Von den Wechseln und den darauf sich beziehenden Rechnungen.

§. 338. Eine zu leistende Zahlung kann oft dadurch erledigt werden, daß der Schuldner dem Gläubiger eine Anweisung giebt, den Werth der Forderung bei einem dritten zu heben, der jenem

dieselbe oder eine andere Summe zu zahlen verpflichtet ist. Ein **Wechsel** oder **Wechselbrief** (cambio) ist dem Wesen nach nichts anderes, als eine solche Anweisung, unterscheidet sich jedoch von dieser folgendermaßen. Nicht Jeder hat das Recht einen Wechsel auszustellen; im Allgemeinen sind nur solche dazu befugt, die frei über ihr Vermögen und ihre Person disponiren können. Ein, von einem wechselfähigen Manne ausgestellter Wechsel erhält besondere Rechte vor allen anderen Schuldverschreibungen voraus, welche besonders dahin zielen, dem Wechselhandel Sicherheit und ungestörten Fortgang zu verschaffen. Ferner muß ein Wechsel unter einer vorgeschriebenen Form abgefaßt sein, worin, außer dem, was die gewöhnlichen Anweisungen enthalten, auch noch die Zeit, wann die Zahlung geschehen soll, der Name dessen, der sie zu leisten, und dessen, an den sie entrichtet werden soll, ferner die Münzsorte genau angegeben sein muß. Gewöhnlich wird im Wechsel die Summe in der Münzsorte angegeben, welche an dem Orte der Zahlung gilt. Auch muß das Wort „Wechsel" nothwendig darin vorkommen, wenn er der Rechte eines Wechsels nicht verlustig gehen soll.

§. 339. Bei den gewöhnlichen oder Kaufmanns-Wechseln werden 4 Personen unterschieden:

1) Der **Trassent**, der den Wechsel ausstellt oder verkauft und das dafür empfangene Geld von einem anderen auf seine Rechnung wieder auszahlen läßt.

2) Der **Remittent**, der den Wechsel kauft und seinem Gläubiger statt des baaren Geldes übersendet.

3) Der **Präsentant** oder **Inhaber des Briefes**, der den Wechsel vom Remittenten erhält und auf Vorzeigen (Präsentation) desselben den Betrag zu heben berechtigt ist.

4) Der **Trassat** oder **Acceptant**, auf welchen der Wechsel ausgestellt ist; falls er den Wechsel anzunehmen (acceptiren oder honoriren, d. h. den Betrag desselben auszuzahlen) gedenkt, schreibt er, nebst seines Namens Unterschrift noch das Wort „acceptirt" darunter.

§. 340. Es kommen indessen oft Fälle vor, wo weniger als 4 Personen erforderlich sind; denn z. B. auf Messen ist zuweilen der Remittent zugleich auch Präsentant; hat dagegen Jemand an einem anderen Orte Geld zu fordern und ist eben daselbst einem andern schuldig, so kann er zugleich Remittent und Trassent werden.

Auch kann Jemand einen Wechsel auf sich selbst ausstellen, den man dann einen eigenen Wechsel nennt.

Wenn es in dem Wechselbriefe bloß heißt, daß der Betrag desselben dem Präsentanten selbst, der mit seinem Namen darin genannt ist, ausgezahlt werden soll: so kann auch kein anderer das Geld heben; heißt es aber, daß er dem N. N. (dem Präsentanten), oder an dessen Ordre ausgezahlt werden soll, so kann dieser den Wechsel einem andern verkaufen, welcher ihn entweder präsentirt, oder wieder verkauft, im Fall daß der Wechsel noch zu laufen hat, d. h. daß die darin festgesetzte Zahlzeit (Verfallzeit) noch nicht gekommen, je nachdem es für ihn bequem ist. Braucht er sogleich Geld, und ist der Zahlungstermin noch fern, so wird er ihn verkaufen, um baares Geld zu erhalten. Auf diese Weise kann ein Wechsel durch sehr viele Hände gehen, ehe er an den Trassaten gelangt. Dieses Abtreten eines Wechsels an einen andern heißt man giriren. Der, welcher ihn verkauft, heißt Girant, der Käufer Girat. Der Verkäufer bemerkt jedesmal auf der Rückseite des Wechsels, daß derselbe für ihn, an die Ordre des N. N. (des Giraten) zu zahlen sei; dies nennt man den Wechsel indossiren. Jeder Indossant übernimmt zugleich auch die Verpflichtung, für den Werth des Wechsels zu stehen.

§. 341. Wird ein Wechsel vor der Verfallzeit verkauft, so werden für die Zeit, welche er noch zu laufen hat, dem Käufer billiger Weise gewisse Procente erlassen, wenn er den Wechsel mit baarem Gelde bezahlt; diesen Abzug nennt man Disconto. Die Größe des Disconto richtet sich nach der Solidität des Acceptanten des Wechsels und nach der größeren oder geringeren Menge baaren Geldes, welches zur Zeit an einem Orte im Umlaufe ist. Uebrigens muß hiebei der Disconto auf 100 gerechnet werden.

§. 342. Wird ein Wechsel an einen entfernten Ort geschickt, so nimmt man, der Sicherheit wegen, mehrere Abschriften davon, und versendet diese zu verschiedenen Zeiten. Der erste heißt dann Prima, der zweite Secunda, der dritte Tertia. Wird nur ein einziger Wechsel ausgestellt, so heißt er ein Sola-Wechsel. Außerdem giebt der Trassent dem Acceptanten in einem besondern Schreiben, Avisobrief genannt, noch nähere Auskunft über die Auszahlung des Wechsels.

§. 343. Wie schon oben erwähnt, muß in dem Wechsel, wann die Zahlung geleistet werden soll, d. h. die Verfallzeit, genau angegeben werden. Zwischen je zwei Handelsplätzen ist eine bestimmte Zeit gewöhnlich geworden, nach welcher der Wechsel bezahlt werden muß; diese Zeit nennt man das Wechsel-Uso; manche Handelsplätze haben ein kurzes und langes Uso; auch wird die Verfallzeit auf $\frac{1}{2}$ Uso; $1\frac{1}{2}$ oder 2 Uso gestellt. A vista, nach Sicht, bedeutet, daß der Wechsel innerhalb 24 Stunden nach der Ankunft präsentirt, und innerhalb 24 Stunden nach der Acceptation bezahlt werden muß. Indessen muß an einigen Orten der Inhaber eines Wechsels einige Tage über die Verfallzeit warten, ehe er, bei nicht erfolgter Zahlung, nach Wechselrecht verfahren darf; in London und Berlin sind es 3, in Amsterdam 6 Tage u. s. w.; man nennt sie Respect-Tage oder Respit-Tage. Manche Städte haben keine Respect-Tage. Kurze Sicht (à courts jours) bedeutet einige (8, 14) Tage nach Sicht, d. h. von dem Tage an, an welchem der Trassat den Wechsel acceptirt hat.

§. 344. Weigert sich der Trassat, den Wechsel zu acceptiren, so muß der Inhaber des Briefes diese Weigerung, so wie, daß er den Wechsel zur rechten Zeit präsentirt habe, gerichtlich beglaubigen lassen; diese Beglaubigung wird Wechsel-Protest genannt. Der Inhaber des Briefes stellt dann einen Rückwechsel, Ricambio, aus, schickt diesen dem letzten Indossanten, von welchem er ihn erhalten hat, zu, dieser schickt ihn wieder an den, aus dessen Händen er ihn bekommen hat, u. s. w. bis der Wechsel an den Remittenten und zuletzt an den Trassenten zurückkommt, der denselben mit allen Kosten zu bezahlen verpflichtet ist.

§. 345. Ein wesentlicher Punkt für den Wechselverkehr ist der Wechselcours, d. h. das Verhältniß, in welchem die Münzsorten je zweier Handelsplätze gegen einander gewechselt werden. Durch besondere Nachfrage nach Wechseln, die auf einen Ort trassirt sind, und durch manche andere Umstände kann es kommen, daß man für die auf diesen Ort trassirten Wechsel gerne etwas mehr bezahlt, als der Betrag in der Münze des Ortes, von wo sie trassirt sind, eigentlich ausmacht. Werden dagegen auf einen Ort trassirte Wechsel im Ueberfluß zum Verkauf ausgeboten, d. h. mehr als deren gesucht

werden, so wird im Gegentheil für eine bestimmte Summe in der Münze, welche am Orte des Trassaten gilt, weniger in der Münze gegeben werden, die am Orte des Trassenten gilt. Was nun eine Münze mehr gilt, als sie ihrem inneren Gehalte nach werth ist, heißt das Agio, Aufgeld. Haben dagegen zwei Handelsplätze solche Course zu einander, daß die Münzen nach ihrem inneren Werthe oder Gehalte gegen einander umgetauscht oder in Rechnung gebracht werden, so sagt man, der Cours steht pari. Die Veränderung des Courses zwischen zwei Plätzen wird nun stets in der Münze desselben Ortes angezeigt, so daß der eine Ort, in Beziehung auf diesen andern) entweder fortwährend eine feste, beständige oder fixe Valuta hat, oder fortwährend eine veränderliche, variirende Valuta. So z. B. hat zwischen Berlin und Amsterdam stets Berlin die veränderliche, Amsterdam die beständige Valuta; Berlin zahlt $143\frac{1}{2}$ Thlr. für 250 Fl. holl. Cour.; ändert sich nun der Cours, so wird nur statt der $143\frac{1}{2}$ Thlr. eine andere Zahl gesetzt; es wird nämlich immer angegeben, wie viel Berlin für 250 Fl. holl. Cour. in Amsterdam bezahlt. In bedeutenden Handelsstädten werden wöchentlich ein- oder mehrere mal Courszettel ausgegeben, in welchen jedoch immer nur die veränderliche Summe angeführt wird, indem vorausgesetzt wird, daß Jeder, der damit zu thun hat, die feste Valuta, der die angegebene zum Pari an Werth gleich kommt, kenne.

§. 346. In manchen Courszetteln, z. B. in den Berliner Coursen, kommen zwei Rubriken vor, welche beide veränderliche Werthe enthalten, und wovon die eine mit „Geld", die andere mit „Briefe" überschrieben ist. Die Ueberschrift Briefe zeigt an, daß für die in dieser Rubrik stehende Summe Wechselbriefe ausgeboten werden. Die unter Geld stehenden Zahlen zeigen an, daß so viel für Wechsel bezahlt worden ist, und daß zu diesem Course noch Wechsel gesucht werden.

§. 347. Da die Course einer so großen Veränderung unterworfen sind; so ist bei dem Ein- und Verkauf von Wechseln oft ein bedeutender Gewinn zu machen; aber eben so leicht läuft man Gefahr einen bedeutenden Verlust zu erleiden; deshalb giebt es Kaufleute, Banquiers, welche sich besonders mit dieser Art Geschäften

abgeben. In grösseren Handelsstädten giebt es auch von der Obrigkeit vereidete Mäkler, welche dem, der Wechsel zu kaufen wünscht, oder zu verkaufen hat, genaue Auskunft geben. Sie erhalten für ihre Mühe gewöhnlich 1 von 1000 (1 pro mille) oder $\frac{1}{8}$ Proc. Maklerlohn, courtage, sensarie.

§. 348. Zwischen manchen Handelsstädten werden keine Wechselgeschäfte gemacht, oder, wie man sagt, wechseln nicht adrittura, d. h. directe; soll aber an einem solchen Ort, wohin nicht adrittura gewechselt wird, eine Summe Geld bezahlt werden, so muß man über einen dritten Ort remittiren.

§. 349. Wenn von einem Orte, der die beständige Valuta hat, nach dem Orte, der die veränderliche Valuta hat, gewechselt, wird, so ist der Trassent der Empfänger der beständigen Valuta, er bezahlt aber nach dem veränderlichen Course; der Remittent bezahlt nach der beständigen Valuta, empfängt dagegen nach dem veränderlichen Course. — Wird dagegen von dem Orte, der die veränderliche Valuta hat, nach dem, der die beständige Valuta hat, gewechselt, so verhält es sich gerade umgekehrt: der Trassent bezahlt die beständige Valuta, empfängt aber nach dem veränderlichen Course; der Remittent empfängt die beständige Valuta, bezahlt aber nach dem veränderlichen Course. Je höher also der Cours an dem Orte der beständigen Valuta, desto vortheilhafter ist es für den Remittenten, desto nachtheiliger für den Trassenten; an dem Orte des veränderlichen Courses dagegen ist es dem Remittenten um so nachtheiliger, dem Trassenten um so vortheilhafter, je höher der Cours steht.

Noch ist zu erinnern, daß in kaufmännischen Rechnungen Brüche kleiner Münzsorten, die unter $\frac{1}{2}$ sind, ganz weggelassen werden, dagegen die, welche $\frac{1}{2}$ oder darüber betragen, für ein Ganzes gerechnet werden.

§. 350. Die Lösung derjenigen arithmetischen Aufgaben, welche Bezug auf die Wechselgeschäfte haben, nennt man Wechselrechnung. Es kommen dabei hauptsächlich folgende Fragen vor:

1. Wie viel eine Währung (Valuta) in einer andern betrage, wenn entweder ein Verhältniß zwischen beiden gegeben ist,

oder mehrere Verhältnisse gegeben sind; man nennt diese Rechnungen Wechselreductionen.

2. Wie viel bei einem Wechsel gewonnen oder verloren worden ist. Berechnung des Gewinns und Verlustes beim Wechselhandel.

3. Unter den Coursen mehrerer Wechselplätze den vortheilhaftesten aufzufinden. Wechselarbitragen.

4. Wie ein Commissionär die Remessen oder Tratten nach anderen, sich gerade vorfindenden Coursen, ohne Nachtheil des Committenten, ausführen könne. Wechselcommissionen.

5. Berechnung der Preise von Waaren, nach dem Wechselcours.

6. Vergleichung verschiedener Münzsorten unter einander, entweder nach ihrem inneren Gehalte, oder nach dem Wechselcours. Wechselpari.

Die Rechnungen werden meistens entweder durch die Regel de tri oder Kettenregel geführt, und sind im Ganzen sehr leicht, wenn man die gehörige Kenntniß der dabei gebrauchten Kunstausdrücke und vom Wechselgeschäft überhaupt hat, wie es in den vorhergehenden Paragraphen erklärt worden. Da es aber, wie oben erwähnt, in der Praxis gewöhnlich ist, nur die veränderliche Valuta der Course anzugeben, und wir hier die Form der Aufgaben so viel wie möglich so einrichten wollen, wie sie in der Praxis vorkommen; so muß man nothwendig die beständige Valuta der Course schon kennen, weshalb weiter unten einige Courszettel mitgetheilt werden sollen.

§. 351. Eben so, wie im Vorhergehenden erklärt worden, daß die Wechsel gleichsam als eine Waare anzusehen sind, die im Preise steigt und fällt, geschieht dies auch mit dem baaren Gelde und den sogenannten Staatspapieren. Münzen von besserm Gehalte werden stets mehr gesucht, als die von geringerem Gehalte, daher erstere meistens gegen letztere über ihren ursprünglichen Werth bezahlt werden, man giebt für sie ein größeres oder geringeres Aufgeld, Agio genannt; da dies aber wechselnd ist, so entsteht dadurch ein Geldcours, der, wie der Wechselcours, durch den Druck öffentlich bekannt gemacht wird. Das Agio wird in den Courszetteln gewöhnlich aufs Hundert (Procent) angegeben. Giebt man also z. B.

auf Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr. 18% Agio, so heißt es, daß 100 Thlr. in Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr. 118 Thlr. Cour. gelten.

§. 352. Zur Erleichterung des Handelsverkehrs sind in den größeren Handelsstädten noch besondere Einrichtungen getroffen. Zu diesen gehören vorzüglich die Banken. Von den verschiedenen Arten von Banken erwähnen wir hier bloß die Girobank und Zettelbank. Bei der Girobank haben sich die bedeutendern Handelshäuser eines Orts vereinigt, ein Kapital in der Bank niederzulegen, welches jedem Theilnehmer im Hauptbuche der Bank in einem eigenen Folio zugeschrieben wird. Hat dann ein Theilnehmer dem andern eine Summe Geldes zu bezahlen, so giebt er bloß der Bank eine Anweisung darüber, diese schreibt dann auf seinem Folio des Hauptbuches die Summe ab, und dem Empfänger in dem seinigen zu. Ein Jeder, der Geld auf der Bank niedergelegt hat, kann dasselbe, oder einen Theil davon zu jeder Zeit baar zurückfordern, oder eine Schuld in seinem Namen baar auszahlen lassen. Das in der Bank niedergelegte Geld bleibt daselbst in sicherer Verwahrung, damit eben der Eigenthümer in jedem Augenblicke nach Belieben darüber disponiren könne, weshalb die Bank keine Zinsen geben kann. Hat aber die Bank so viel Geld in Händen, daß sie mit einem hohen Grade von Wahrscheinlichkeit voraussetzen darf, daß nicht so viel baares Geld herausgenommen werde, so kann sie auch Kapitalien gegen hinreichende Sicherheit ausleihen, um mit den daraus zu beziehenden Zinsen die Ausgaben der Bank zu bestreiten, wozu auch noch der Ertrag des von jedem Interessenten für das Ab- und Zuschreiben einer Summe zu Entrichtenden hinzukommt. Da, der Sicherheit wegen, nur auf mündliche Anweisungen Summen überschrieben werden, so beschränkt sich die Girobank auf die Kaufleute ihres Orts. Der wesentlichste Nutzen dieser Art Banken besteht in der sicheren Verwahrung des Geldes und in der Leichtigkeit Zahlungen zu leisten.

§. 353. Auch auf der Zettelbank legen die Eigenthümer eine Summe Geldes nieder, geben aber Zettel, Banknoten genannt, aus, für welche sie sich verpflichten, zu jeder Zeit dem Inhaber derselben den Betrag in baarem Gelde auszuzahlen. So lange der

Credit der Bank feststeht, hat sie nicht zu befürchten, daß ihr der ganze Betrag der ausgegebenen Banknoten auf einmal zur Auswechselung in baarem Gelde eingeliefert werde, und kann daher einen Theil der Fonds zu vortheilhaften Geschäften verwenden, woraus den Eigenthümern ein Gewinn erwachsen wird. Ein anderer Vortheil entsteht für diese Banken noch dadurch, daß durch Feuersbrünste, Schiffbruch und noch auf andere Weise viele der im Umlauf begriffenen Banknoten verloren gehen, also der Betrag von der Bank nicht wiedergefordert werden kann. Man muß übrigens die Banknoten nicht mit den Bankactien, so wie die Inhaber der Banknoten nicht mit den Eigenthümern der Bank oder Bank-Actionären verwechseln. Die Actionäre sind diejenigen Personen, welche den, zur Errichtung der Bank nöthigen Fond zusammen legen, und darüber Scheine oder Urkunden erhalten, welche Actien heißen. Ohne Vorwissen des Vorstandes der Bank (der Bank-Direction) dürfen sie diese Actien nicht an Andere abtreten oder verkaufen. Die Actien lauten gewöhnlich auf eine bestimmte Summe, so viel mal Jemand diese Summe zum Fond der Anstalt hergegeben hat, so viele Actien erhält er, welche ihn nach Verhältniß zur Theilnahme an dem für die Bank sich ergebenden Gewinne, Dividende genannt, berechtigen. Die Banknoten dagegen gehen von Hand zu Hand, können also gerade so wie baares Geld im Verkehr gebraucht werden, die Bank zahlt jedem der sie vorzeigt, die Summe aus, auf welche sie lauten.

§. 354. Die Rechnungen werden auf der Bank gewöhnlich in einer fingirten (eingebildeten) Münze geführt, die man Banco-Geld nennt, zum Unterschiede von dem wirklich im Verkehr vorkommenden Courant-Gelde. Da der Münzfuß der Bankmünze ein für allemal bestimmt ist, so hat sie einen unveränderlichen Werth, da hingegen der Münzfuß der wirklich geprägten Münzen oft verändert wird, und das Courant-Geld außerdem durch Abnutzen, Beschneiden u. s. w. mannigfach einer Werthverminderung ausgesetzt ist. Deswegen gewinnt auch das Banco-Geld gemeiniglich einige Procente gegen Courant, obgleich, wenn die Sicherheit der Bank gefährdet ist, das Courant-Geld im Preise höher zu stehen kommt, als das Banco-Geld.

§. 355. Unter Staatspapieren versteht man, im Allgemeinen,

diejenigen schriftlichen Zusicherungen, mittelst welcher der Staat sich zur Entrichtung einer Schuld und deren Zinsen verpflichtet. Ihre Namen sind, je nach der Art ihrer Entstehung und der Zwecke, denen sie entsprechen, verschieden. Die Regierung nimmt von Privatpersonen Geld gegen Zinsen auf, giebt den Darleihern darüber solche schriftliche Urkunden und verpfändet, zu deren Sicherheit, noch gewisse Güter oder Staatseinkünfte. Manchmal ist auch von der Rückzahlung des Kapitals gar nicht die Rede, wie z. B. bei der englischen Nationalschuld, sondern der Staat bezahlt nur die Zinsen. Gegenwärtig werden diese Anleihen größtentheils dadurch zu Stande gebracht, daß der Staat eine große Anzahl kleinerer Schuldverschreibungen ausstellt, woran dann selbst weniger Bemittelte Theil nehmen können. An jede Schuldverschreibung ist ein Couponsbogen (Zinsquittungen enthaltend) geheftet; ein solcher Coupons wird jährlich abgeschnitten, und, gegen Empfang der Jahreszinsen, der Casse eingereicht; oder die Schuldverschreibungen sind ohne Coupons und die Zinsen werden erst mit dem Capital zugleich entrichtet. Halbjährlich wird eine Anzahl Schuldverschreibungen verlooset, und die gezogenen Nummern werden mit den darauf fallenden Gewinnen ausgezahlt. Um die Anleihe desto leichter und schneller zu bewerkstelligen, gestattet nämlich die Regierung einen höheren Zinsfuß, als sonst üblich ist, weshalb denn die zu verlosende Summe bedeutend mehr beträgt, als der Nominalwerth der Schuldverschreibungen und ihrer Zinsen nach gewöhnlichem Zinsfuß, also kann dann dieser Ueberschuß im Gewinnste vertheilt werden, und jeder Inhaber einer Schuldverschreibung erhält im schlimmsten Falle sein eingelegtes Kapital mit Zinsen zurück, kann aber in einem günstigeren Falle auch noch bedeutend mehr daraus ziehen. Die Staatspapiere lauten, wie die Banknoten, auf den Inhaber, können also gerade wie diese für baares Geld im größeren Verkehr gebraucht werden, und da die Summen, auf welche sie lauten, sicher angelegt sind, und dem Inhaber noch Aussichten auf bedeutenden Gewinn geben, so werden sie oft sehr gesucht, und manchmal über ihren Nominalwerth bezahlt, fallen jedoch noch öfter unter denselben herunter. Es hängt dies von dem Staatscredit, den Zeitverhältnissen, dem ganzen Plane der Anleihe und ihrer Amortisationsweise (Tilgungsweise), so wie von manchen anderen Umständen ab. Der Stand der Staatspa-

piere wird ebenfalls in die Courszettel aufgenommen und dabei der Zinsfuß jedesmal mit angegeben.

§. 356.

Einige Courszettel.

1. Berlin.

Courszettel.	Briefe.	Geld.	Erklärung. Beständige Valuta.	Erklärung. Veränderliche Valuta.
Amsterdam	143⅜	—	100 Thlr. oder 250 Fl. holl. Cour.	143⅜ Thlr. pr. Cour.
Hamburg	151⅛	153¼	100 Thlr. oder 300 Mark Banco	151⅛ Thlr. „ „
London	6. 29⅛	6. 28⅞	1 Lstrl.	6 Thlr. 29⅛ Sgr. pr. Cour.
Paris	81⅜	—	300 Franken	81⅜ Thlr. pr. Cour.
Wien	104¾	104½	100 Thlr. Courant oder 150 Fl. in 20 Xr.	104¾ Thlr. „ „
Augsburg	104¼	104	100 Thlr. Augsb.	104¼ Thlr. „ „
Breslau	—	99 5/12	100 Thlr.	99 5/12 Thlr. „ „
Leipzig	103⅛	—	100 Thlr. Conv. Cour. oder 150 Fl. W. Z.	103⅛ Thlr. „ „
Frankfurt a. M.	103⅜	—	100 Thlr. W. G. oder 150 Fl. Conv. G.	103⅜ Thlr. „ „
Petersburg	30½	—	100 Rubel in Banknoten	30½ Thlr. „ „

Für Frankfurt a. M. ist 1 Karolin von 11 Fl. oder 7⅓ Thlr. im 24 Fl. Fuß = 9⅓ Fl. oder 6 2/11 Thlr. Wechselzahlung = 9⅙ Fl. oder 6⅙ Thlr. im 20 Fl. Fuß.

Fonds- und Geld-Cours.

	Zinsfuß.	Briefe.	Geld.	
Staatsschuldscheine	4	94	93½	
Preuß. engl. Anleihe 18	5	102	101⅝	d. h. vom Jahr 1818.
dito dito 22	5	101¾	101¼	„ „ „ 1822.
Preuß. engl. Obligat. 30	4	87⅞	87⅜	„ „ „ 1830.
Km. Obl. mit lauf. Coupons	4	93	—	Kurmärkische Obligationen mit laufenden Coupons.
Nm. Int. Sch. dito	4	93	—	Neumärkische Interimsscheine.
Berl. Stadtobligationen	4	95½	95	
Ostpr. Pfandbr.	4	99⅝	99⅜	
Pom. Pfandbr.	4	—	105⅛	
Alte holl. Ducaten		18¼	—	100 Thlr. in Duc. à 2¾ Thlr. gelten 118 Thlr. pr. Cour.
Neue dito		19¼	—	100 Thlr. in Duc. à 2¾ Thlr. gelten 119¼ Thlr. pr. Cour.
Friedrichsd'or		13⅝	13	100 Thlr. in Fr.d'or à 5 Thlr. gelten 113⅝ Thlr. pr. Cour.
Disconto		3	4	Wechseldisconto. (§. 341.)

In den folgenden Courszetteln ist die veränderliche Valuta bloß mit einem Sternchen (*) bezeichnet.

2. Amsterdam

zahlt auf		empfängt dafür
Madrid, Bilbao, Cadix, Sevilla	* 101½ Fl.	40 Wechselduc. von 375 Maravedis.
	oder eben so viele Grt. vls.	1 dergl.
Lissabon, Porto	* 35¾ Fl.	40 Cruſ. von 400 Reis.
	oder eben so viele Grt. vls.	1 dergl.
Neapel	* 78½ Fl.	40 Ducati di Regno.
	oder eben so viele Grt. vls.	1 dergl.
Livorno	* 95½ Fl.	40 Pezze oder Piaster.
	oder eben so viele Grt. vls.	1 dergl.
Genua	* 47¼ Fl.	100 Lire nuove.
Paris, Bordeaux	* 56½ Fl.	120 Francs.
	oder eben so viele Grt. vls.	3 dergl.
London	* 11⅘ Fl.	1 Lstrl.
	oder 36¼ ßl. vls.	1 dgl.
Hamburg	* 35 Fl.	40 Mk. Bco.
	oder eben so viele Stüver	2 dgl.
Wien, Augsburg	* 35⅜ Fl.	20 Thlr. oder 30 Fl. Conv. G.
	oder eben so viele Stüver	1 Thlr. dgl.
Frankfurt a. M.	* 36 Fl.	20 Thlr. oder 30 Fl. W. Z.
	oder eben so viele Stüver	1 Thlr. dgl.
Petersburg	* 10½ Fl.	20 Rbl. in Bco.-Not.
	oder eben so viele Stüver	1 dgl.

3. Frankfurt am Main

Amsterdam	* 138 Thlr. W. Z.	250 Fl. holl. Cour.
Augsburg	* 100⅛ Thlr. W. Z.	100 Thlr. oder 150 Fl. Conv. Cour.
Leipzig	* 99⅝ Thlr. W. Z.	
Wien	* 99⅞ Thlr. W. Z.	
Berlin	* 104¼ Xr. Münze	1 Thlr. preuß. Cour.
Bremen	* 110 Thlr. W. Z.	100 Thlr. Louisd'or à 5 Thlr.

zahlt auf		empfängt dafür
Hamburg	* $145\frac{5}{8}$ Thlr. W. Z.	300 Mk. Bco.
London	* 151 Thlr. W. Z.	$22\frac{1}{2}$ Lstrl.
	oder * 151 Batzen	1 dgl.
Paris, Lyon	* 79 Thlr. W. Z.	300 Francs.

Bei Wechselzahlungen werden 11 Fl. im 24 Fl. Fuß für $9\frac{1}{31}$, oder 55 Fl. = 46 Fl. Wechselgeld gerechnet, und 100 Thlr. oder Fl. im 20 Fl. Fuß = $100\frac{4}{11}$ Thlr. oder Fl. in Wechselgeld.

4. Genua.

Centesimi di Lira nuov.

London	* 2493	1 Lstrl.
Amsterdam	* 210	1 Fl. holl. Cour.
Hamburg	* $185\frac{1}{2}$	1 Mark Bco.
Augsburg, Wien, Triest	* $253\frac{3}{4}$	1 Fl. in 20 Xr.
Venedig	* $84\frac{1}{4}$	1 Lira austriaca.
Mailand	* $84\frac{2}{5}$	1 Lira austriaca.
Livorno	* $510\frac{1}{2}$	1 Pezza d'oro da 8 Reali.
Rom	* $525\frac{3}{4}$	1 Scudo romano.
Neapel	* 418	1 Ducato di Regno.
Messina, Palermo	* 1236	1 Oncia.
Lissabon	* 490	1000 Reis.
Cadix, Madrid	* 374	1 Piastro de 8 Reales de plata.
Frankreich	* $99\frac{1}{2}$	1 Franc.

5. Hamburg.

Amsterdam	* 106 Fl. Cour.	120 Mk. Bco.
	oder * $35\frac{1}{2}$ Fl.	40 „ „
	oder * $35\frac{1}{2}$ Stüver	2 „ „
Paris, Bordeaux	* $187\frac{1}{2}$ Francs	100 „ „
	oder 3 Francs	* $25\frac{3}{4}$ ßl. Bco.
Petersburg	* $9\frac{1}{2}$ ßl. Bco.	1 Rbl. in Banknoten.
London	* $13\frac{3}{4}$ Mark Bco.	1 Lstrl.
	oder * $36\frac{2}{3}$ ßl. vls.	1 dgl.

zahlt auf		empfängt dafür
Madrid, Cadix,	* $46\frac{1}{4}$ fl. Bco. oder * $93\frac{1}{2}$ Grt. vls.	1 Wechselduc. von 375 Maravedis de plata.
Lissabon, Porto	* $40\frac{3}{4}$ fl. Bco.	1 Milreis (1000 Reis)
	oder * $32\frac{3}{5}$ Grt. vls.	1 Crus. von 400 R.
Livorno	* $44\frac{1}{2}$ fl. Bco.	1 Pezza von $5\frac{3}{4}$ Lir.
Genua	* $185\frac{1}{2}$ Lir. nuov.	100 Mk. Bco.
Augsburg, Wien	* $147\frac{1}{2}$ Thlr. in 20 Xr.	100 Thlr. "
	oder * $147\frac{1}{2}$ Fl. in 20 Xr.	200 Mk. "
Frankfurr a. M.	* $147\frac{1}{8}$ Fl. W. Z.	200 Mk. "
	oder * $147\frac{1}{8}$ Thlr. W. Z.	100 Thlr. "
Breslau	* $151\frac{3}{4}$ Thlr. pr. Cour.	100 " "
Leipzig	* 148 Thlr. W. Z.	100 " "

6. Leipzig.

Amsterdam	* $136\frac{1}{4}$ Thlr.	100 Thlr. holl. Cour.
Augsburg	* $100\frac{1}{2}$ "	150 Fl. in 20 Xr.
Berlin	100 "	* $102\frac{3}{4}$ Thlr. pr. Cour.
Frankfurt a. M.	* $100\frac{3}{4}$ "	100 Thlr. W. G. den Carolin zu $6\frac{2}{15}$ Thlr. pro 11 Fl. im 24 Fl. Fuß.
Hamburg	* $147\frac{1}{2}$ "	300 Mark Banco.
London	* $6\frac{2}{3}$ "	1 Lstrl.
Paris	* 79 "	300 Francs.
Wien	* $100\frac{1}{4}$ "	150 Fl. in 20 Xr.

7. London.

Amsterdam	* 12 Fl. 6 Stüv. Cour. oder * 41 fl. vls.	1 Lstrl.
Hamburg	* 14 Mk. Bco. oder * $37\frac{1}{3}$ fl. vls.	1 dgl.
Paris, Bordeaux	* 25,65 Francs	1 dgl.
Berlin	* $6\frac{9}{10}$ Thlr. Cour.	1 dgl.
Frankfurt a. M.	* 154 Thlr. W. G.	$22\frac{1}{2}$ dgl.
	* 154 Batzen	1 dgl.
Petersburg	* $10\frac{1}{4}$ Pf. Sterl.	1 Rbl. in Bco.-Noten.

Aufl.

?	$437\frac{1}{2}$ Mk. Hamb. Bco.
3	1 Thlr.
100	149 Thlr. W. Z. in Frankfurt.

Antw. 217 Thlr. 17 Xr. 2 Pf. W. Z.

Wollte man das Resultat im 24 Fl. Fuß haben, so fände man in der Uebersicht der Münzen, unter Frankfurt a. M., daß $9\frac{1}{5}$ Thlr. W. Z. = 11 Thlr. im 24 Fl. Fuß und 2 Thlr. = 3 Fl. sind, also würde dann der Ansatz wie folgt:

?	$437\frac{1}{2}$ Mk. Hamb. Bco.
3	1 Thlr.
100	149 Thlr. W. Z. in Frankfurt
$9\frac{1}{5}$	11 Thlr. im 24 Fl. Fuß
2	3 Fl.

Antw. 779 Fl. 24 Xr. 3 Pf. im 24 Fl. Fuß.

5. 1600 Thlr. in Fr.d'or in Berlin betragen wie viel Gulden holl. Cour., wenn der Cours von Berlin auf Amsterdam $142\frac{1}{8}$ steht, und das Gold in Berlin $13\frac{1}{2}$ Proc. besser steht als Courant?

Aufl.

?	1600 Thlr. in Fr.d'or.
100	$113\frac{1}{2}$ Thlr. Cour.
$142\frac{1}{8}$	250 Fl. holl. Cour.

Antw. 3194 Fl. 16 Stüv. 3 Pf. holl. Cour.

6. Wie steht der Cours zwischen Berlin und Frankfurt a. M., wenn für $429\frac{1}{8}$ Thlr. preuß. Cour. 750 Fl. Münze (d. h. im 24 Fl. Fuß) in Frankfurt a. M. bezahlt werden?

Aufl. ? | 1 pr. Thlr.
153 | 300 Mark Bco.

Antw. 1 Mk. 15 ßl. 4 Pf. Bco. in Hamburg, wo der Bruch $\frac{8}{17}$ Pf. weggelassen ist, da er weniger als $\frac{1}{2}$ Pf. beträgt. — Wollte man das Hamburger Banco-Geld noch in Courant verwandeln, und es wäre gegeben, daß das Courant 23 Proc. schlechter steht, als das Banco-Geld, so erhielte man folgenden Ansatz:

? | 1 Thlr. pr. Cour.
153 | 300 Mk. Hamb. Bco.
100 | 123 Mk. Hamb. Cour.

Antw. 2 Mk. 8 ßl. 6 Pf. Cour. in Hamburg.

2. Wie viel gilt 1 Franc in preuß. Cour., wenn der Cours zwischen Paris und Berlin $81\frac{1}{2}$ steht?

Aufl. ? | 1 Frc.
300 | $81\frac{1}{2}$ Thlr.
1 | 30 Sgr.

Antw. 8 Sgr. 2 Pf. preuß. Cour.

Anmerkung. Aus den Courszetteln ist zu ersehen, daß in (Nr. 1.) 300 Mark Bco, in (Nr. 2.) 300 Francs die beständige Valuta ist.

3. Jemand kauft in Paris einen Wechsel auf Amsterdam, zum Werthe von 1500 Fl. holl. Cour.; wie viel muß er dafür bezahlen, wenn der Cours 56 Gr. vls. holl. Cour. steht?

Aufl. ? | 1500 Fl. holl. Cour.
1 | 40 Gr. vls. Bco.
56 | 3 Frs.

Antw. 3214 Frs. 29 Cent.

4. Wie viel betragen $437\frac{1}{2}$ Mk. Hamb. Bco. in Frankf. a. M., wenn der Cours 149 Proc. steht (d. h. wenn für 100 Thlr. Hamb. Bco. 149 Thlr. W. Z. in Frankfurt a. M. gegeben werden)?

Aufl.	?	$437\frac{1}{2}$ Mk. Hamb. Bco.
	3	1 Thlr.
	100	149 Thlr. W. Z. in Frankfurt.
Antw.		217 Thlr. 17 Xr. 2 Pf. W. Z.

Wollte man das Resultat im 24 Fl. Fuß haben, so fände man in der Uebersicht der Münzen, unter Frankfurt a. M., daß $9\frac{1}{5}$ Thlr. W. Z. = 11 Thlr. im 24 Fl. Fuß und 2 Thlr. = 3 Fl. sind, also würde dann der Ansatz wie folgt:

	?	$437\frac{1}{2}$ Mk. Hamb. Bco.
	3	1 Thlr.
	100	149 Thlr. W. Z. in Frankfurt
	$9\frac{1}{5}$	11 Thlr. im 24 Fl. Fuß
	2	3 Fl.
Antw.		779 Fl. 24 Xr. 3 Pf. im 24 Fl. Fuß.

5. 1600 Thlr. in Fr.d'or in Berlin betragen wie viel Gulden holl. Cour., wenn der Cours von Berlin auf Amsterdam $142\frac{1}{8}$ steht, und das Gold in Berlin $13\frac{1}{2}$ Proc. besser steht als Courant?

Aufl.	?	1600 Thlr. in Fr.d'or.
	100	$113\frac{1}{2}$ Thlr. Cour.
	$142\frac{1}{8}$	250 Fl. holl. Cour.
Antw.		3194 Fl. 16 Stüv. 3 Pf. holl. Cour.

6. Wie steht der Cours zwischen Berlin und Frankfurt a. M., wenn für $429\frac{1}{8}$ Thlr. preuß. Cour. 750 Fl. Münze (d. h. im 24 Fl. Fuß) in Frankfurt a. M. bezahlt werden?

Aufl.	?	150 Fl. W. Z.
	$9\frac{1}{5}$	11 Fl. Mz.
	750	$429\frac{1}{8}$ Thlr. preuß. Cour.

Antw. $102\frac{5}{8}$ Thlr. preuß. Cour.

150 Fl. W. Z. ist nämlich die beständige Währung zwischen Frankfurt und Berlin, und nach der Uebersicht der Münzen ist 1 Karolin von 11 Fl. Mz. = $9\frac{1}{5}$ Fl. W. Z.; der veränderliche Cours ist demnach $102\frac{5}{8}$ Thlr. preuß. Cour.

7. Was betragen 412 Mark Hamb. Cour. in Frankfurter Fl. Wechselzahlung, wenn Hamb. Cour. 16 Proc. schlechter steht als Hamb. Bco. und der Cours von Hamburg auf Frankfurt 146 Proc. steht?

Aufl.	?	412 Mk. Hamb. Cour.
	116	100 „ „ Bco.
	3	1 Thlr. Bco.
	100	146 Thlr. W. Z. in Frankfurt
	2	3 Fl. W. Z. in Frankfurt.

Antw. 259 Fl. $16\frac{1}{2}$ Xr.

8. Leipzig remittirt nach London à $6\frac{1}{3}$ Thlr. pro 1 L. Sterl. und läßt sich dagegen Amsterdamer Briefe kommen, welche daselbst 40 ßl. vls. holl. für 1 L. Sterl. zu stehen kommen; wie hoch kommen diese Briefe in Leipzig zu stehen, d. h., wie rendirt der Cours zwischen Leipzig und Amsterdam?

Aufl.	?	100 Thlr. holl. Cour.
	1	$8\frac{1}{3}$ ßl. vls. holl.
	40	$6\frac{1}{3}$ Thlr. in Leipzig.

Antw. 131 Thlr. $22\frac{2}{3}$ Gr. in Leipzig.

Daß 1 Thlr. in Amsterdam $8\frac{1}{3}$ ßl. vls. macht, kann man

13. London trassirt für Berliner Rechnung auf Hamburg 9500 Lstrl. à 34 ßl. 8 Gr. vls. Berlin kauft Amsterdamer Briefe zu 144, schickt sie nach Hamburg, wo sie zu $34\frac{1}{2}$ Stüv. berechnet werden; wie viel kostet die Tratte von London in preuß. Cour.?

Aufl.		
	?	9500 Lstrl.
	1	$34\frac{2}{3}$ ßl. vls.
	8	3 Mk.
	2	$34\frac{1}{2}$ Stüv.
	20	1 Fl. holl.
	250	144 Thlr. preuß. Cour.

Antw. 61354 Thlr. 24 Sgr. preuß. Cour.

§. 359. Wir haben bisher nur solche Beispiele behandelt, in denen nicht noch besondere Unkosten, die beim Wechselhandel Spesen genannt werden, in Rechnung kamen. Außer dem (§. 347.) erklärten Mäklerlohn (Courtage, Sensarie), giebt es noch die Provision, d. i. die Belohnung, die ein Kaufmann dem andern giebt, wenn dieser auf die Ordre des erstern einen Wechsel kauft, verkauft, in Empfang nimmt oder auszahlt; dann Unkosten wegen Briefporto, Protest u. dergl. Courtage und Provision sind stets dem Betrag des Wechsels proportionirt, und werden deshalb nach Procenten desselben bestimmt; dagegen die übrigen Kosten vom Werthe des Wechsels unabhängig sind; erstere können also unter die übrigen Glieder des Kettensatzes aufgenommen werden, dagegen letztere besonders in Rechnung gebracht werden müssen. So verlangt es die Theorie. Da indessen in der Praxis nicht eine völlige Genauigkeit verlangt wird, so kann man auch die unproportionirten Spesen nach einem oberflächlichen Ueberschlag in Procenten des ganzen Betrags in Rechnung bringen, also ebenfalls in den Kettensatz aufnehmen.

§. 360. Die Spesen werden entweder aus der Summe selbst, von welcher sie Spesen sind, oder besonders aus der Kasse bezahlt. Wenn ich z. B. Wechselbriefe für 100 Thlr. verkaufe und dabei 1 Thlr. Spesen zu zahlen habe, so geht von den erhaltenen 100 Thlr. 1 Thlr. ab, so daß ich also nur noch 99 Thlr. erhalte. Wenn ich

aber Wechselbriefe für 100 Thlr. kaufe und 1 Thlr. Spesen zu zahlen habe, so bezahle ich 100 Thlr. für den Wechsel und außerdem noch 1 Thlr. Spesen, also kommt mir der Wechsel 101 Thlr. zu stehen. Im ersten Falle betragen also die Spesen 1 Proc. in Hundert, im andern Falle 1 Proc. auf Hundert. Werden überhaupt die Spesen beim Verkauf noch besonders bezahlt, d. h. nicht von der, für den verkauften Wechsel erhaltenen Summe, so müssen sie auf Hundert gerechnet werden; werden sie aber aus der erhaltenen Summe bezahlt, so müssen sie in Hundert berechnet werden. Im Falle eines Verkaufs will man durch die Berechnung erfahren, wie viel man für das verkaufte Gut an Geld erhalte; durch die Berechnung eines Einkaufs sucht man, wie hoch das angekaufte Gut zu stehen komme. Je mehr die Spesen betragen, desto weniger erhält der Verkäufer an baarem Gelde, und desto mehr muß der Käufer bezahlen. Also muß der Verkäufer, in dem Falle, daß die Spesen 1 Proc. betragen, das Glied 100 : 99, der Käufer dagegen, das Glied 100 : 101 in den Kettensatz aufnehmen.

14. Hamburg sendet nach Leipzig 800 Stück holl. Randducaten, läßt sie daselbst zu $2\frac{3}{4}$ Thlr. mit 12 Proc. Agio verkaufen und den Betrag zu 145 remittiren. Wenn die Spesen in Leipzig für Provision, Courtage rc. $\frac{1}{2}$ Proc. betragen, wie viel wird Hamburg nach Abzug der Spesen wieder erhalten?

Aufl. ?	800 Duc.
1	$2\frac{3}{4}$ Thlr. in Duc.
100	112 Thlr. Conv. Cour.
145	100 Thlr. Hamb. Bco.
1	3 Mk. Bco.
100	$99\frac{1}{2}$ weg. Spesen in Leipzig.

Antw. 5072 Mk. 7 ßl.

Weil gefragt wird, wie viel Hamburg erhalten werde, so muß die größere Zahl des Verhältnisses, durch welches die Spesen ausgedrückt werden, in das Divisionsfach, die kleinere in das Multiplicationsfach gesetzt werden; und da in Leipzig die Spesen vom Be-

13. London trassirt für Berliner Rechnung auf Hamburg 9500 Lstrl. à 34 ßl. 8 Gr. vls. Berlin kauft Amsterdamer Briefe zu 144, schickt sie nach Hamburg, wo sie zu $34\frac{1}{2}$ Stüv. berechnet werden; wie viel kostet die Tratte von London in preuß. Cour.?

Aufl.	
?	9500 Lstrl.
1	$34\frac{2}{3}$ ßl. vls.
8	3 Mk.
2	$34\frac{1}{2}$ Stüv.
20	1 Fl. holl.
250	144 Thlr. preuß. Cour.

Antw. 61354 Thlr. 24 Sgr. preuß. Cour.

§. 359. Wir haben bisher nur solche Beispiele behandelt, in denen nicht noch besondere Unkosten, die beim Wechselhandel Spesen genannt werden, in Rechnung kamen. Außer dem (§. 347.) erklärten Mäklerlohn (Courtage, Sensarie), giebt es noch die Provision, d. i. die Belohnung, die ein Kaufmann dem andern giebt, wenn dieser auf die Ordre des erstern einen Wechsel kauft, verkauft, in Empfang nimmt oder auszahlt; dann Unkosten wegen Briefporto, Protest u. dergl. Courtage und Provision sind stets dem Betrag des Wechsels proportionirt, und werden deshalb nach Procenten desselben bestimmt; dagegen die übrigen Kosten vom Werthe des Wechsels unabhängig sind; erstere können also unter die übrigen Glieder des Kettensatzes aufgenommen werden, dagegen letztere besonders in Rechnung gebracht werden müssen. So verlangt es die Theorie. Da indessen in der Praxis nicht eine völlige Genauigkeit verlangt wird, so kann man auch die unproportionirten Spesen nach einem oberflächlichen Ueberschlag in Procenten des ganzen Betrags in Rechnung bringen, also ebenfalls in den Kettensatz aufnehmen.

§. 360. Die Spesen werden entweder aus der Summe selbst, von welcher sie Spesen sind, oder besonders aus der Kasse bezahlt. Wenn ich z. B. Wechselbriefe für 100 Thlr. verkaufe und dabei 1 Thlr. Spesen zu zahlen habe, so geht von den erhaltenen 100 Thlr. 1 Thlr. ab, so daß ich also nur noch 99 Thlr. erhalte. Wenn ich

oder Wechselbriefe für 100 Thlr. kaufe und 1 Thlr. Spesen zu zahlen habe, so bezahle ich 100 Thlr. für den Wechsel und außerdem noch 1 Thlr. Spesen, also kommt mir der Wechsel 101 Thlr. zu stehen. Im ersten Falle betragen also die Spesen 1 Proc. in Hundert, im andern Falle 1 Proc. auf Hundert. Werden überhaupt die Spesen beim Verkauf noch besonders bezahlt, d. h. nicht von der, für den verkauften Wechsel erhaltenen Summe, so müssen sie auf Hundert gerechnet werden; werden sie aber aus der erhaltenen Summe bezahlt, so müssen sie in Hundert berechnet werden. Im Falle eines Verkaufs will man durch die Berechnung erfahren, wie viel man für das verkaufte Gut an Geld erhalte; durch die Berechnung eines Einkaufs sucht man, wie hoch das angekaufte Gut zu stehen komme. Je mehr die Spesen betragen, desto weniger erhält der Verkäufer an baarem Gelde, und desto mehr muß der Käufer bezahlen. Also muß der Verkäufer, in dem Falle, daß die Spesen 1 Proc. betragen, das Glied 100 : 99, der Käufer dagegen, das Glied 100 : 101 in den Kettensatz aufnehmen.

14. Hamburg sendet nach Leipzig 800 Stück holl. Randducaten, läßt sie daselbst zu $2\frac{3}{4}$ Thlr. mit 12 Proc. Agio verkaufen und den Betrag zu 145 remittiren. Wenn die Spesen in Leipzig für Provision, Courtage ꝛc. $\frac{1}{2}$ Proc. betragen, wie viel wird Hamburg nach Abzug der Spesen wieder erhalten?

Aufl. ?	800 Duc.
1	$2\frac{3}{4}$ Thlr. in Duc.
100	112 Thlr. Conv. Cour.
145	100 Thlr. Hamb. Bco.
1	3 Mk. Bco.
100	$99\frac{1}{2}$ weg. Spesen in Leipzig.

Antw. 5072 Mk. 7 ßl.

Weil gefragt wird, wie viel Hamburg erhalten werde, so muß die größere Zahl des Verhältnisses, durch welches die Spesen ausgedrückt werden, in das Divisionsfach, die kleinere in das Multiplicationsfach gesetzt werden; und da in Leipzig die Spesen vom Be-

trage des Wechsels genommen werden; so müssen sie in Hundert berechnet werden.

15. Hamburg giebt Ordre, in Leipzig 800 Stück holl. Randducaten mit 12 Proc. Agio zu kaufen und den Betrag auf sich à 145 zu trassiren. Wenn die Leipziger Spesen $\frac{1}{2}$ Proc. betragen, wie viel wird Hamburg bezahlen müssen?

Aufl.	?	800 Duc.
	1	$2\frac{3}{4}$ Thlr. in Duc.
	100	112 Thlr. Conv. Cour.
	145	100 Thlr. Hamb. Bco.
	1	3 Mk. Bco.
	100	$100\frac{1}{2}$ wegen der Spesen in Leipzig.

Antw. 5123 Mk. 6 ßl. 8 Pf. Bco.

Weil es sich hier frägt, wie viel der Hamburger zu bezahlen habe, so muß die größere Zahl des Verhältnisses, welches die Spesen ausdrückt, in das Multiplicationsfach gesetzt werden; und da die Spesen in Leipzig zu dem ganzen Betrag des Wechsels gerechnet werden, so müssen sie auf Hundert gerechnet werden.

16. Es sei alles wie in der 14. Aufgabe, mit dem Unterschiede, daß, außer den Spesen in Leipzig, auch noch 1 Proc. Spesen in Hamburg bezahlt werden.

Aufl. Da diese Hamburger Spesen vom Verkäufer besonders bezahlt werden, so müssen sie auf Hundert berechnet werden; für jede 100 Mk., die er bekommt, muß er also, dieser Hamburger Spesen wegen, 101 Mk. wiedergeben. Gesetzt nun, man hätte berechnet, was der Hamburger für die 800 Duc. bezahlen müßte, wenn er keine Spesen zu bezahlen hätte, und bezeichne diese Summe durch den Buchstaben S; so betragen die Leipziger Spesen $\frac{\frac{1}{2}}{100} \cdot S = \frac{1}{200} \cdot S$; die Hamburger Spesen betragen $\frac{1}{101} \cdot S$; also sämmtliche Spesen $(\frac{1}{200} + \frac{1}{101}) \times S = \frac{301}{20200} \cdot S$. Also hat der Ham-

burger überhaupt die Summe $S + \frac{301}{20200} . S$, d. i. $\frac{20501}{20200} \times S$ zu bezahlen; daher muß man im Kettensatze 20501 ins Multiplicationsfach, 20200 aber ins Divisionsfach setzen, woraus sich dann folgender Ansatz ergiebt:

?	800 Duc.
1	$2\frac{3}{4}$ Thlr. in Duc.
100	112 Thlr. Conv. Cour.
145	100 Thlr. Hamb. Bco.
1	3 Mk. Bco.
20200	20501 wegen sämmtlicher Spesen.

Antw. 5173 Mk. 13 ßl. 3 Pf.

17. In Turin kostet 1 Pfd. Seide $21\frac{1}{4}$ Lire, Ausfuhrzoll daselbst beträgt 8 Proc., Fracht bis Berlin $2\frac{1}{2}$ Proc. Der Betrag kann über Augsburg à 44 Soldi entnommen werden (d. h. für die feste Valuta von 1 Fl. in Augsburg); diesen bezahlt Berlin zu 105. Wie hoch kommt demnach 1 Berl. Pfund, wenn das Turiner Gewicht 27 Proc. leichter ist?

Aufl.

?	1 Pfd. Berl. Gew.
100	127 Pfd. Turin. Gew.
1	$21\frac{1}{4}$ Lire
1	20 Soldi
44	1 Fl. in Augsburg
150	105 Thlr. pr. Cour.
100	$110\frac{1}{2}$ wegen Unkosten.

Antw. 9 Thlr. 14 Sgr. 7 Pf. pr. Cour.

Es ist einleuchtend, daß Ausfuhrgebühren und Fracht einzig und allein sich nach der Größe des Gewichts der Waare richten müssen, und deshalb erst nachträglich auf Procente vom ganzen Betrag der Waare reducirt werden können. Es ist aber natürlich, die Aufgabe so zu verstehen, daß diese Procente sich nur auf den Ankaufspreis der Waare, und nicht auch noch auf die übrigen Unkosten der Waare beziehen; dann betragen sie aber offenbar $\frac{8}{100} + \frac{2\frac{1}{2}}{100}$, d. h. $\frac{10\frac{1}{2}}{100}$

welche ich bezahlt habe. Ein Beispiel wird die Wichtigkeit dieser Bemerkung deutlich machen:

Ich kaufe 1000 engl. Sovereigns zu $6\frac{2}{3}$ Thlr. und verkaufe sie wieder das Stück zu $6\frac{3}{4}$ Thlr.; wie viel habe ich daran gewonnen oder verloren?

Um diese Frage zu beantworten, könnte man nun zwar berechnen, wie viel Thaler man für die 1000 Sov. gegeben hat, und nachher noch besonders finden, wie viel Thaler man dafür erhalten hat, so fände man in Thalern den Gewinn oder Verlust sehr leicht. Wollte man aber wissen, wie viele Sovereigns man gewonnen oder verloren habe, so müßte die gefundene Zahl Thaler noch in Sovereigns reducirt werden, und zwar den Sovereign zu dem Einkaufspreise, $6\frac{2}{3}$ Thlr., gerechnet. Man erhielte dann:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 6\frac{2}{3} \\ \hline \text{Einkauf } 6666\frac{2}{3} \text{ Thlr.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000 \\ 6\frac{3}{4} \\ \hline \text{Verkauf } 6750 \text{ Thlr.} \\ \text{Einkauf } 6666\frac{2}{3} \\ \hline \text{Gewinn } 83\frac{1}{3} \text{ Thlr.} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ? & 83\frac{1}{3} \text{ Thlr.} \\ 6\frac{2}{3} & 1 \text{ Sov.} \\ \hline \multicolumn{2}{r}{\text{Antw. } 12\frac{1}{2} \text{ Sov.}} \end{array}$$

Auf 1000 Sov., die ich weggegeben, habe ich also $12\frac{1}{2}$ Sov. gewonnen.

Allein die Rechnung läßt sich kürzer durch den Kettensatz ausführen, welches besonders für die zusammengesetzteren Aufgaben nöthig ist, wie wir hernach zeigen werden.

Man kann bei dem Ansatze entweder suchen, wie viel Sovereigns ich für die weggegebenen 1000 Sov. bekomme, oder aber, wie viel Sovereigns ich für die erhaltenen 1000 Sov. bezahle; beidemal ist die Reduction der Thaler in Sovereigns mit inbegriffen. Auf die erste Art erhält man folgenden Ansatz:

wie

wie viel Sov. bekomme ich für	1000 Sov., die ich weggegeben,
wenn ich für weggegebenen Sov. 1	$6\frac{3}{4}$ Thlr. bekomme,
und für weggegebene Thlr. $6\frac{2}{3}$	1 Sov. bekomme.

Antw. $1012\frac{1}{2}$ Sov.

bekomme ich für die 1000 Sov., die ich weggegeben; folglich gewinne ich an meinen 1000 Sov. $12\frac{1}{2}$ Sov.

Die andere Art giebt folgenden Ansatz:

wie viel Sov. bezahle ich für	1000 Sov., die ich bekomme,
wenn ich für empfangenen Sov. 1	$6\frac{2}{3}$ Thlr. gebe,
und für empfangene Thlr. $6\frac{3}{4}$	1 Sov. weggebe.

Antw. $987\frac{53}{81}$ Sov.

bezahle ich für die 1000 Sov., die ich erhalten; folglich gewinne ich, nicht auf 1000 Sov., sondern auf $987\frac{53}{81}$ Sov., die ich weggegeben, $1000 - 987\frac{53}{81}$ Sov. oder $12\frac{28}{81}$ Sov. Will man aber wissen, wie viel an 1000 Sov. gewonnen werden, so könnte man dies durch die Regel de tri finden, nämlich:

wie viel gewinnt man an	1000 Sov.
wenn an Sov. $987\frac{53}{81}$	$12\frac{28}{81}$ Sov. gewonnen werden.

Antw. $12\frac{1}{2}$ Sov.

welches mit dem ersten Resultate genau übereinstimmt.

Hieraus sieht man, daß die erste Berechnung sogleich das verlangte Resultat giebt, da hingegen die andere Berechnung noch eine zweite Rechnung erfordert, um zu finden, was man an dem wirklich früher besessenen Gelde gewonnen habe. Man wird daher die erste Art der Berechnung vorziehen, und suchen, wie viel man für das weggegebene Geld in derselben Münzsorte wieder erhält.

Um nun zu zeigen, wie die oben erwähnten 4 Fragen zu beantworten sind, stellen wir folgende Aufgabe:

18. Hamburg kauft 1000 Ducaten zu 6 Mk. 4 ßl. Bco., schickt sie nach Berlin, wo sie zu 3 Thlr. 5 Sgr. verkauft werden. Berlin remittirt den Betrag zurück nach Hamburg zu 155; die Spesen betragen $1\frac{1}{2}$ Proc. in Hamburg, 1 Proc. in Berlin. Wie viel gewinnt oder verliert Hamburg

1) an sämmtlichen 1000 Duc. und zwar in Duc.?
2) an sämmtlichen 1000 Duc. in Mark Hamb. Bco.?
3) am Course?
4) pro cento?

Aufl. 1) Um den Gewinn oder Verlust an sämmtlichen 1000 Duc. in derselben Münzsorte zu finden, setze man:

wie viel Duc. bekommt Hamb. für	1000 Duc., die Hamb. gegeben,
wenn für weggegebenen Duc. 1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour. erhalten,
und für gegebene Thlr. 155	300 Mk. Bco. erhalten,
und für gegebene Mk. $6\frac{1}{4}$	1 Duc. erhalten wird.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. $956\frac{2180}{6293}$ Duc.

bekommt Hamburg für 1000 Duc., die es gegeben, folglich hat Hamburg $1000 - 956\frac{2180}{6293} = 43\frac{4113}{6293}$ Duc. Verlust.

Berechnete man die beiden ersten Glieder des Kettensatzes, nämlich:

?	1000 Duc.
Duc. 1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. preuß. Cour.

so fände man, wie viel Thaler pr. Cour. man für die 1000 Duc. bekommt; die folgenden Glieder des Kettensatzes sind also bloß wegen der Reduction der Thaler in Ducaten da; weil nun aber außer den 1000 Duc. noch zwei Glieder mit der Benennung Ducaten vorkommen, so folgt aus dieser Bemerkung, daß man als erstes Glied des Divisionsfachs dasjenige dieser beiden Glieder nehmen muß, welches die gegebene, nicht empfangene, Summe anzeigt; da die Ducaten zu $3\frac{1}{6}$ Thlr. verkauft wurden, so hat man 1 Duc. gege-

ben für $3\frac{1}{6}$ Thlr., die man empfangen; da aber Hamburg die Ducaten zu $6\frac{1}{4}$ Mk. gekauft hat, so hat es 1 Duc. bekommen für $6\frac{1}{4}$ Mk., die es gegeben. Was die Spesen anbetrifft, so werden die in Hamburg besonders bezahlt, d. h. nicht aus dem Betrag der 1000 Duc., folglich erhält Hamburg für jede $101\frac{1}{2}$ Duc. nur 100, oder es bezahlt $\frac{1\frac{1}{2}}{101\frac{1}{2}} = \frac{3}{203}$ Spesen; die Berliner Spesen müssen aus dem ganzen Betrage bezahlt werden, folglich erhält Hamburg für jede gegebene 100 Duc. nur 99, oder diese Spesen betragen $\frac{1}{100}$, also ist der Betrag sämmtlicher Spesen $\frac{3}{203} + \frac{1}{100} = \frac{503}{20300}$ des ganzen Betrags oder für gegebene 20300 Duc. bekommt Hamburg zurück 20300 — 503, d. h. 19797 Duc. Allerdings erschweren diese Zahlen die Rechnung bedeutend; allein ein ganz genaues Resultat läßt sich nur auf diese Weise erhalten; fordert man nicht völlige Genauigkeit, so kann man sagen, daß im Ganzen 1 + $1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ Proc. Spesen sind, und diese entweder durch die Glieder $102\frac{1}{2} : 100$, oder durch die andern $100 : 97\frac{1}{2}$ in Rechnung bringen; oder man setzt an den Kettensatz, wie es gewöhnlich geschieht, noch die beiden Glieder:

$$101\frac{1}{2} : 100$$
$$100 : 99$$

welches, wenn man gegenseitig hebt,

$$203 : 198$$

giebt, welches von der Wahrheit um $\frac{41}{277350}$ differirt.

2) Um nun zu finden, wie viel an den 1000 Duc. in Mark Hamb. Bco. gewonnen oder verloren sei, reducirt man sie nach dem Einkaufspreise in Mark Hamb. Bco.; dann reducirt man sie aber auch noch nach dem Verkaufspreise in Mark; ein Ueberschuß des erstern Resultats über das letztere

zeigt einen Verlust an, ein Ueberschuß des letzten Resultats über das erstere einen Gewinn, wie dies von selbst einleuchtet.

Einkauf der Ducaten.

1000 Duc. à $6\frac{1}{4}$ Mk. Hamb. Bco.

6000
250

6250 Mk. Hamb. Bco. kosten die 1000 Duc.

Verkauf der Ducaten.

?	1000 Duc.
1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.
155	300 Mk. Hamb. Bco.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. $5977\frac{1039}{6293}$ Mk. Hamb. Bco.

Einkauf . . . 6250 Mk.
Verkauf . . . $5977\frac{1039}{6293}$ "

Verlust . . . $272\frac{5254}{6293}$ Mk.

Anmerkung. Reducirt man den oben in (Nr. 1.) gefundenen Verlust von $43\frac{4113}{6293}$ Duc. nach dem Einkaufspreis zu $6\frac{1}{4}$ Mark in Mark, so erhält man genau dasselbe Resultat, nämlich:

$43\frac{4113}{6293}$
$6\frac{1}{4}$

258
$3\frac{5799}{6293}$
$10\frac{3}{4}$
$\frac{4113}{25172}$

$272\frac{5254}{6293}$ Mk.

25172

23196
18879
4113
46188
25172

$\frac{21016}{25172} = \frac{5254}{6293}$

3) Um zu finden, wie viel an dem Course, d. h. an der beständigen Valuta, gewonnen oder verloren sei, beachte man, ob man diese beständige Valuta empfangen, d. i. gekauft, oder weggegeben, d. i. verkauft, habe; im ersten Falle suche

man, wie viel man bei dem Verkaufe wieder für diese beständige Valuta in der Münzsorte der veränderlichen Valuta erhalten habe; im andern Falle suche man, wie viel man bei dem Einkaufe für diese beständige Valuta in der Münzsorte der veränderlichen Valuta gegeben habe. In beiden Fällen wird sich der Gewinn oder Verlust durch eine leichte Subtraction ergeben. Hamburg hat den Ducaten zu dem Course $6\frac{1}{4}$ Mk. gekauft; 1 Duc. ist also hier die beständige, $6\frac{1}{4}$ Mk. die veränderliche Valuta; man wird also suchen, wie viel Hamburg bei dem Verkaufe der Ducaten für 1 Duc. in Mk. Bco. erhalten hat, und setzt daher:

?	1 Duc.
Duc. 1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.
Thlr. 155	300 Mk. Bco.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. 5 Mk. $15\frac{19969}{31465}$ ßl.

bekommt Hamburg für 1 Duc., und da es 6 Mk. 4 ßl. dafür gegeben hat, so verliert es:

	6 Mk.	4	ßl.
subtrah.	5 "	$15\frac{19969}{31465}$	"
Verlust	— Mk.	$4\frac{11496}{31465}$	ßl.

an jedem Ducaten.

Da das Resultat des Kettensatzes hier angiebt, wie viel Hamburg für 1 Duc. empfängt; so muß die größere Zahl des, die Spesen ausdrückenden Verhältnisses in das Divisionsfach gesetzt werden, denn, je mehr Spesen, desto weniger bekommt Hamburg für jeden Ducaten.

Hamburg bekommt aber auch die beständige Valuta von 300 Mk. Bco. für die veränderliche von 155 Thlr. pr. Cour.; will man also erfahren, wie viel Hamburg in preuß. Courant auf jede 300 Mk. Hamb. Bco. gewinnt oder verliert, so suche man, wie viel Hamburg,

bei dem Rückwechsel, für die 300 Mk. wieder erhält; dies giebt folgenden Ansatz:

	300 Mk. Bco.
Mk. $6\frac{1}{4}$	1 Duc.
Duc. 1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. $148\frac{1186}{5075}$ Thlr. pr. Cour.

bekommt Hamburg für 300 Mk. Bco.; Hamburg bezahlt aber durch den geraden Wechsel 155 Thlr. pr. Cour. für 300 Mk. Bco.

Gegeben	155	Thlr. pr. Cour.
Erhalten	$148\frac{1186}{5075}$	„ „ „
Verlust	$6\frac{3889}{5075}$	Thlr. pr. Cour.

auf jede 300 Mk. Bco.

Hamburg verkauft ferner den Ducaten zu $3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.; es kann daher auch gefragt werden, wie viel Thaler preuß. Cour. Hamburg für 1 Duc. bezahlt, und daraus der Gewinn oder Verlust auf 1 Duc. in preuß. Cour. gefunden werden. Man hat dann:

	1 Duc.
Duc. 1	$6\frac{1}{4}$ Mk. Bco.
Mk. Bco. 300	155 Thlr. pr. Cour.
19797	20300 wegen Spesen.

Antw. 3 Thlr. $9\frac{13319}{39594}$ Sgr. pr. Cour.

bezahlt Hamburg für 1 Duc.; und da es 1 Duc. zu 3 Thlr. 5 Sgr. verkaufte, so hat es auf jeden Ducaten $4\frac{13319}{39594}$ Sgr. Verlust. Da hier gesucht wurde, wie viel Hamburg für 1 Duc. bezahlt, so mußte die größere Zahl des, die Spesen ausdrückenden Verhältnisses in das Multiplicationsfach gesetzt werden, denn, je mehr Spesen, desto mehr muß Hamburg für 1 Duc. bezahlen.

4) Um endlich noch zu finden, wie viel Proc. gewonnen oder verloren wird, suche man, wie viel man für ausgegebene

100 wieder empfangen. Da hiedurch bloß das Verhältniß des Gegebenen zu dem Empfangenen bestimmt wird, so ist es gleichgültig, in welcher Münzsorte die Rechnung geführt wird; denn wenn man z. B. für 100 gegebene Thaler 99 Thlr. wieder empfängt, so erhält man für 100 weggegebene 30stel Thaler (d. h. Sgr.) auch wieder 99 30stel Thaler (Sgr.); und wenn z. B. der Cours zwischen Berlin und Hamburg zu 155 Thlr. in Rechnung gebracht wird, so wäre 1 Thlr. $= \frac{300}{155}$ Mk. anzusehen; empfinge man nun für 100 gegebene Thaler 99 Thlr. zurück, so erhielte man für $100 . \frac{300}{155}$ Mk., die man gegeben, $99 . \frac{300}{155}$. Mk. zurück, d. h. für 100 Mk. wieder 99 Mk. u. s. w. Man setze also zur Lösung dieser Aufgabe:

1)	100 Duc.
Duc. 1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.
Thlr. 155	300 Mk.
Mk. $6\frac{1}{4}$	1 Duc.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. $95\frac{16169}{31465}$ Duc.

erhält Hamburg wieder für 100 weggegebene Duc.; also hat Hamburg $4\frac{15296}{31465}$ Proc. Verlust. Oder:

2)	100 Mk. Bco.
$6\frac{1}{4}$	1 Duc.
1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.
155	300 Mk. Bco.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. $95\frac{16169}{31465}$ Mk. Bco.

welches mit der ersten Auflösung übereinstimmt; oder:

3)

	100 Thlr. pr. Cour.
155	300 Mk. Bco.
$6\frac{1}{4}$	1 Duc.
1	$3\frac{1}{6}$ Thlr. pr. Cour.
20300	19797 wegen Spesen.

Antw. $95\frac{16169}{31465}$ Thlr. pr. Cour.

also wird auch der Verlust eben so viel Procente betragen, als in der ersten Auflösung gefunden wurde.

Suchte man hier wieder, wie viel man für empfangene 100 gegeben habe, so fände man nicht, wie viel Proc. gewonnen oder verloren sei, sondern die Differenz der 100 und der so gefundenen Zahl würde nur anzeigen, wie viel an dieser letzteren gewonnen oder verloren sei, wie dies oben schon ausführlich erklärt ist.

19. Amsterdam trassirt auf Paris 3000 Frs. à 56 Gr. vls. holl. Cour., remittirt den Betrag nach London à 37 fl. vls. holl. und von da nach Paris à 25 Frs.; sämmtliche Spesen betragen 1 Proc. Wie viel wird an diesem Wechsel gewonnen oder verloren?

Aufl. 1) an der ganzen Summe in Frs.:

wie viel erhält Amsterdam für	3000 Frs., die es gegeben,
wenn es für gegebene Frs. 3	56 Gr. vls. holl. erhält,
und für gegebene Gr. vls. 12	1 fl. vls. holl. erhält,
und für gegebene fl. vls. 37	1 Lstrl. erhält,
und für — Lstrl. 1	25 Frs.
101	100 wegen Spesen.

Antw. 3121 Frs. 93 Cent.

wo ein Bruch $= \frac{4277}{11211}$ weggelassen ist; also hat Amsterdam 121 Frs. 93 Cent. gewonnen.

2) in holl. Gulden à $3\frac{1}{3}$ fl. vls. oder 40 Gr. vls.

Die Tratte.

	3000 Frs.
3	56 Gr. vls.
40	1 Fl. holl.
101	100 wegen Spesen.

Antw. 1386 Fl. 2 Stüv. holl. Cour.

Die Remesse.

	3000 Frs.
25	1 Lstrl.
1	37 Fl. holl.
$3\frac{1}{3}$	1 Fl. holl. Cour.

Antw. 1332 Fl. holl. Cour.

Tratte . . . 1386 Fl. 2 Stüv.
Remesse . . 1332 » — »
Gewinn . . 54 Fl. 2 Stüv. holl. Cour.

3) Um zu finden, wie viel am Amsterdamer Course auf Paris gewonnen oder verloren sei, hat man den Ansatz:

	3 Frs.
25	1 Lstrl.
1	37 Fl. vls. holl.
1	12 Gr. vls. holl.
100	101 Spesen.

Antw. $53\frac{508}{625}$ Gr. vls. holl.

während also Amsterdam für die beständige Valuta von 3 Frs. 56 Gr. vls. erhält, giebt es nur $53\frac{508}{625}$ Gr. vls. dafür, hat also auf den Cours von 3 Frs. $2\frac{117}{625}$ Gr. vls. Gewinn. Weil hier gesucht wird, wie viel Amsterdam bezahlt, so mußte die größere der beiden Zahlen 100, 101, welche die Spesen angeben, in das Multiplicationsfach gesetzt werden.

4) Soll noch gesucht werden, wie viel Proc. gewonnen oder verloren sei. Man erhält hier genau den Ansatz der (Nr. 1.),

mit dem Unterschiede, daß, statt der 3000 Frs. nur 100 Frs. als erstes Glied des Multiplicationsfachs gesetzt werden.

III. Wechselarbitragen.

§. 364. Wenn bei Wechselgeschäften eine Summe Geldes auf verschiedenen Wegen trassirt oder remittirt werden kann, so ist zu untersuchen, auf welchem Wege man am meisten Vortheil daraus ziehe; dies nennt man **arbitriren** (arbitrari), so wie die dadurch veranlaßten Rechnungen **Wechselarbitragen**.

§. 365. Berechnet man, nach den gegebenen Coursen, jeden der einzuschlagenden Wege, wie es im Vorhergehenden gezeigt worden, und zwar in ein und derselben Münzsorte; so ergiebt sich, durch Vergleichung der verschiedenen Resultate, sogleich, welcher von allen Vorschlägen der vortheilhafteste sei. Es kommen dabei folgende vier Fälle vor:

1) man will, wie es gewöhnlich der Fall ist, bloß wissen, welcher Vorschlag am vortheilhaftesten sei; oder,

2) man will erfahren, um wie viel ein Vorschlag in der ganzen Wechselsumme besser ist, als ein anderer; oder

3) wie viel die Vorschläge auf den Wechselcours, oder

4) wie viel sie Proc. von einander abweichen.

Durch die Auflösung irgend eines der 3 letzten Fälle ist zugleich auch der erste gelöst.

20. Berlin hat in Amsterdam 5000 Fl. holl. Cour. zu bezahlen und kann durch Wechsel zu $144\frac{1}{2}$ remittiren oder Pariser Briefe zu $82\frac{1}{2}$ kaufen; in Amsterdam werden die Pariser Briefe zu 56 Gr. vls. holl. berechnet; welcher dieser beiden Wege ist für Berlin der vortheilhaftere?

Man könnte suchen, wie viel Berlin nach jedem der beiden Vorschläge in preuß. Courant zu bezahlen habe; soll aber bloß bestimmt werden, welcher Vorschlag der bessere sei, so kann man die Rechnung etwas erleichtern, wenn man nicht 5000 Fl., sondern die beständige Valuta zwischen Berlin und Amsterdam, nämlich 250 Fl. holl. Cour., nimmt; denn man hat dann den directen Wechsel gar nicht zu berechnen, indem Berlin für 250 Fl. holl. Cour. $144\frac{1}{2}$ Thlr. preuß.

Cour. bezahlt. Die Remesse durch Pariser Briefe giebt dann folgende Rechnung:

	250 Fl. holl. Cour.
1	40 Gr. vls. holl.
56	3 Frs.
300	$82\frac{1}{2}$ Thlr. pr. Cour.

Antw. $147\frac{9}{28}$ Thlr. pr. Cour.

Also hat Berlin durch Wechsel adrittura für 250 Fl. holl. Cour. $144\frac{1}{2}$ Thlr., durch Pariser Briefe $147\frac{9}{28}$ Thlr. pr. Cour. zu bezahlen, also ist die Remesse adrittura vortheilhafter. Wären hier Spesen zu berechnen, so müßte Berlin für die beständige Valuta von 250 Fl. um so mehr bezahlen, also müßte die größere Zahl des, die Spesen ausdrückenden Verhältnisses in das Multiplicationsfach gesetzt werden.

Auf den Cours ist die Remesse adrittura um $147\frac{9}{28} - 144\frac{1}{2} = 2\frac{23}{28}$ Thlr. besser.

Um zu finden, um wie viel der erste Weg auf die ganze Wechselsumme von 5000 Fl. besser sei, als der andere, kann man den obigen Ansatz nehmen, mit dem Unterschiede, daß, statt des Courses von 250 Fl., 5000 Fl. gesetzt werden.

Adrittura

	5000 Fl. holl. Cour.
250	$144\frac{1}{2}$ Thlr. pr. Cour.

Antw. 2890 Thlr. preuß. Cour.

Ueber Paris.

	5000 Fl. holl. Cour.
1	40 Gr. vls.
56	3 Frs.
300	$82\frac{1}{2}$ Thlr. pr. Cour.

Antw. $2946\frac{3}{7}$ Thlr. preuß. Cour.

Also hat Berlin auf die ganze Wechselsumme durch den geraden Wechsel $2946\frac{3}{7} - 2890 = 56\frac{3}{7}$ Thlr. Gewinn.

Hat man aber die Rechnung nach dem Course schon gemacht, so kann man sich auch folgenden Ansatzes bedienen:

$$\begin{array}{r|l} & 5000 \text{ Fl. holl. Cour.} \\ 250 & 2\frac{23}{28} \text{ Thlr. preuß. Cour.} \end{array}$$

Antw. $56\frac{3}{7}$ Thlr. preuß. Cour.

Um zu finden, wie viel Proc. der erste Vorschlag besser sei, als der zweite, macht man erst die Rechnung nach dem Course, und setzt:

$$\begin{array}{r|l} \text{wie viel Vortheil hat man an} & 100 \text{ Thlr. preuß. Cour.} \\ \text{wenn man an Thlr. } 144\frac{1}{2} & 2\frac{23}{28} \text{ Thlr. Vortheil hat.} \end{array}$$

Antw. $1\frac{1927}{2023}$ Thlr. preuß. Cour.

Also ist der gerade Wechsel um $1\frac{1927}{2023}$ Proc. besser, als die Remesse über Paris, d. h. so oft man auf dem ersten Wege 100 Thlr. zu zahlen hat, so oft müßte man vermittelst der Pariser Briefe $101\frac{1927}{2023}$ oder beinahe 102 Thlr. bezahlen.

IV. Von den Wechselcommissionen.

§. 366. Die Wechselcommissionsrechnung lehrt, wie weit ein Commissionär, der nach einem vorgeschriebenen Course zu remittiren und zu trassiren beordert worden, von diesen Coursen abweichen könne, damit der Ordre dennoch ein Genüge geschehe.

§. 367. Findet z. B. der Commissionär zur Remesse einen andern Cours, als der vorgeschriebene, so wird er zur Tratte ebenfalls einen andern wählen müssen, und durch die Rechnung diesen letztern bestimmen; oder findet er einen andern Cours zum Trassiren, so muß er durch die Rechnung finden, welchen Cours er zur Remesse zu nehmen habe, damit der Ordre entsprochen werde. Findet der Commissionär beide Course, sowohl den zur Remesse als zur Tratte, anders, als die vorgeschriebenen, so muß er berechnen, ob er die Ordre nach diesen vorhandenen Coursen ohne Nachtheil des Committenten ausführen könne oder nicht.

§. 368. Wird aber dem Commissionär aufgetragen, in vorgeschriebenen Coursen nach einem von mehreren genannten Plätzen zu remittiren oder zu trassiren, und er findet die Course anders, als sie

ihm vorgeschrieben sind; so ist durch die Rechnung zu bestimmen, welchen der vorhandenen Course, d. h. hier welchen Platz, er wählen müsse, um der Ordre, zum Nutzen des Committenten, am nächsten zu kommen.

§. 369. Hat ein Ort die beständige Valuta des Courses, so ist es dem Remittenten desto nützlicher, dem Trassenten desto schädlicher, je höher der Cours steht (§. 349.); bei 2, 3, 4 ꝛc. mal so hohem Course ist also auch für den Remittenten der Vortheil 2, 3, 4 ꝛc. mal so groß, für den Trassenten aber der Schaden 2, 3, 4 ꝛc. mal so groß. Eben so ist es dem Remittenten desto schädlicher, dem Trassenten desto nützlicher, je niedriger der Cours steht. An dem Orte aber, der die veränderliche Valuta des Courses hat, ist es dem Remittenten um so schädlicher, dem Trassenten um so nützlicher, je höher der Cours steht; und umgekehrt ist es an diesem Orte dem Remittenten um so nützlicher, dem Trassenten um so schädlicher, je niedriger der Cours steht. Soll nun von einem Orte A eine Summe nach vorgeschriebenen Coursen auf einen andern Ort B trassirt und nach einem dritten Orte C remittirt werden, und der Ort A hat sowohl zu B, als zu C die beständige Valuta des Courses, oder zu beiden Orten B und C die veränderliche Valuta des Courses, und man findet beide Course z. B. 2 mal so hoch, als sie vorgeschrieben sind: so ist also, wenn A zu B und C die beständige Valuta hat, beim Remittiren zwar ein Vortheil, aber beim Trassiren ein eben so großer Schaden; im Falle daß A zu B und C die veränderliche Valuta hat, ist beim Remittiren ein Nachtheil für den Committenten, aber beim Trassiren ein eben so großer Vortheil; folglich kann auf diese Weise der Ordre vollkommen Genüge geleistet werden. Obgleich hier beispielsweise angenommen wurde, daß die Course gerade 2 mal so hoch seien, als die vorgeschriebenen, sieht man doch leicht ein, daß dasselbe allemal gilt, wenn beide Course gleich viel mal so hoch sind, als die vorgeschriebenen.

21. Es sei z. B. Hamburg beauftragt, eine gewisse Summe auf Amsterdam à 105 Thlr. zu trassiren und nach Leipzig à 148 Thlr. W. G. zu remittiren, es findet sich aber zum Remittiren nur der Cours zu 147; zu welchem Course muß

die Tratte ausgeführt werden, damit der Committent keinen Schaden dabei habe?

Hamburg hat auf Amsterdam und Leipzig die beständige Valuta, nämlich zu beiden 100 Thlr. Bco. Der Cours der Remesse ist $\frac{147}{148}$ mal so hoch, als der vorgeschriebene, folglich muß der der Tratte $\frac{147}{148} \times 105$ Thlr., d. i. $104\frac{43}{148}$ Thlr. sein.

Fände sich aber zum Trassiren nur der Cours $105\frac{1}{2}$, so wäre dieser $\frac{105\frac{1}{2}}{105}$ mal so groß, als der vorgeschriebene, folglich müßte der Cours zum Remittiren $\frac{105\frac{1}{2}}{105} \times 148 = 148\frac{74}{105}$ Thlr. W. G. sein.

22. Erhält aber Amsterdam Ordre, eine gewisse Summe auf London à 36 fl. vls. zu trassiren, und nach Paris zu 56 Gr. vls. zu remittiren, und es findet sich zum Trassiren nur der Cours $35\frac{1}{2}$ fl. vls., so frägt sich: zu welchem Course muß Amsterdam remittiren, damit dem Committenten kein Nachtheil daraus entstehe?

Amsterdam hat zu London und Paris die veränderliche Valuta. Der Cours der Tratte ist $\frac{35\frac{1}{2}}{36}$ des vorgeschriebenen Courses; also muß auch der Cours der Remesse $\frac{35\frac{1}{2}}{36}$ des vorgeschriebenen Courses von 56 Gr. vls. sein, nämlich, $\frac{35\frac{1}{2}}{36} \times 56$ Gr. vls. $=$ $55\frac{2}{9}$ Gr. vls.

Fände sich aber zum Remittiren der Cours 57 Gr. vls., so wäre dieser $\frac{57}{56}$ des vorgeschriebenen; also müßte der Cours der Tratte $\frac{57}{56} \times 36$ fl. vls. $= 36\frac{9}{14}$ fl. vls. sein.

§. 370. Hat aber ein Ort, von welchem eine gewisse Summe nach vorgeschriebenen Coursen remittirt und trassirt werden soll, zur Remesse die beständige, zur Tratte aber die veränderliche Valuta: so ist es dem Committenten um so vortheilhafter, je höher der Cours, in der Remesse sowohl, als in der Tratte, steht, und um so schädlicher, je niedriger beide Course sind. Ist also der eine der beiden

Course niedriger, als der vorgeschriebene, so muß der andere eben so viel mal so hoch genommen werden; wäre der eine z. B. nur $\frac{1}{2}$ mal so groß, als der vorgeschriebene, so müßte der andere 2 mal so groß genommen werden, oder der andere vorgeschriebene Cours müßte auch $\frac{1}{2}$ mal so groß sein, als der, welcher nun wirklich zu wählen wäre; wäre der eine $\frac{7}{8}$ des vorgeschriebenen Courses, so müßte der andere $\frac{8}{7}$ mal so groß genommen werden; oder der andere vorgeschriebene müßte auch $\frac{7}{8}$ von dem sein, der nun wirklich zu wählen wäre.

§. 371. Hat aber ein solcher Ort zur Remesse die veränderliche und zur Tratte die beständige Valuta; so ist es, sowohl zum Trassiren, als zum Remittiren um so schädlicher, je höher der Cours steht, um so vortheilhafter, je niedriger der Cours steht. Wäre also der eine von beiden Coursen höher als der vorgeschriebene, so müßte der andere eben so viel mal niedriger genommen werden.

23. Hamburg erhält Ordre, eine gewisse Summe nach Paris à 25 ßl. Lüb. Bco. zu remittiren und auf Breslau à 156 Thlr. zu trassiren; es findet sich aber zur Remesse der Cours auf 26 ßl. Lüb. Bco.; zu welchem Course muß die Tratte ausgeführt werden?

Hamburg hat zu Paris die veränderliche, zu Breslau die beständige Valuta; der vorhandene Cours der Remesse ist $\frac{26}{25}$ mal so hoch, als der vorgeschriebene; also muß der der Tratte $156 : \frac{26}{25} = 150$ Thlr. sein.

Fände man den Cours zur Tratte auf 157, so wäre er $\frac{157}{156}$ des vorgeschriebenen; also müßte der der Remesse $25 : \frac{157}{156} = 24\frac{132}{157}$ ßl. Lüb. Bco. sein.

24. Hamburg erhält Ordre, eine gewisse Summe auf Paris à 25 ßl. Lüb. Bco. zu trassiren und nach Breslau à 156 Thlr. zu remittiren, findet aber den Cours zur Tratte auf 24 ßl.

Läb. Bco.; zu welchem Course muß die Remesse ausgeführt werden?

Hier hat Hamburg zur Tratte die veränderliche, zur Remesse die beständige Valuta; also muß man zur Remesse den Cours auf $156 : \frac{24}{25} = 162\frac{1}{2}$ Thlr. nehmen.

§. 372. Die Berechnung dieser Aufgaben läßt sich noch etwas abkürzen, wenn man nämlich, statt den gesuchten Cours selbst zu berechnen, erst nur die Differenz desselben von dem vorgeschriebenen sucht. Nehmen wir, zur Erläuterung, zunächst die 21. Aufgabe noch einmal vor. Da Hamburg zu beiden Plätzen die beständige Valuta hat: so muß der Cours zum Trassiren in demselben Verhältniß kleiner sein, als der vorgeschriebene, wie der zum Remittiren kleiner ist, als der vorgeschriebene. Der zum Remittiren vorgeschriebene Cours ist 148, der vorhandene aber 147, also um $\frac{1}{148}$ des vorgeschriebenen weniger; folglich muß der Cours zum Trassiren ebenfalls um $\frac{1}{148}$ des vorgeschriebenen kleiner sein, als dieser, also um $\frac{1}{148} . 105$ kleiner, als 105, d. i. $105 - \frac{105}{148} = 104\frac{43}{48}$. Man kann die Erklärung dieses Verfahrens auch leicht aus der oben gegebenen Auflösung dieser und der übrigen Aufgaben entnehmen. Denn es wurde dort gezeigt, daß der gesuchte Cours $= \frac{147}{148} \times 105$ sein müsse, welches nichts anderes ist, als $105 - \frac{1}{148} \times 105$.

In der 23. Aufgabe ist der gesuchte Cours $156 : \frac{26}{25} = 156 \times \frac{25}{26} = 156 - \frac{1}{26} . 156 = 156 - 6 = 150$, wie oben gefunden wurde.

25. Hamburg erhält Ordre, eine gewisse Summe auf Amsterdam à 105 Thlr. zu trassiren und nach Leipzig à 148 Thlr. W. G. zu remittiren. Beim Empfang der Ordre steht der Cours auf Amsterdam $105\frac{1}{2}$, und auf Leipzig $148\frac{1}{4}$; kann die Commission ohne Nachtheil des Committenten vollzogen werden?

Aufl. Hamburg hat auf Leipzig und Amsterdam die feste Valuta; je höher also der Cours zum Trassiren, desto schädlicher, je

je höher der Cours zum Remittiren, desto nützlicher ist es für den Committenten. Da nun der gegenwärtige Cours zum Trassiren $\frac{105\frac{1}{2}}{105}$ des vorgeschriebenen ist, so darf der Cours zum Remittiren nicht niedriger als $\frac{105\frac{1}{2}}{105}$ des dazu vorgeschriebenen sein, nämlich nicht niedriger als $\frac{105\frac{1}{2}}{105} \times 148$, d. i. $148\frac{74}{105}$, wenn die Commission nicht zu des Committenten Schaden gereichen soll; $148\frac{1}{4}$ ist aber weniger als $148\frac{74}{105}$, folglich darf die Commission nicht ausgeführt werden. — Man könnte eben so finden, daß der Cours zum Trassiren nicht höher als $\frac{148\frac{1}{4}}{148} \times 105$, d. i. $105\frac{105}{592}$ sein darf; und da $105\frac{1}{2}$ mehr ist als $105\frac{105}{592}$, so sieht man ebenfalls wieder, daß die Commission nicht ohne des Committenten Schaden ausgeführt werden kann.

Anmerkung. Sollten, in solchen Aufgaben, beide sich vorfindenden Course dem Committenten zum Schaden gereichen, oder beide Course zum Nutzen; so sieht man augenblicklich und ohne Rechnung, daß, im ersten Falle, die Commission nicht ausgeführt werden darf, im andern Falle aber vollzogen werden kann.

26. Hamburg erhält Ordre eine gewisse Summe auf Paris à 25 ßl. Lüb. Bco. zu trassiren und nach Berlin à 156 Thlr. zu remittiren, findet aber den Cours zur Tratte auf $25\frac{3}{8}$ ßl. Lüb. Bco. und den zur Remesse auf 154 Thlr.; es frägt sich, ob die Ordre ausgeführt werden dürfe?

Aufl. Hamburg hat hier zur Tratte die veränderliche, zur Remesse die beständige Valuta. Da nun der Cours zum Trassiren $\frac{25\frac{3}{8}}{25}$ des vorgeschriebenen Courses ist; so darf der Cours zum Remittiren nicht niedriger als $\frac{25}{25\frac{3}{8}} \times 156$, d. i. $153\frac{141}{203}$ sein, und da sich dieser zu 154 vorfindet, so kann die Commission mit den vorhandenen Coursen ohne Nachtheil vollzogen werden.

Wollte man von dem Course der Remesse ausgehen, so hätte man diesen $\frac{154}{156} = \frac{77}{78}$ des vorgeschriebenen Courses; also darf der Cours der Tratte nicht niedriger sein als $25 \times \frac{78}{77}$, d. i. $25\frac{1}{3}$; da aber $25\frac{3}{8}$ mehr ist, als $25\frac{1}{3}$, so sieht man auch hieraus wieder, daß die Commission ohne Nachtheil vollzogen werden kann.

§. 373. Die Berechnung dieser Aufgabe läßt sich auch noch kürzer auf folgende Weise ausführen:

$$\begin{array}{l|l} \text{Tratte } 25 - 25\frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \text{Remesse } 156 - 154 & \\ \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 156 \\ 25 & \frac{3}{8} \\ \hline & 2\frac{17}{50} \end{array}$$

$$156 - 2\frac{17}{50} = 153\frac{33}{50}$$

Man berechnet nämlich auf die Weise, wie oben gezeigt worden, nach dem vorgefundenen Cours der Tratte, den Cours der Remesse, und findet, daß dieser nicht niedriger als $153\frac{33}{50}$ sein darf; da er aber noch höher ist, so gereicht es dem Committenten zum Nutzen. — Man könnte auch den Cours der Tratte aus dem der Remesse berechnen, und erhielte dann folgende Rechnung:

$$\begin{array}{l|l} \text{Tratte } 25 - 25\frac{3}{8} & \\ \text{Remesse } 156 - 154 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 25 \\ 156 & 2 \\ \hline & \frac{25}{78} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 25\frac{25}{78} & \frac{200}{624} \\ 25\frac{3}{8} & \frac{234}{624} \end{array}$$

Da hieraus zu sehen, daß $25\frac{3}{8}$ größer als $25\frac{25}{78}$, und am Orte der veränderlichen Valuta ein höherer Cours zur Tratte zum Nutzen gereicht, so erhält man wieder dasselbe Resultat, wie oben.

Man sieht leicht ein, daß man eigentlich nur die Differenzen der Course zu vergleichen braucht: nämlich, oben in der ersten Berechnung, die Differenz $2\frac{17}{50}$ mit der Differenz der Course für die Remesse, nämlich 2. Die Differenz $\frac{3}{8}$ wurde mit 156 multiplicirt und durch 25 dividirt, multiplicirt man die Differenz der Remesse, nämlich 2, ebenfalls mit 25, so kann man die Vergleichung an-

stellen, ohne die erste Differenz durch diese Zahl dividirt zu haben, denn es soll $\frac{156 \cdot \frac{3}{8}}{25}$ mit 2, d. i. $156 \cdot \frac{3}{8}$ mit 25 . 2, oder $\frac{25 \cdot 2}{156}$ mit $\frac{3}{8}$, d. i. 25 . 2 mit 156 . $\frac{3}{8}$ verglichen werden. Man erhält dann folgende Rechnung:

$$\text{Tratte } 25 - 25\tfrac{3}{8} \,\Big|\, \tfrac{3}{8} \times 156 = 58\tfrac{1}{2}$$
$$\text{Remesse } 156 - 154 \,\Big|\, 2 \times 25 = 50$$

Die beiden Zahlen $58\frac{1}{2}$ und 50 sind nun als die, auf gleiche Summen reducirten Differenzen der Course anzusehen; während nämlich die Differenz der Course in der Remesse 50 ist (d. h. der vorgefundene Cours um 50 niedriger ist, als der vorgeschriebene), findet man, daß, bei dem vorgefundenen Course für die Tratte, der Cours für die Remesse um $58\frac{1}{2}$ niedriger sein dürfte. Umgekehrt zeigt die Zahl 50 an, daß der Cours der Tratte (in diesen reducirten Zahlen) wenigstens um 50 höher sein müsse, er ist aber um $58\frac{1}{2}$ höher als der vorgeschriebene; und da am Orte der veränderlichen Valuta ein höherer Cours für die Tratte von Nutzen ist, so kann die Commission mit Vortheil ausgeführt werden.

27. London bekommt Ordre nach Paris à $24\frac{1}{2}$ Frs. oder nach Hamburg à 33 Sl. vls. zu remittiren, es findet aber Pariser Briefe zu $24\frac{3}{8}$ und Hamb. Briefe zu $32\frac{1}{2}$; da nun beide Course zu dem Committenten Schaden gereichen, so frägt sich, welcher der Ordre am nächsten kommt?

Aufl. Da London zu Paris und Hamburg die feste Valuta hat, so ist der Cours zum Remittiren um so nützlicher, je höher er ist, um so schädlicher, je niedriger er ist. Der Cours auf Paris ist $\frac{24\frac{3}{8}}{24\frac{1}{2}}$ des vorgeschriebenen, der auf Hamburg $\frac{32\frac{1}{2}}{33}$ des vorgeschriebenen; bringt man diese Brüche unter gleiche Benennung, nämlich:

$\frac{24\frac{3}{8}}{24\frac{1}{2}} = \frac{195}{196} = \frac{6435}{6468}$ und

$\frac{32\frac{1}{2}}{33} = \frac{65}{66} = \frac{6370}{6468}$,

so sieht man sogleich, daß der Cours auf Paris höher ist, indem der entsprechende Bruch $\frac{6435}{6468}$ näher einem Ganzen ist, als der andere Bruch $\frac{6370}{6468}$. Also müßte die Commission durch Pariser Briefe ausgeführt werden.

Auch hier kann man einen etwas kürzeren Weg einschlagen, wenn man nur die Differenzen der Course berechnet. Nämlich die Differenz der Pariser Course ist $\frac{1}{8}$, die der Hamburger Course $\frac{1}{2}$; werden diese Differenzen auf gleiche Zahlen (Course) reduciret, so hat man $\frac{33 . \frac{1}{8}}{24\frac{1}{2}}$ mit $\frac{1}{2}$, d. i. $33 . \frac{1}{8}$ mit $24\frac{1}{2} . \frac{1}{2}$, also $4\frac{1}{8}$ mit $12\frac{1}{4}$ zu vergleichen. Während also, in diesen reducirten Zahlen, der Pariser Cours $4\frac{1}{8}$ unter dem vorgeschriebenen steht, ist der Hamburger $12\frac{1}{4}$ unter dem vorgeschriebenen.

28. Petersburg erhält Ordre, auf Amsterdam à 9 Stüv. oder auf Hamburg à $8\frac{1}{2}$ ßl. Bco., oder auf London à $9\frac{1}{4}$ Pence Sterl. zu trassiren, findet aber den Cours auf Amsterdam zu $9\frac{1}{2}$ Stüv., auf Hamb. zu 9 ßl. Bco., auf London zu $9\frac{3}{4}$ P. Sterl.; auf welchen dieser Plätze ist es am vortheilhaftesten, die Tratte auszuführen?

Aufl. Petersburg hat zu allen genannten Plätzen die beständige Valuta, daher es für den Trassenten um so nützlicher ist, je niedriger der Cours steht, um so schädlicher, je höher derselbe steht. Also:

Amsterdam	9	$9\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
Hamburg	$8\frac{1}{2}$	9	$\frac{1}{2}$	
London	$9\frac{1}{2}$	$9\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$9 \times \frac{1}{4}$

Also ist der Cours auf London der niedrigste. Denn die Amsterdamer und Hamburger Course haben beide die Differenz $\frac{1}{2}$, also wären die daraus zu bildenden Producte beziehlich $8\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ und $9 \times \frac{1}{2}$, folglich der Hamburger Cours höher als der Amsterdamer Cours, der Hamburger Cours kann also sogleich übergangen werden; vergleicht man also noch den Amsterdamer und Londoner Cours, so erhält man die Producte $9\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ und $9 \times \frac{1}{4}$, von welchen letzteres das niedrigste ist; also weicht auch der vorgefundene Cours auf London unter allen 3 Coursen am wenigsten vom vorgeschriebenen ab.

29. Paris erhält Ordre auf Berlin à 81 oder auf London à $24\frac{1}{2}$ zu trassiren, findet aber den Cours auf Berlin zu $82\frac{1}{2}$, den auf London zu $23\frac{3}{4}$; durch welchen Cours kann der Ordre am nächsten entsprochen werden?

Aufl. Paris hat zu Berlin die beständige, zu London die veränderliche Valuta; ein höherer Cours auf Berlin ist also schädlich und eben so ein niedrigerer auf London.

$$\begin{array}{l|l|l} \text{Berlin } 81 & 82\frac{1}{2} & 1\frac{1}{2} \times 24\frac{1}{2} = 36\frac{3}{4} \\ \text{London } 24\frac{1}{2} & 23\frac{3}{4} & \frac{3}{4} \times 81 = 60\frac{3}{4} \end{array}$$

Also weicht der Berliner Cours am wenigsten vom vorgeschriebenen Course ab.

V. Von Waarenberechnungen.

§. 374. Es kann hier von der Berechnung der Preise von Waaren nur in sofern die Rede sein, als Wechselberechnungen, oder auch Verwandlung der Münzen, Maaße und Gewichte dabei vorkommen. Auch hierbei kommen meistentheils Spesen in Rechnung, welche, so wie bei den Wechseln theils proportionirt, theils unproportionirt sind. Letztere werden ebenfalls sehr oft ungefähr Proc. berechnet, um sie gleichfalls in den Ansatz mit aufnehmen zu können. Außer den Spesen kommt wohl auch noch ein Rabatt vor.

30. Ein Pfund einer gewissen Waare kostet in London 1 Sl. 6 Pf.

Wenn nun London 4 Proc. Disconto giebt, der Wechselcours von London auf Hamburg 35 ßl. vls. Bco., von Hamburg auf Berlin 155 Thlr. steht, 100 Pfd. in London $96\frac{4}{5}$ in Berlin machen, und sämmtliche Spesen 10 Proc. von den Kosten der Waare betragen; wie hoch kommt 1 Pfund in Berlin zu stehen?

Aufl.		
	?	1 Pfd. in Berlin.
	$96\frac{4}{5}$	100 Pfd. in London
	100	96 Pfd. wegen Disconto
	1	$1\frac{1}{2}$ ßl. Strl.
	20	1 Lstrl.
	1	35 ßl. vls.
	$2\frac{2}{3}$	1 Mark
	300	155 Thlr. preuß. Cour.
	1	30 Sgr.
	100	110 wegen Spesen.

Antw. 16 Sgr. $7\frac{715}{968}$ Pf.

d. i. beinahe 16 Sgr. 8 Pf.

Dieser Ansatz ist nach dem Vorhergehenden an sich klar, so daß er keiner weiteren Erläuterung bedarf. Da man schon von vorne herein sehen kann, daß 1 Pfd. nicht einen Thaler in Berlin kosten wird, so setzt man gleich ein Glied in den Ansatz, welches die Thaler in Sgr. verwandelt. Ob der Disconto in oder auf Hundert berechnet werden müsse, hängt von dem Uebereinkommen ab, gewöhnlich wird er, wie hier geschehen, in Hundert angenommen.

31. In Venedig kosten 1000 Pfd. Anies 310 Lire austriache nebst 5 Proc. Spesen. Der Cours von Venedig auf Hamburg ist 45 ßl Bco. pro 6 Lir. austr. Hamburg rechnet 5 Proc. Unkosten. Der Cours von Berlin auf Hamburg steht 153 Thlr., Berlin hat 10 Proc. Spesen und das Berliner Gewicht ist 55 Proc. schwerer als das Venediger; wenn nun an dieser Waare 10 Proc. beim Verkauf gewonnen werden soll, wie theuer muß der Centner in Berlin verkauft werden?

Aufl. Ist die Aufgabe so zu verstehen, daß die Hamburger Spesen 5 Proc. von dem betragen, was die Waare in Hamburg kostet, die Venediger Spesen mit eingerechnet, und daß eben so die Berliner Spesen 10 Proc. von dem betragen, was die Waare in Berlin sonst schon kostet, die Venediger und Hamburger Spesen mit eingerechnet, so hat man folgenden Ansatz:

x	110 Pfd. in Berlin
100	155 „ in Venedig
1000	310 Lire austr.
6	45 Fl. Bco. in Hamb.
100	105 wegen Spesen in Venedig
16	1 Mk.
100	105 Mk. wegen Spesen in Hamb.
300	153 Thlr. preuß. Cour.
100	110 „ wegen Spesen in Berlin
100	110 „ wegen Gewinn.

Antw. 16 Thlr. 25 Sgr. $8\frac{1}{4}$ Pf. circa.

Ist dagegen die Aufgabe so zu verstehen, daß die Spesen die genannten Procente nur von den Kosten der Waare, abgesehen von den übrigen Spesen, betragen sollen, so erhält man für alle Spesen nur ein einziges Glied in dem Kettensatz, nämlich, da sie 5 + 5 + 10 = 20 Proc. zusammen betragen, das Glied 100 : 120. Der Unterschied ist indeß nicht bedeutend, denn die oben befolgte Art der Berechnung der Spesen giebt die Kosten eines Centners nur um $\frac{51}{4000}$ größer an als diese letztere, so daß also nach dieser, ein Centner etwa zu 16 Thlr. $18\frac{1}{2}$ Sgr. verkauft werden müßte.

VI. Vom Pari.

§. 375. Das italienische Wort pari heißt gleich, und man versteht unter dem Pari zweier verschiedener Münzen, die völlige Gleichheit ihres Gehaltes oder inneren Werthes. Da die Münzen nicht immer nach ihrem Gehalte gegen einander ausgewechselt werden, wie aus dem Früheren zur Genüge hervorgeht, sondern gegenseitig im Werthe bald fallen, bald steigen; so ist auch aus dem

Verhältnisse, in welchem sie gegen einander ausgetauscht werden, ihr Pari nicht zu entnehmen. Da z. B. der preuß. Thaler $347\frac{1}{2}$ holl. Aß feines Silber enthält, der engl. Schill. aber 114 holl. Aß, so ist ein Thaler $\frac{347\frac{1}{2}}{114}$ d. i. $3\frac{11}{228}$ mal so viel werth als ein Schill., folglich 1 Schill. $= 1 : \frac{347\frac{1}{2}}{114}$ Thlr. oder $30 : \frac{347\frac{1}{2}}{114}$ Sgr. d. i. 9 Sgr. 10 Pf. ungefähr; aber 1 Lstrl. gilt im Wechselhandel oft 7 Thlr., also 1 Schill. $\frac{7 \cdot 30}{20}$ Sgr. oder $10\frac{1}{2}$ Sgr., da doch nach dem eben berechneten Pari an innerem Gehalt 1 Lstrl. $= 20 \times 9$ Sgr. 10 Pf. d. h. $=$ 6 Thlr. 16 Sgr. 8 Pf. ist.

§. 376. Das Pari wird entweder 1) für eine einzelne Münzsorte, (wie im vorhergehenden Beispiele 1 Lstrl.) oder 2) für die beständige Valuta des Wechselcourses gesucht, wo es denn reelles Courspari heißt. Von diesem Pari, welches das innere oder reelle Pari genannt wird, unterscheidet man noch das äußere oder Wechselpari, und versteht unter diesem letzteren das Verhältniß, in welchem zwei verschiedene Münzsorten zur Zeit gegen einander ausgewechselt werden. Es kommt dieß äußere Pari nur in den Fällen vor, wo der Wechselcours zwischen zwei Orten aus den Coursen eines jeden derselben zu ein und demselben dritten Orte gefunden werden soll. Das Wechselpari kann ebenfalls für eine einzelne Münzsorte gesucht werden, wird aber meistens für die beständige Valuta des Courses bestimmt.

Aufgaben.

1. Ueber das innere Pari.

1. Wie viel beträgt 1 Scudo in Mailand in preuß. Gelde, wenn 1 Scd. $431\frac{1}{2}$ holl. Aß f. S., 1 preuß. Thlr. $347\frac{1}{2}$ holl. Aß f. S. enthält?

x fl. ?	1 Scudo
1	$431\frac{1}{2}$ holl. Aß
$347\frac{1}{2}$	1 preuß. Thlr.

Antw. 1 Thlr. 7 Sgr. 3 Pf.

2. Das Korngewicht der holländischen Ducaten ist $71\frac{1}{5}$ holl. Aß, das der deutschen Pistolen $125\frac{1}{2}$ holl. Aß; welches ist das Pari der Ducaten und Pistolen?

Aufl. ? | 1 Duc.
1 | $71\frac{1}{5}$ holl. Aß
$125\frac{1}{2}$ | 1 Pistole.

Antw. 1 Duc. $= \frac{712}{1255}$ Pistolen.

3. Wie viel beträgt 1 Duc. a) in preuß. Thalern, die Pistole zu 5 Thlr. gerechnet; b) die Pistole zu $5\frac{2}{3}$ Thlr. gerechnet?

Aufl. a) ? | 1 Duc.
1 | $71\frac{1}{5}$ holl. Aß.
$125\frac{1}{2}$ | 1 Pist.
1 | 5 Thlr.

Antw. $2\frac{210}{251}$ Thlr.
oder 2 Thlr. 25 Sgr. 1 Pf. in Pistolen.

b) ? | 1 Duc.
1 | $71\frac{1}{5}$ holl. Aß.
$125\frac{1}{2}$ | $5\frac{2}{3}$ Thlr.

Antw. 3 Thlr. 6 Sgr. 5 Pf.

4. Welches ist das reelle Pari zwischen französischen Laubthalern und Hamburger Thalern zu 3 Mark, wenn aus einer köln. Mark f. S. 8,844 Laubthaler, desgleichen $11\frac{1}{3}$ Hamburger Thaler geprägt werden?

Aufl. ? | 1 Laubthaler
8,844 | $11\frac{1}{3}$ Hamb. Thlr.

Antw. $1\frac{1867}{6633}$ Thlr. in Hamburg.

5. Aus einer rauhen Mark Gold zu 23 Karat 7 Gr. werden 67 holl. Duc. und aus einer rauhen Mark (nach dem gesetzmäßigen Fuß) zu 21 Karat 9 Grän 35 deutsche Pistolen geprägt; a) welches ist das reelle Pari dieser beiden Münzsorten? b) wie viel gilt ein holl. Duc. in Berlin, 1 Pistole zu $5\frac{2}{3}$ Thlr. gerechnet?

Aufl. a)

	1 Duc.
67	$23\frac{7}{12}$ K. f. S.
$21\frac{3}{4}$	35 Pist.

Antw. $\frac{9905}{17487}$ Pistolen.

b)

?	1 Duc.
67	$23\frac{7}{12}$ Karat f. S.
$21\frac{3}{4}$	35 Pist.
1	$5\frac{2}{3}$ Thlr.

Antw. 3 Thlr. 6 Sgr. 3 Pf.

6. Welches ist das reelle Courspari zwischen Amsterdam und Paris?

Aufl. Die feste Valuta dieser zwei Plätze ist 3 Frs., die veränderliche wird in Gr. vls. ausgedrückt. 1 köln. Mk. f. S. enthält $24\frac{3}{8}$ holl. Gulden à 40 Gr. vls., und 10,387 Fünffrankenstücke.

?	3 Frs.
5	1 Fünffrs.
10,387	$24\frac{3}{8}$ holl. Fl.
1	40 Gr. vls.

Antw. $56\frac{3328}{10387}$ Gr. vls.

2. Ueber das äußere oder Wechselpari.

7. Der Cours von Frankfurt a. M. auf Amsterdam sei 142 Thlr. W. G., von Amsterdam auf Leipzig 36 Stüv.; welches ist demnach das äußere Courspari von Frankfurt auf Leipzig?

Aufl. Die feste Valuta zwischen Frankfurt und Leipzig ist 100 Thlr. W. G. in Frankfurt; man hat also nur zu suchen, wie viel Thlr. Conv. G., obigen Angaben zufolge, dieser festen Valuta gleich komme.

	100 Thlr. W. G.
142	250 Fl. holl.
1	20 Stüv.
36	1 Thlr. Conv. G.

Antw. 97 Thlr. 19 Gr. 5 Pf. Conv. G.

Dieses Beispiel wird hinreichend zeigen, wie man in allen Fällen, wo das Wechselpari zwischen zwei Plätzen gefunden werden

soll, zu verfahren habe, da Alles, was hierauf Bezug hat, in dem Vorhergehenden weitläufig behandelt worden ist. — Ueberhaupt glauben wir hier diesem einzelnen Gegenstande schon so viel Raum vergönnt zu haben, daß, wenn auch derselbe in besonders dazu bestimmten Werken einer viel größeren Ausdehnung fähig ist, doch hier, wo alle Theile der niederen Arithmetik gleichmäßig berücksichtigt werden sollen, wir denen, welche diesen besondern commerciellen Zweig mehr ins Einzelne zu verfolgen wünschen, das Lesen solcher Werke empfehlen, die hauptsächlich diese Gegenstände behandeln. Wer sich früher an Gründlichkeit im Rechnen gewöhnt hat, der wird nicht mehr Gefahr laufen sich den Mechanismus solcher mehr practischen Schriften anzueignen, vielmehr die letzten Gründe der in denselben gegebenen Regeln selbst zu ergänzen vermögen, wohin endlich jeder Rechner streben sollte.

Berlin, gedruckt bei Trowitzsch und Sohn.

Anzeige.

In demselben Verlage ist erschienen:

Anleitung, das Geschlecht aller französischen Substantive durch sechs gereimte Fabeln in wenigen Stunden kennen zu lernen. Nach der achten englischen Ausgabe deutsch bearbeitet von K. F. (Büchner.) 8. 1829. geh. 10 Sgr.

Du Bois, F. H., neue Umbildungslehre der Französischen Zeitwörter, nach dem auf die deutsche Sprache ebenfalls anwendbaren Grundsatz der Zeitvorgängigkeit, welche die Konjugation dermaßen vereinfacht, daß dieser so wichtige Theil der Sprachlehre zugleich faßlicher und leichter zu erlernen wird, als nach der bisher üblichen Lehrweise; zum Gebrauch der Schulen und für den häuslichen Unterricht. Eine Zugabe zu jeder Grammatik der franz. Sprache. gr. 8. 1818. 10 Sgr.

Frings, M. J., kleine theoretisch-praktische französische Grammatik für Schulen und Gymnasien. 8. 1832. 20 Sgr.

Heinsius, Thdr., kleine theoretisch-praktische deutsche Sprachlehre für Schulen und Gymnasien. 12te rechtmäßige, stark vermehrte und durchweg verbesserte Ausgabe. gr. 8. 1829. 15 Sgr.

Herrmann, F., neues französisches Lesebuch; oder Auswahl unterhaltender und belehrender Erzählungen aus den neueren französischen Schriftstellern, mit biographischen und litterarischen Notizen über die Verfasser und erläuternden Anmerkungen. 8. 1831. 15 Sgr.

Inhalt: La peste à Marseille; nouvelle par Mad. de Genlis. — Petit-Pierre ou le Louis-d'or; conte par Mad. Guizot. — Trois livres de la vie de Nadir; par Mad. Guizot. — Le bouquet de cerises; conte par M. Bouilly. — Contes à ma jeune famille; par Mad. Mallès de Beaulieu. — La Renaudie; nouvelle historique par M. Merville. — Naufrage du Brick américain: Le Commerce; par J. B. B. Eyriès. — L'Hermite en Suisse: La Chapelle de Guill. Tell. — Le Grutli. — Aarau. — M. Zschokke.

—— Lehrbuch der französischen Sprache für den Schul- und Privat-Unterricht. Enthaltend: 1. Eine französisch-deutsche Grammatik der französischen Sprache, mit Uebungen zum Uebersetzen in's Deutsche und in's Französische. 2. Ein französisches Lesebuch mit Hinweisungen auf die Grammatik und Wörterverzeichnissen. gr. 8. 1832. 20 Sgr.

Mulnier, C., les principes de la langue française extraits des Grammairiens français les plus célèbres et les plus modernes. 8. 1805. $7\frac{1}{2}$ Sgr.

Tournal, N. A., Conseils sur la Prosodie ou Préceptes de lecture pour la langue française. 2e édition, revue, corrigée et augmentée. 8. br. 5 Sgr.

Roon, Albrecht von, Grundzüge der Erd-, Völker- und Staaten-Kunde, ein Leitfaden für höhere Schulen, zunächst für die Königl. Preuß. Cadetten-Anstalten bestimmt. Mit einem Vorwort von Carl Ritter. In zwei Abtheilungen mit einem Anhange. Nebst 26 Tabellen. gr. 8. 2 Thlr. 20 Sgr.

Lehrbuch

der

Arithmetik

für

Schulen, Gymnasien und den Selbstunterricht.

Enthaltend:

eine gründliche und leicht faßliche, den Erfordernissen der neueren Pädagogik angemessene Darstellung des Kopf- und Zifferrechnens, und deren Anwendung auf das bürgerliche Leben und auf besondere Geschäftszweige.

Von

Jacob Heussi,

ordentlichem Lehrer der Mathematik, Physik und englischen Sprache an der Königlichen Realschule zu Berlin.

Dritter Theil.

Eine Sammlung arithmetischer Aufgaben enthaltend.

Berlin, 1832.

Verlag von Duncker und Humblot.



Erklärung
der in diesem Werke vorkommenden Abkürzungen.

1. Bei Münzen.

Bco.	Banco.	Mrg.	Morgen.
Conv. G.	Conventionsgeld.	Mvs.	Maravedis.
Cour.	Courant.	Mpta.	Maravedis de plata.
Cent.	Centime.	Mvn.	Maravedis de vellon.
Duc.	Ducaten.	Pf. oder ₰	Pfennig.
₰ oder Den.	Denier, Denari, Pfennig.	Pfd.	Pfund.
		Rfl.	Reichsgulden.
Fr.	Franken.	Rpta.	Reales de plata.
Fl.	Gulden.	Rvn.	Reales de Vellon.
Fr.d'or	Friedrichsd'or.	Rbl.	Rubel.
f. G.	fein Gold.	Rthlr.	Reichsthaler.
f. S.	fein Silber.	Sh. }	Schilling.
Gr.	Groot, Groschen.	ßl. }	
Gr. vls.	Groot vlämisch.	Shstrl.	Schilling Sterling.
gGr.	gute oder Courant Groschen.	S.	Sols oder Soldi.
		Sgr.	Silbergroschen.
Gldfl.	Goldgulden.	Souvd'or	Souveraind'or.
L., Liv.	Livre, Lire, Pfund.	Stüv.	Stüver.
Lstrl. oder £	Livre oder Pfund Sterling.	Spec.	Species.
		Thlr.	Thaler.
lüb.	lübisch.	W. G.	Wechselgeld.
Lbthlr.	Laubthaler.	W. Z.	Wechselzahlung.
Ld'or.	Louisd'or.	Wthlr.	Wechselthaler.
Mk.	Mark.	Xr.	Kreuzer.
Mgr.	Mariengroschen.		

2. Bei Maaßen.

Ank.	Anker.	Mltr.	Malter.
Dc.	Decimalmaaß.	Oxh.	Oxhoft.
Ddc.	Duodecimalmaaß.	Oehm. oder	
Eim.	Eimer.	Oehmch.	Oehmchen.
Ell.	Elle, Ellen.	Q.	Quadrat.
F. oder '	Fuß, Fuße.	Qrt.	Quart.
K. oder Kbk.	Kubik.	Rth. oder °	Ruthe, Ruthen.
Klft.	Klafter.	Schfl.	Scheffel.
Lin. oder '''	Linie, Linien.	Ton.	Tonne.
Lst.	Last.	Vrt.	Viertel.
M. oder Ml.	Meile, Meilen.	Wspl.	Winspel.
Mtz.	Metze, Metzen.	Z. oder ''	Zoll, Zolle.

3. Bei Gewichten.

Bwz.	Berkowitz.	Pd.	Pud.
Ctr.	Centner.	Pfgw.	Pfenniggewicht.
Gr.	Gran, Grän.	Qtch.	Quentchen.
Kar.	Karat.	Schpfd.	Schiffspfund.
L. oder Lir.	Lira, Pfund.	St.	Stein.
Lth.	Loth.	Pfd.	Pfund.
Lst.	Last.	Unz. oder ℥	Unze.
Lspfd.	Liespfund.	ʒ, Dr.	Drachme.
Mk.	Mark.	℈, Scr.	Scrupel.

4. Verschiedene andere Abkürzungen.

m.	mille, tausend.	Mon.	Monat.
c.	cent, hundert.	Tg.	Tag.
Mdl.	Mandel.	Std.	Stunde.
Schk.	Schock.	Min.	Minute.
Stk.	Stück.	Sek.	Sekunde.
Zr.	Zimmer.	Proc. od. p. C. od. %	pro cent.
Dchr.	Decher.	holl.	holländisch.
Bll.	Ballen.	pr. oder preuß.	preußisch.
Rß.	Rieß.	franz.	französisch.
Bch.	Buch.	engl.	englisch.
Bg.	Bogen.	Par.	Pariser.
Jhr.	Jahr.	vls.	vlämisch.

Kurze Uebersicht

der Münzen, Maaße und Gewichte der vornehmsten Länder und Städte.

(Nach Nelkenbrechers Taschenbuch, funfzehnte Auflage. Berlin, 1832.)

Baden, Großherzogthum.

Münzen. Reichsgulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfenning. 24 Fl. = 1 Köln. Mk. f. S.

Längenmaaß. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Fuß = 10 Zoll à 10 Linien. 1 Elle = 2 Fuß. 1 Fuß = 0,3 franz. Metre.

Flächenmaaß. 1 Morgen = 4 Viertel, 1 Viertel = 100 Q. Rth. à 100 Q. Fuß. 1 Morgen = 36 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Zuber = 10 Malter, 1 Malter = 10 Sester, 1 Sester = 10 Mäßlein à 10 Becher. 1 Malter = 1,5 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. 1 Fuder = 10 Ohm, 1 Ohm = 10 Stützen à 10 Maaß à 10 Glas. 1 Maaß = 1,5 Litre.

Gewicht. 1 Centner = 10 Stein à 10 Pfd.; 1 Pfd. = 32 Lth. à 4 Quentchen. 1 Pfd. = 0,5 Kilogramme.

Baiern, Königreich.

Münzen. Gulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfennig. 3 Fl. = 2 Thlr. à 90 Kreuzer. 24 Fl. = 1 Köln. Mrk. f. S. Außerdem hat man in Augsburg noch eine Courantvaluta oder Wechselzahlung nach dem 20 Fl. Fuß und Girogeld, welches 27 Proc. besser als Courant ist, und bei einigen Wechselpreisen gebraucht wird.

Längenmaaß. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Klafter = 6 Fuß; 1 Fuß = 12 Zoll à 12 Linien, mißt 0,29185 franz. Metre. 1 Elle = 0,83301 franz. Metre.

Flächenmaaß. 1 Juchart, Morgen oder Tagewerk = 400 Q. Ruthen, 1 Q. Ruthe = 100 Q. Fuß, 1 Q. Klafter = 36 Q. Fuß.

Getreidemaaß. 1 Scheffel = 6 Metzen, 1 Metze = 2 Viertel à 4 Mäßel à 4 Dreißiger. 1 Scheffel = 2,2234 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. Für Wein hat der Eimer 60 Kannen oder

Maaß à 4 Quartel; 1 Faß Bier hat 25 Eimer à 64 Maaß. 1 Maaß = 1,06902 franz. Litre.

Gewicht. 1 Centner = 5 Stein oder 100 Pfd à 32 Lth. 1 Pfd. = 560 franz. Grammes. 9 Pfd. Handelsgewicht = 14 Pfd. Apothekergewicht.

Braunschweig, Herzogthum.

Münzen. Früher rechnete man nach Thalern zu 36 Mariengroschen à 8 Pfennig; gegenwärtig nach Thalern zu 24 guten Groschen à 12 Pfennig; 2 Thlr. = 3 Gulden; $13\frac{1}{3}$ Thlr. auf die Köln. Mk. f. S.

Längenmaaß. 1 Ruthe = 16 Fuß à 12 Zoll; 1 Elle = 2 Fuß. 1 Fuß = 0,28536 franz. Metre.

Flächenmaaß. 1 Morgen = 120 Q. Ruthen = 25,0165 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Winspel = 4 Scheffel, 1 Scheffel = 10 Himten à 4 Vierfaß à 4 Becher. 1 Himt = 0,31044 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. 1 Fuder Wein = 4 Oxhoft oder 6 Ohm, 1 Oxhoft = 60 Stübchen à 4 Quartier à 2 Nößel. 1 Quartier = 0,91904 franz. Litre. — 1 Faß Bier = 4 Tonnen, 1 Tonne = 27 Stübchen.

Gewicht. 1 Schiffpfund = 20 Liespfund à 14 Pfund; 1 Centner = 114 Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen; 1 Pfd. = 467,29 franz. Grammes.

Bremen, freie Stadt des deutschen Bundes.

Münzen. Thaler zu 72 Groot à 5 Schwaren, die Köln. Mark f. S. zu $13\frac{1}{3}$ Thlr.

Längenmaaß. 1 Ruthe = $2\frac{2}{3}$ Klafter = 16 Fuß. 1 Fuß hält 0,28919 franz. Metre, und wird in 10 und 12 Zoll getheilt. 1 Elle = 2 Fuß.

Flächenmaaß. 1 Q. Fuß = 144 Q. Zoll.

Getreidemaaß. 1 Last = 4 Quart, 1 Quart = 10 Scheffel à 4 Viertel à 4 Spint. 1 Scheffel = 74,069 franz. Litres.

Getränkmaaß. 1 Oxhoft Wein = $1\frac{1}{2}$ Ohm oder 6 Anker, 1 Anker = 5 Viertel oder 44 Quart à 2 Mingeln. 1 Ohm = 144,96 Litres. Die ganze Tonne Bier = 45, die halbe 23, das Viertel 12 Stübchen. 1 Stübchen = 0,94288 Litres.

Gewicht. 1 Centner = 116 Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen. 1 Pfund = 0,49859 franz. Kilogramme.

Dänemark, Königreich.

Münzen. Reichsbankthaler zu 6 Mark à 16 Schilling dänisch. 2 Reichsbankthaler = 1 Speciesthaler oder 3 Mark Hamburger Banco. Der Zahlwerth ist:

1) Wirkliche Speciesthaler, $9\frac{1}{4}$ Rthlr. auf 1 Köln. Mk. f. S.

2) Reichsbankgeld, $18\frac{1}{2}$ Thlr. auf 1 Köln. Mk. f. S.

3) Dänisches Courant, $11\frac{1}{3}$ Rthlr. auf 1 Köln. Mk. f. S.

Längenmaß. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Faden = 6 Fuß, 1 Fuß = 12 Zoll à 12 Linien, 1 Elle = 2 Fuß; 1 Fuß = 0,31384 franz. Metre.

Flächenmaaß. 1 Q. Ruthe = 25 Q. Ellen à 4 Q. Fuß. 1 Q. Ruthe = 9,8497 franz. Q. Metre.

Getreidemaaß. 1 Last = 22 Tonnen à 8 Scheffel à 4 Viertel à 2 Achtel à 2 Sechszehntel. 1 Tonne = 139,112 franz. Litres.

Getränkmaaß. 1 Fuder Wein = 6 Ohm à 4 Anker; 1 Ohm = 155 Pott à 4 Pegel. 1 Ohm = 149,62 franz. Litres.

Gewicht. 1 Last = $16\frac{1}{4}$ Schiffpfund = 52 Centner, 1 Schiffpfund = 20 Liespfund à 16 Pfund, 1 Centner = 100 Pfund; 1 Pfund = 2 Mark = 16 Unzen = 32 Lth. à 4 Quent à 2 Ort wiegt 49,942 franz. Kilogrammes.

England, Schottland und Irland, Königreich.

Münzen. Pfund (Pound, sprich Paund) à 20 Shilling à 12 Pfennig (Singular Penny, Plural Pence) Sterling. 44,69 Shilling = 1 Köln. Mark f. S.; der Zahlwerth in Gold ist

die Köln. Mark fein Gold zu 31,926 Sovereigns (Pfundstücken, 20 Shilling gegen Silber werth.)

Längenmaaß. Als Einheit des Längenmaaßes dient der Yard, der in 3 Fuß, (Singular Foot, sprich Fut, Plural Feet, sprich Fiet) getheilt ist, $5\frac{1}{2}$ Yards machen eine Ruthe (pole. oder pearch), 220 Yards ein Furlong, 1760 Yards eine Meile, 1 Yard hält 0,91428 franz. Metre. Der Fuß hat $1\frac{1}{3}$ Spanne (Span), 3 Hands (Handbreiten), 4 Palms (Handbreiten ohne den Daumen), 12 Zoll (Inches), 96 Parts (Theile, Achtelzoll), 120 Linien.

Flächenmaaß. 1 Acre hält 4 □. Ruthen (rood of land), 160 □. Pearches, 4840 □. Yards.

Getreidemaaß. 1 Last (Load) = 2 Tuns = 10 Quarters = 20 Combs = 40 Strikes = 80 Bushels = 320 Pecks = 640 Gallons = 1280 Bottles = 2560 Quarts = 5120 Pints, hält 29,068 franz. Hektolitre.

Steinkohlen, Kalk, Kartoffeln ꝛc. werden nach dem Chaldron verkauft, 1 Chaldron = 12 Säcke, 1 Sack = 3 Bushels, 1 Bushel = 4 Pecks à 2 Gallons. 1 Chaldron = 13,080 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. Für Wein und Branntwein hat 1 Tun 2 Pipes oder Butts, 3 Punchions, 4 Hog'sheads, 6 Tierces, 8 Barrels, 14 Rundlets oder Kilderkins, 252 Gallons, 1008 Quarts, 2016 Pints.

Vom Biermaaß hat 1 Butt 2 Hog'sheads, 3 Barrels, 6 Kilderkins, 12 Firkins, 108 Gallons, 432 Quarts, 864 Pints.

Der Gallon für alle Flüssigkeiten hält 4,5419 franz. Litres.

Gewicht. 1 Tun hat 20 Hundreds oder Centner, 1 Centner = 4 Quarters oder 112 Pfd. avoir = du = poids Gewicht. 1 Pfd. = 16 Unzen, 1 Unze = 16 Drams (Drachmen). Das Pfund hält 7000 engl. Grains (Gran), oder 9437 holl. Aß, oder 453,55 franz. Grammes.

Gold, Silber, Geld, Juwelen, Perlen, Seide, Brod, Getreide werden mit Troy-Gewicht gewogen. 1 Pfd. Troy-

Gewicht hält 12 Unzen, 1 Unze 20 Penny-weights (Pfennig-gewicht) à 24 Grains, und hält das Pfund Troy-Gewicht 7766 holl. Aß oder 373,21 franz. Grammes.

Probirgewicht ist das Troy-Pfund à 24 Karat à 4 Grains à 4 Quarts fein Gold, und zu 12 Unzen à 20 Pfenniggewicht fein Silber. Apothekergewicht ist das Troy-Pfund von 12 Unzen à 8 Drachmen à 3 Scrupel à 20 Grains.

Frankfurt am Main, freie Stadt des deutschen Bundes.

Münzen. Reichsthaler zu 90 Kreuzer à 4 Pfennig, oder Gulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfennig.

1 Thlr. = $1\frac{1}{2}$ Fl., 1 Fl. = 3 Kopfstück = 15 Batzen à 4 Kreuzer. Der Zahlwerth ist:

1) Der Conventions Courant oder 20 Fl. Fuß, $13\frac{1}{3}$ Rthlr. Courant auf 1 Köln. Mark fein Silber (bei öffentlichen Abgaben und Capitalanlagen).
2) Der 24 Fl. Fuß, die Köln. Mark f. S. zu 16 Rthlr. (im gemeinen Handel.)
3) Der 22 Fl. Fuß, die Köln. Mk. f. S. zu $14\frac{2}{8}$ Rthlr. (bei einigen Stadtabgaben.)
4) Bei Wechselzahlungen werden 11 Fl. im 24 Fl. Fuß für $9\frac{1}{5}$ Fl. Wechselgeld gerechnet, also die Köln. Mk. f. S. zu $13\frac{21}{55}$ Rthlr.

Längenmaaß. 1 Fuß = 12 Zoll à 12 Linien. 1 Klafter = 6 Fuß. Die Ruthe hält $12\frac{1}{2}$ Fuß, und wird bei Vermessungen in 10 Fuß à 10 Zoll getheilt, welche Feldfuß heißen. 1 Fuß = 0,28461 franz. Metre. 1 Elle = 0,5473 franz. Metre. Gebräuchlich ist hier noch die Brabanter Elle = 0,6992 franz. Metre, und Pariser Aune (Stab) = 1,182 Metre.

Flächenmaaß. Der Morgen hat 160 Q. Ruthen oder 16000 Q. Feldfuß. Eine Hufe Land hat 30 Morgen; die Q. Ruthe ($156\frac{1}{4}$ Q. Fuß) hält 12,6567 Q. Metre.

Getreidemaaß. Ein Malter oder Achtel hat 4 Simmer à 2 Metzen à 2 Sechter à 4 Gescheid à 4 Mäßchen à 4 Schrott und hält 114,732 franz. Litres.

Getränkmaaß ist zweierlei, nämlich Alt- und Neu- oder Jungmaaß. Der Unterschied erstreckt sich aber nur bis zur ganzen Maaß hinauf. 1 Ohm hat 20 Viertel, 80 alte und 90 neue Maaß. Die alte und die neue Maaß werden beide in 4 Schoppen eingetheilt. Ein Fuder Wein ist 6 Ohm, ein Stück Wein 8 Ohm. 1 Ohm = 143,43 Litres.

Gewicht. Ein Centner Schwer- oder Eisengewicht = 100 Pfd., welche 108 Pfd. Leicht- oder Silbergewicht à 32 Loth betragen. Das Schwergewicht wird gebraucht bei Waaren, die nach dem Centner verkauft werden, das Leichtgewicht bei Waaren, die nach dem Pfunde verkauft werden. Das schwere Pfund wiegt 0,50529 frz. Kilogramme, das leichte Pfd. 0,46786 franz. Kilogramme.

Gold- und Silbergewicht ist vorstehendes Leichtgewicht, 1 Pfd. = 2 Mark à 16 Loth à 4 Quentchen à 4 Pfennig.

Frankreich, Königreich.

Münzen. Francs à 100 Centimes; ehemals rechnete man nach Livres à 20 Sols à 12 Deniers tournois. Auf eine Köln. Mark fein Silber gehen 51,9444 Francs, auf eine Köln. Mark fein Gold 805,14 Francs. 80 Francs machen 81 alte Livres.

Neue französische Maaße und Gewichte.

Um ein für alle Zeiten bleibendes Normalmaaß nach Decimal-Eintheilungen zu erhalten, legten die Franzosen, im Jahr 1792, die Länge des zehnmillionten Theils eines Quadranten des Erdmeridians ihrem neuen Maaß- und Gewicht-System zu Grunde, nannte diese Längeneinheit Metre, und fanden, durch Vergleichung mit den bis dahin üblichen Maaßen, daß 1 Metre = 443,2959 alte Pariser Linien betrug, den Metre bei 0 Grad, das alte Maaß bei $+ 16\frac{3}{4}$ Grad der Centesimalscale des Thermometers genommen.

Einheit des Längenmaaßes ist der Metre = 443,2959 alte Par. Linien.

Einheit des Flächenmaaßes ist die Are = 1 Q. Decametre.

Einheit des Körpermaaßes ist der Litre = 1 Kubik-Decimetre, und der Stere = 1 Kubik-Metre.

Einheit der Gewichte ist der Gramme, d. h. das Gewicht von 1 Kubik-Centimetre destillirten Wassers bei der Temperatur der größten Dichtigkeit, + 4 Grad der Centesimalscale, und wiegt 20,808556 holl. Aß.

Die Oberabtheilungen der neuen Maaße und Gewichte werden durch folgende von den griechischen Zahlwörtern hergenommenen Ausdrücke angedeutet: Myria für 10000, Kilo für 1000, Hekto für 100, Deka für 10, die Unterabtheilungen durch die von den lateinischen Zahlwörtern hergeleiteten Wörter: Deci für $\frac{1}{10}$, Centi für $\frac{1}{100}$, Milli für $\frac{1}{1000}$. Nämlich:

Degré od. Grad.	Myriametres.	Kilometres.	Hektometres.	Decametres.	Metres.	Decimetres.	Centimetres.	Millimetres.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000
	1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
		1	10	100	1000	10000	100000	1000000
			1	10	100	1000	10000	100000
				1	10	100	1000	10000
					1	10	100	1000
						1	10	100
							1	10

Eben so sind nun auch die übrigen Maaße und die Gewichte abgetheilt.

Genua, Sardinische See- und Handelsstadt.

Münzen. Lire nuove di Piemonte zu 100 Centesimi, 51,93 Lire nouove auf 1 Köln. Mark fein Silber.

Ellenmaaß ist der Palmo = 0,24983 franz. Metre.

Getreidemaaß. Die Mina = 8 Quarti oder 96 Gombette = 116,737 franz. Litres.

Getränkmaaß. 1 Mezzarola hat 2 Barilli, 1 Barillo = 50 Pinte = 74,228 franz. Litres.

Gewicht. Vom Peso grosso (Schwergewicht) hat der Peso 5 Cantari, 30 Rubbia, 500 Rotoli, 750 Libre, 9000 Once. Das Pfund (Libra) wiegt 7260 holl. Aß oder 0,34889 franz. Kilogramme. Das Peso sottile (klein Gewicht) ist 10 Proc. leichter, als das Peso grosso, und wiegt also 1 Pfd. 6600 holl. Aß oder 0,31717 franz. Kilogramm.

Hamburg, freie Stadt des deutschen Bundes.

Münzen. Mark zu 16 Schilling à 12 Pfennig Banco und Courant. Außerdem ist 1 Pfund vlämisch = $2\frac{1}{2}$ Thlr. = $7\frac{1}{2}$ Mk. Lübisch = 20 ßl. vls. à 12 Groot oder Pfennig vls. 1 Thlr. = 3 Mk. oder 8 ßl. vls. 1 Mk. = 32 Gr. vls. und 2 Gr. vls. = 1 ßl. Lüb. Von der Courant-Valuta gehen $11\frac{1}{3}$ Thlr. oder 34 Mark auf 1 Köln. Mark f. S., von der Banco-Valuta $27\frac{3}{4}$ Mark oder $9\frac{1}{4}$ Thlr. auf die Köln. Mark f. S.

Längenmaaß. Die Hamburger Elle hält 0,57298 franz. Metre. Der Fuß von 12 Zoll à 8 Theile hält 0,28649 franz. Metre. 1 Klafter = 6 Fuß, 1 Marschruthe = 14 Fuß.

Flächenmaaß. Der Morgen Land von 600 Marsch Q.Ruthen beträgt 96,522 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Faß = 2 Himten = 8 Spint = 32 große = 64 kleine Maaß. Für Weizen, Roggen und Erbsen: die Last zu 3 Winspel à 10 Scheffel à 2 Faß. Für Gerste und Hafer: die Last zu 2 Winspel à 10 Scheffel à 3 Faß. 1 Scheffel von 2 Faß hält 105,371 franz. Litres.

Getränkmaaß. 1 Fuder = 6 Ohm = 24 Anker = 30 Eimer = 120 Viertel = 240 Stübchen = 480 Kannen = 960 Quartier = 1920 Oeßel. 1 Quartier = 0,90504 franz. Litres.

Gewicht. 1 Schiffpfund = 20 Liespfund à 14 Pfund; 1 Centner = 112 Pfund, 1 Stein Flachs = 20, 1 Stein Wolle oder Federn = 10 Pfd. Das Pfund von 32 Loth à 4 Quent wiegt 10080 holl. Aß oder 484,41 franz. Grammes.

Hannover, Königreich.

Münzen. Thaler zu 24 Groschen à 12 Pfennig in Conventions-Münze, die Köln. Mark f. S. zu $13\frac{1}{3}$ Thlr.

Längenmaaß. 1 Ruthe = $2\frac{2}{3}$ Klafter = 8 Ellen = 16 Fuß = 192 Zoll = 1536 Achtel. 1 Elle = 0,58398 franz. Metre.

Flächenmaaß. 1 Morgen Land = 120 Q.Ruthen (60 Ruthen lang und 2 breit) hält 26,1921 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Last = 2 Winspel = 16 Malter = 96 Himten. 1 Himt = 31,103 franz. Litres.
Getränkmaaß. 1 Fuder = 4 Oxhoft = 6 Ohm = 15 Eimer = 24 Anker = 240 Stübchen = 480 Kannen oder Maaß = 960 Quartier = 1920 Nößel. 1 Quartier = 0,97198 franz. Litre.
Gewicht. 1 Last = 12 Schiffpfund à 20 Liespfund à 14 Pfd.; das Pfund schwer = 3 Ctr.; der Centner = 112 Pfd.
Das Pfd. von 2 Mark, 16 Unzen, 32 Loth, 128 Quent à 4 Oertchen, hält 489,7 franz. Grammes.

Hessen, Großherzogthum (Darmstadt).

Münzen. Thaler zu 90 und Gulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfennig im 24 Fl.-Fuß, die Köln. Mk. f. S. zu 16 Thaler.
Längenmaaß. Der Fuß hat 10 Zoll à 10 Linien = 0,25 Metre. Die Elle hält 24 Zoll oder 0,6 Metre. 1 Klafter = 10 Fuß.
Flächenmaaß. 1 Q.Klafter = 100 Q.Fuß. 1 Morgen = 4 Viertel = 400 Q.Klafter = 25 franz. Ares.
Getreidemaaß. 1 Malter hat 4 Simmer à 4 Kümpfe à 4 Gescheid à 4 Mäßchen. 1 Malter = 128 franz. Litres.
Getränkmaaß. 1 Ohm = 20 Viertel à 4 Maaß à 4 Schoppen. 1 Maaß = 2 franz. Litres.
Gewicht. Der Centner = 100 Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen à 4 Richtpfennige hält 50 Kilogrammes.

Hessen, Kurfürstenthum (Kassel).

Münzen. Thaler zu 32 Albus à 9 Pfennige oder 12 Heller. Der Thaler gilt auch $1\frac{1}{2}$ Reichsgulden, 24 gute Groschen, 36 Mariengroschen, 90 Kreuzer, 288 Pfennige oder 384 Heller. $1\frac{1}{2}$ Thaler = 1 Speciesthaler. Der Zahlwerth ist der Convent.-Courant-Fuß, die Köln. Mark f. S. zu $13\frac{1}{3}$ Thlr.
Längenmaaß. 1 Fuß zu 12 Zoll à 12 Linien hält 0,28769 franz. Metre. Die Elle hält 0,5704 franz. Metre.

Flächenmaaß. Der Acker hat 150 □.Ruthen à 15,91 franz. □.Metre, hält also 23,865 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Viertel = 2 Scheffel = 4 Himten = 16 Metzen = 64 Mäßchen. 1 Scheffel = 80,368 franz. Litres.

Geträn kmaaß. Das Weinfuder hat 6 Ohm, 120 Viertel oder Quärtlein, 480 Maaß; die Maaß wird in 4 Schoppen getheilt. Die Weinmaaß hält 1,98443 franz. Litres; die Biermaaß hält 2,18287 franz. Litres.

Gewicht. 1 Centner = 108 Pfd. (sowohl schwere als leichte), jedes Pfd. à 32 Loth. 1 schweres Pfd. = 0,48424 Kilogramme oder 10076,3 holl. Aß, das leichte Pfd. 0,4675 Kilogramme oder 9728 holl. Aß.

Lübeck, freie Stadt des deutschen Bundes.

Münzen. Mark zu 16 Schilling à 12 Pfenning Lübisch Courant; Thaler zu 3 Mark oder 48 Schilling. Die Köln. Mark f. S. zu 34 Mark oder $11\frac{1}{3}$ Thlr.

Längenmaaß. 1 Ruthe = 16 Fuß = 192 Zoll. 1 Elle = 0,57704 franz. Metre; 1 Fuß = 0,291 Metre.

Getreidemaaß. 1 Last = 8 Drömt = 24 Tonnen = 96 Scheffel = 384 Fässer. 1 Scheffel Roggen oder Weizen = 0,33404 franz. Hektolitre, 1 Scheffel Hafer = 0,39633 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. 1 Fuder = 6 Ohm = 120 Viertel à 2 Stübchen à 2 Kannen à 2 Quartier à 2 Planken à 2 Ort. 1 Quartier = 0,90504 franz. Litre.

Gewicht hat mit dem Hamburger Gewicht gleiche Eintheilungen. 1 Pfd. wiegt 484,705 franz. Grammes.

Neapel, Hauptstadt des Königreichs beider Sicilien.

Münzen. 1 Ducato di Regno zu 10 Carlini à 10 Grani, 12,231 Ducati auf 1 Köln. Mark f. S.

Längenmaaß. 1 Elle (Canna) = 8 Palmi à 12 Once hält 2,10936 franz. Metres. Man hat auch 1 Canna = 8 Passi = 60 Palmi = 720 Once = 3600 Minuti. 1 Palmo = 0,26363 Metre.

Flächenmaaß. 1 Moggia = 900 Q. Passi à $7\frac{1}{2}$ Palmi = 35,1847 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Carro = 36 Tomoli à 24 Maaß. 1 Tomolo von 2 Mezzeti, 4 Quarti, 8 Stopelli à 3 Misure hält 55,234 franz. Litres.

Getränkmaaß. Der Wein-Carro = 2 Botti à 12 Barili à 60 Caraffe. 1 Caraffa = 72,7027 Centilitres.

Gewicht. 1 Cantaro = 100 Rotoli à $33\frac{1}{3}$ Once = 0,891004 franz. Kilogramme.

Niederlande, Königreich.

Münzen. Gegenwärtig rechnet man nach Gulden à 100 Cents oder Fl. zu 20 Stüv. à 5 Cents, die Köln. Mark fein Silber zu $24\frac{3}{8}$ Fl. Der Gulden wiegt 224 holl. Aß und hat 893 Theile Gehalt (und 107 Zusatz). In Golde wird die Köln. Mark fein zu 386,031 Gulden à 14 holl. Aß an Gewicht und $\frac{9}{10}$ Gehalt ausgeprägt. Frühere, zum Theil noch in Anwendung kommende, Münzverhältnisse sind:

Gulden à 20 Stüver à 16 Pfennige. 1 Pfund vlämisch (Lvls.) = $2\frac{2}{5}$ Thlr. = 6 Gulden = 20 Schilling vläm. (ßlvls.) = 120 Stüv. = 240 Groot vläm. (Gr. vls.) à 8 Pfennige. Also sind: 2 Thlr. = 5 Fl.; 3 Thlr. = 25 ßl. vls.; 12 Thlr. = 5 Lvls.; 10 ßlvls. = 3 Fl.; 1 Fl. = 40 Groot vls.; 1 ßlvls. = 6 Stüv.; 1 Stüv. = 2 Pf. vls.; 1 Thlr. = 50 Stüv.

Längenmaaß. 1 Elle = 10 Palm = 100 Duim (Däume, Zoll) = 1000 Streep oder Linien, hält 1 franz. Metre. 10 Ellen = 1 Ruthe. In Amsterdam hat man noch die Amsterdamer Elle = 0,68781 franz. Metre, die vlämische Elle = 0,69438 franz. Metre und die Brabanter Elle = 0,70066 franz. Metre.

Getreidemaaß. 1 Mudde, Zak oder Sack = 10 Scheffel à 10 Kop à 10 Maatje. 1 Sack = 1 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. Die Kanne = 1 Kubikpalme (Litre) = 10 Maatje à 10 Vingerhoed.

Gewicht. Das Pfund ist gleich dem franz. Kilogramme, und hat 10 Unzen à 10 Lood à 10 Wigtje à 10 Korrel.

Gold-, Siber- und Geldgewicht ist die Troymark von 8 Unzen, 160 Engel, 640 Vierling, 1280 Troisken, 2560 Deurskens oder 5120 holl. Aß; sie wiegt 246,084 franz. Grammes. 19 Mark Troygewicht = 20 Mark Köln.

Oestreich, Kaiserthum. (Wien.)

Die Münzen, Maaße und Gewichte der verschiedenen Provinzen dieses Landes sind so sehr von einander abweichend, daß wir uns begnügen, bloß die der Hauptstadt Wien anzuführen.

Münzen. Reichsgulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfennig. 3 Fl. = 2 Thlr. à 90 Kr.; $1\frac{1}{3}$ Thaler = 1 Speciesthaler. Der Zahlwerth ist der Convent.- oder 20 Fl.-Fuß, die Köln. Mark fein Silber zu $13\frac{1}{3}$ Thlr.

Längenmaaß. 1 Fuß à 12 Zoll zu 12 Linien hält 0,316102 franz. Metre. 1 Elle = 0,77916 franz. Metre. 1 Klafter = 6 Fuß.

Flächenmaaß. 1 Juchert = 1600 Q. Klafter = 57,554 fr. Ares.

Getreidemaaß. 1 Muth = 30 Metzen; 1 Metze = 0,61492 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. 1 Fuder Wein = 32 Eimer, 1 Faß = 10 Eimer à 58,0156 franz. Litres.

Gewicht. 1 Centner = 5 Stein à 20 Pfd. 1 Pfd. = 16 Unzen = 32 Loth à 4 Quent wiegt 560,12 franz. Grammes.

1 Mark Gold- und Silbergewicht = 280,665 franz. Grammes. 5 Wiener Mark = 6 Köln. Mark. 1 Apothekerpfund wiegt 420,045 franz. Grammes.

Polen, Königreich.

Münzen. Gulden zu 30 Groschen à 10 Pfennig, die Köln. Mark fein Silber zu 86,688 Fl.

Längenmaaß. 1 Elle (Łokiec) = 24 Zoll (Calów) à 12 Linien = 0,576 Metre. 1 Fuß (Stopa) = 12 Zoll. 1 Klafter

(Sazén) = 3 Ellen oder 6 Fuß. 1 Ruthe (Pret) = $7\frac{1}{2}$ Ellen.
Flächenmaaß. 1 Hufe (Wloka) = 30 Morgen oder 90 Q. Ketten oder 9000 Q. Ruthen. 1 Morgen = 55,988 franz. Ares.
Getreidemaaß. 1 Last = 30 Scheffel (Krozec), 1 Scheffel = 4 Viertel (Cwierci) = 32 Garcy = 128 Kwart (Quart). 1 Quart = 1 franz. Litre.
Getränkmaaß. 1 Beczka (Tonne) = 25 Garniec = 100 Kwart, 1 Kwart = 1 franz. Litre.
Gewicht. 1 Centner = 4 leichte Stein = 100 Pfd.; 1 Pfd. = 16 Unzen = 32 Loth à 4 Drachmen à 3 Scrupel à 24 Gran à $5\frac{1}{2}$ Granikow. 1 Pfd. = 0,405504 franz. Kilogramme.

Portugal, Königreich.

Münzen. Reis (spr. Rees), 133,321 Reis auf 1 Köln. Mark fein Gold, oder 8480 Reis auf 1 Köln. Mark fein Silber. 1 Milreis = 100 Reis.
Längenmaaß. 1 Vara = $1\frac{2}{3}$ Covados = 5 Palmos = 40 Zoll = 1,09712 franz. Metre. 1 Covado = 0,6781 franz. Metre.
Flächenmaaß. 1 Geira = 4840 Q. Varas = 58,258 fr. Ares.
Getreidemaaß. 1 Moyo = 15 Fanegas = 60 Alqueires = 240 Quartos = 480 Outavas = 1920 Selamis. 1 Fanega = 0,54034 franz. Hektolitre.
Getränkmaaß. 1 Tonelada = 2 Pipas oder Botas = 52 Almudes = 104 Alqueires oder Potes = 624 Canadas = 2496 Quartilhos. 1 Canada 1,39516 franz. Litre.
Gewicht. 1 Quintal = 4 Arrobas à 32 Libras à 2 Marcas. 1 Libra = 459,04 franz. Grammes.

Preußen, Königreich.

Münzen. Thaler zu 30 Silbergroschen à 12 Pfennige, die Köln. Mark fein Silber zu 14 Thlr. Courant; in Golde wird sie (in Friedrichsd'or à 5 Thlr.) zu $193\frac{11}{13}$ Thlr. ausgeprägt.
Längenmaaß. Die Ruthe von 1669,56 franz. Linien oder

3,7662425 Metres ist das Grundmaaß; sie wird in 12 gemeine oder Duodecimalfuß (Werkfuß) und in 10 Decimalfuß (Feldfuß) getheilt. Der Duodecimalfuß hält also 139,13 franz. Linien oder 0,31385354... Metres, der Decimalfuß 166,956 franz. Linien oder 0,37662425 Metres. Den Duodecimalfuß theilt man noch in 12 Zoll à 12 Linien à 12 Scrupel, den Decimalfuß in 10 Zoll à 10 Linien à 10 Scrupel. Die preuß. Elle hält $25\frac{1}{2}$ preuß. Duodecimalzoll.

Der Faden beim Seewesen = 6 preuß. Fuß. Das Bergwerkslachter hält 80 preuß. Zoll. Die preuß. Meile ist 2000 preuß. Ruthen, also 24000 preuß. Duodecimalfuß lang. $14\frac{3}{4}$ Meilen gehen auf einen Grad des Aequators.

Flächenmaaß. Eine Q.Ruthe = 144 Q.Fuß à 144 Q.Zoll hält 14,18458 franz. Q.Metres. 1 Morgen = 180 Q.Ruthen = 25,5326 franz. Ares.

Körpermaaß. 1 Kubikfuß = 1728 Kubikzoll = 0,0309158 franz. Kubikmetre. Bei Mauer- und Erdarbeiten, beim Messen der Feldsteine gebraucht man die Schachtruthe, 1 Ruthe lang und breit und 1 Fuß hoch, also 144 Kubikfuß haltend.

Brennholz, Steine und Torf sollen eigentlich nach Klaftern (6 Fuß lang und breit und 3 Fuß hoch) zu 108 Kubikfuß gemessen werden, im gewöhnlichen Verkehr mißt man aber das Brennholz nach Haufen von $4\frac{1}{2}$ Klaftern oder 486 Kubikfuß = 150,25 franz. Stères, wobei das 3 Fuß lange Klobenholz in Haufen 18 Fuß lang und 9 Fuß hoch aufgesetzt wird. Den Torf mißt man ebenfalls nach Haufen zu 6 großen und 240 kleinen Maaßkörben.

Getreidemaaß. 1 Scheffel = 16 Metzen hält 3072 preuß. Kubikzoll oder 54,961 franz. Litre. Außerdem gebraucht man den Winspel zu 2 Malter oder 24 Scheffel. Eine Last Getreide ist 3, beim Hafer und der Gerste aber nur 2 Winspel.

Salz, Kohlen, Kalk u. dergl. werden in Tonnen gemessen, die 4 Scheffel halten.

Getränkmaaß. 1 Fuder Wein = 4 Oxhoft = 6 Ohm, =

12 Ei-

12 Eimer = 24 Anker = 720 Quart à 2 Oesel. Das Quart hält 64 preuß. Kubikzoll.

Vom Biermaaß hält 1 Gebräude 9 Kufen à 2 Faß à 2 Tonnen. 1 Tonne = 4 Oehmchen = 100 Quart.

Kornbranntwein wird nach Fässern zu 200 Quart verkauft.

Gewichte. 1 Centner hat 110 Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen. Beim Wollhandel ist der Stein von 22 Pfund oder $\frac{1}{5}$ Ctr. üblich. Eine Schiffslast ist gesetzlich 4000 Pfund, wird aber gewöhnlich zu 36 Ctr. gerechnet. 3 Ctr. = 1 Schiffspfund. Sonst hatte man 1 Last = 12 Schiffspfund à 20 Liespfund à 14 Pfd. Das preuß. Gewicht ist so von dem Maaße abhängig, daß das Gewicht eines preuß. Kubikfußes destillirten Wassers bei einer Temperatur von 15° Réaumur in 66 gleiche Theile getheilt, und ein solcher Theil ein preuß. Pfund heißen soll. Die Hälfte dieses Pfundes ist genau die beim preuß. Münzwesen übliche Kölnische Mark. Ein preuß. Pfund wiegt demnach 9728 holl. Aß oder 467,5 franz. Grammes.

Gold- und Silbergewicht ist das halbe preuß. Pfund, das hierbei Mark heißt, 4864 holl. Aß oder 233,75 franz. Grammes wiegt, und jetzt in 288 Grän getheilt werden soll, gewöhnlich aber in 8 Unzen, 16 Loth, 64 Quentchen, 256 Pfennig, 512 Heller getheilt wird. Nach der neuen Maaß- und Gewichts-Ordnung wird das Loth noch in 10000 Richttheile getheilt.

Bei der Probe des Goldes wird die Mark zu 24 Karat à 12 Grän fein, bei der des Silbers die Mark zu 16 Loth à 18 Grän fein gerechnet.

Das Medicinal- oder Apothekerpfund ist $\frac{3}{4}$ des Handelsgewichts, und hält 12 Unzen à 8 Drachmen à 3 Scrupel à 20 Grän. 1 Drachme ist also genau 1 Quentchen.

Rom, Hauptstadt des Kirchenstaats.

Münzen. Scudi romani zu 100 Bajocchi oder zu 10 Paoli à 10 Bajocchi à 5 Quatrini, 9,647 Scudi auf 1 Köln. Mark fein Silber.

Längenmaaß. Die Elle (Canna) von 8 Palmi hält 1,9896 franz. Metre. Die Bau-Canna hält 2,234 Metres und wird in 10 Palmi getheilt; 1 Palmo = 12 Once = 60 Minuti = 120 Decimi.

Flächenmaaß. 1 Rubbio = 4 Quarte = 7 Pezze = 16 Scorzi = 32 Quartucci = 112 Q. Catene. 1 Pezza = 26,406 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Rubbio = 4 Quarte = 22 Scorzi = 88 Quartucci hält 2,9445 franz. Hektolitres.

Getränkmaaß. 1 Botta = 16 Barili; 1 Barile = 32 Boccali; 1 Boccale = 1,8229 franz. Litres.

Gewicht. Der Cantaro hat 100, 160, auch 250 Pfund. Die Lira oder das Pfund, welches zugleich auch als Gold-, Silber-, Münz- und Medicinalgewicht gebraucht wird, hat 12 Once, 288 Denari, 6912 Grani, und wiegt 339,13 franz. Grammes.

Rußland, Kaiserreich.

Münzen. Rubel à 100 Kopeken, die Köln. Mark fein Silber zu 13 Rbl. in Silber- und $25\frac{3}{5}$ Rbl. in Kupfermünzen.

Längenmaaß. Die Elle, Arschin, von 16 Werschock hält 0,71148 franz. Metre. 9 Arschinen = 7 engl. Yards. Das Fußmaaß ist der engl. Fuß von 0,30476 franz. Metre. 1 Saschén (Faden oder Klafter) = 3 Arschinen. Die Werst oder russische Meile = 500 Saschén.

Flächenmaaß. Die Desätine = 2400 Q. Saschén.

Getreidemaaß. 1 Tschetwert = 2 Osmin = 4 Pajok = 8 Tschetwerik = 64 Garnetz oder 1,9455 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. 1 Wedro (Eimer) = 4 Tschetwerki à 2 Osmuschki. Der Osmuschka oder Kruschka hält 1,58691 franz. Litres.

Gewicht. 1 Berkowitz = 10 Pud oder 400 Pfund, 1 Pfund = 32 Loth à 3 Solotnik wiegt 8512 holl. Aß oder 409,06 franz. Grammes.

Sachsen, Königreich.

Münzen. Thaler zu 24 Groschen à 12 Pfennig, $13\frac{1}{3}$ Thlr. auf

die Köln. Mark fein Silber. 1 Thlr. = $1\frac{1}{2}$ Rfl.; $1\frac{1}{3}$ Thlr. oder 2 Rfl. = 1 Speciesthaler. Unter Wechselzahlung versteht man Species à $1\frac{1}{3}$ Thlr. oder ähnliche Münzsorten nach dem 24 Fl.-Fuß ausgeprägt.

Längenmaaß. 1 Leipziger Elle von 2 Fuß = 0,56531 franz. Metre. Man gebraucht in Leipzig auch die Brabanter Elle. 1 Ruthe = 12 Fuß à 12 Zoll.

Flächenmaaß. 1 Q.Ruthe = $230\frac{1}{36}$ Q.Fuß, 1 Acker = 300 Q.Ruthen = 55,133 franz. Ares.

Getreidemaaß. 1 Winspel = 2 Malter = 24 Scheffel à 4 Viertel oder à 16 Metzen, 1 Metze = 4 Mäßchen. 1 Scheffel = 107,434 franz. Litres.

Getränkmaaß. 1 Fuder = $2\frac{2}{5}$ Faß = 12 Eimer à 63 Kannen à 2 Nößel à 4 Quartier. 1 Kanne (in Dresden) = 0,93627 franz. Litres.

Gewicht. Der Centner hat 5 Stein oder 110 Pfund Handelsgewicht. 1 Pfd. von 32 Loth à 4 Quentchen wiegt in Leipzig 467,54, in Dresden 466,89 franz. Grammes.

Schweden, Königreich.

Münzen. Species-Reichsthaler à 48 Schilling Species à 12 Rundstück, Oere oder Pfennige, die Köln. Mark fein Silber zu 9,128 Reichsthaler Species.

Längenmaaß. Die Elle = 0,59373 franz. Metre. Der Fuß von 12 Zoll à 10 und 12 Linien hält 0,29686 franz. Metre. 6 Fuß = 1 Faden, 16 Fuß = 1 Ruthe.

Flächenmaaß. 1 Q.Ruthe von 256 Q.Fuß hält 22,561 franz. Q.Metre.

Getreidemaaß. 1 Tonne = 2 Spann = 8 Viertel = 32 Kappor = 56 Kannen = 112 Stoop = 448 Quartier = 1792 Ort = 1,6484 franz. Hektolitre.

Getränkmaaß. 1 Fuder = 2 Pipen = 4 Oxhoft = 6 Ohm = 12 Eimer = 24 Anker = 360 Kannen à 2 Stoop. 1 Stoop = 1,3092 franz. Litre.

Man hat auch 1 Tonne zu 48 Kannen, 96 Stoop, 384 Quartier, 1536 Jungfern und hält 125,683 franz. Litres.

Gewicht. Das Pfd. à 32 Loth à 4 Quent hält 423,53 franz. Grammes. 1 Centner = 120 Pfd.

Schweiz, Republik.

Münzen. 1) Eidgenössische: Schweizerfranken à 10 Batzen à 10 Rappen, 34,583 Franken auf die Köln. Mark fein Silber.

2) Zu derselben Münze, wie unter (Nr. 1.), haben sich seit 1826 auch die Kantone Aargau, Basel, Bern, Freiburg, Luzern, Solothurn und Waadt vereinigt.

3) Genf: Livres zu 20 Sols à 12 Deniers argent courant (fingirt), 1 Livre = $3\frac{1}{2}$ Gulden. Florins oder Gulden zu 12 Sols à 12 Deniers petite monnoie; auf 1 Köln. Mark f. S. gehen $32\frac{1}{4}$ Livres courants oder $112\frac{3}{4}$ Gulden petite monnoie.

4) Neufchatel: Livres zu 20 Sols à 12 Deniers tournois de Neufchatel. Livres foibles à 12 Gros à 12 Deniers und Livres à 10 Batzen à 10 Rappen. 1 Livre tournois = $2\frac{1}{2}$ Livres foibles. $35\frac{1}{2}$ Livres tournois gehen auf 1 Köln. Mark f. S.

5) Zürich: Gulden zu 60 Xr. à 8 Heller; Gulden zu 40 Schilling à 4 Rappen oder 12 Heller und Gulden zu 16 Batzen à 10 Rappen. Die Köln. Mk. f. S. zu $22\frac{1}{5}$ Fl.

Längenmaaß. 1) Basel: 1 Fuß = 0,30454 franz. Metre. Die Elle = 0,5398 Metre.

2) Bern: 1 Fuß = 0,29326 franz. Metre. Die Elle = 0,54252 Metre.

3) Genf: 1 Fuß = 0,4879 franz. Metre. Die Elle = 1,1437 Metre.

4) Neufchatel: 1 Fuß = 0,29325 franz. Metre. Die Elle = $1\frac{1}{9}$ Metre.

5) Zürich: 1 Fuß = 0,3 Metre. Die Elle = 0,60005 Metre.

Flächenmaaß. 1) Basel: 1 Juchart = 36000 Q. Fuß oder 33,387 franz. Ares.

2) Bern: 1 Juchart Holz = 45000, Acker 40000, Wiesen 35000 Berner Q. Fuß.

3) Genf: 1 Morgen Land = 51,663 franz. Ares.

4) Neufchatel: Für Weinberge ist 1 Ouvrier = 3,52257 franz. Ares.

5) Zürich: 1 Juchart Acker = 36000, Holz = 40000, Reben 32000 Q. Fuß.

Getreidemaaß. 1) Basel: 1 Sester = 4 Köpflein à 2 Becher hält 17,082 franz. Litres.

2) Bern: 1 Mütt = 12 Maaß = 24 Mäßli = 48 Immi. 1 Maaß = 14,011 Litres.

3) Genf: 1 Coupe oder Sack = 77,64 franz. Litres.

4) Neufchatel: 1 Muid = 3 Sacs à 8 Emines à 8 Pots. 1 Muid = 365,624 Litres.

5) Zürich: 1 Mütt = 4 Viertel; 1 Viertel = 20,537 Litres.

Getränkmaaß. 1) Basel: 1 Saum = 3 Ohm, 1 Ohm = 8 Viertel = 32 Maaß à 4 Schoppen. 1 Maaß = 1,4221 franz. Litre. Das neue Wirthmaaß ist $\frac{4}{5}$ davon.

2) Bern: 1 Saum = 4 Eimer = 100 Maaß. 1 Maaß = 1,67 franz. Litre.

3) Genf: 1 Char oder Fuder Wein = 12 Setiers = 288 Quarterons à 2 Pots. 1 Quarteron = 1,9043 fr. Litre.

4) Neufchatel: Der Wein-Muid = 5 Gerles = 12 Setiers = 192 Pots ist so groß, wie der Getreide-Muid.

5) Zürich: 1 Saum = $1\frac{1}{2}$ Eimer = 6 Viertel à 16 Maaß. 1 Maaß = 1,8249 franz. Litre.

Gewicht. 1) Basel: 1 Centner à 100 Pfd. à 32 Loth. 1 Pfd. Schwergewicht = 493,19 Grammes, 1 Pfd. Leichtgewicht = 486,15 Grammes.

2) Bern: 1 Centner = 100 Pfd. à 16 Unzen, 32 Loth à 4 Quentchen. 1 Pfd. = 520,22 Grammes.

3) Genf: 1 Pfund à 18 Unzen à 24 Deniers = 550,83 Grammes. Das kleine Gewicht ist $\frac{5}{6}$ des vorigen.

4) Neufchatel: 1 Pfund poids de fer = 520,1 franz. Grammes. 1 Pfd. poids de marc = 489,51 Grammes.

5) Zürich: Pfund zu 32 Loth = 468,65 Grammes; Pfund zu 36 Loth = 527,23 franz. Grammes.

Sicilien, Königreich.

Münzen. Ducati zu 100 Bajocchi, 12,225 Ducati auf 1 Köln. Mark f. S.

Längenmaaß. 1 Canna (Elle) = 8 Palmi = 2,1125 franz. Metres.

Getreidemaaß. 1 Salma = 2,7672 franz. Hektolitres = 16 Tomoli à 4 Mondelli.

Getränkmaaß. 1 Tonna = 3 Botti = 12 Salme à 8 Quarteri. 1 Salma = 87,597 franz. Litres.

Gewicht. 1 Cantaro grosso = 100 Rotoli grossi à 33 Unzen. 1 Rotolo grosso = 8,7348 franz. Hektogrammes. 1 Rotolo sottile von 30 Unzen = 7,9409 franz. Hektogrammes. 1 Libbra = 12 Unzen à 30 Trappesi.

Spanien, Königreich.

Münzen. Die gewöhnlichsten Castilianischen Rechnungsmünzen sind:
Reales de Vellon zu 34 Maravedis de Vellon, und
Reales de Plata antigua zu 34 Maravedis de Plata antigua.

17 Reales oder Maravedis de Plata = 32 Reales oder Maravedis de Vellon. Der Piaster, Peso de Plata, wird in 8 Silber-Realen à 34 Maravedis getheilt, und gilt $10\frac{5}{8}$ Reales de Plata oder 20 Reales de Vellon.

Doblon de Cambio (Wechselpistole) = 4 Pesos de Cambio oder 32 Reales de Plata antigua oder 1088 Maravedis de Plata antigua. Ducado de Cambio, Wechselducaten, von 375 Maravedis de Plata antigua.

Peso de Cambio oder Wechselpiaster, = 8 Reales de Plata antigua.

Der Zahlwerth ist die Köln. Mark f. S. $193\frac{1}{2}$ Reales de

Vellon, $102\frac{4}{5}$ Reales de Plata antigua, 9,32 Ducado de Cambio, 12,85 Pesos.

Längenmaaß. 1 Castilianische Elle, Vara, von 3 Fuß, 4 Palmos = 0,84796 franz. Metre. 1 Fuß, Pies, = 12 Pulgados hält 0,28265 franz. Metre.

Getreidemaaß. Der Castilian. Getreide-Cahiz hat 12 Fanegas à 12 Celemines oder Almudes à 4 Quartillos. 1 Fanega = 57,148 franz. Litres.

Getränkmaaß. 1 Cantaro oder Arroba mayor = 8 Azumbres à 4 Quartillos hält 15,75 franz. Litres. Der Oel-Arroba hält 12,298 Litres. 1 Moyo Wein mißt 16, die Pipa 27, die Bota 30 Cantaros.

Gewicht. 1 Quintal macho = 6 Arrobas à 25 Libras oder Pfund. Der gewöhnliche Quintal zu 4 Arrobas oder 100 Libras à 2 Marcos. 1 Libra = 460,09 franz. Grammes.

Venedig, Handelsstadt in der Lombardei.

Münzen. Lire austriache zu 100 Centesimi; auch Lire zu 20 Soldi à 5 Centesimi, die Köln. Mark f. S. zu 60 Lire austriache.

Längenmaaß. Der Seiden-Braccio hält 0,6384, der Wollen-Braccio 0,68103 franz. Metre. 1 Fuß = 0,34739 franz. Metre. 5 Fuß = 1 Passo.

Flächenmaaß. 1 Q. Passo = 25 Q. Fuß.

Getreidemaaß. 1 Moggio = 4 Staja oder Stari = 16 Quarte = 64 Quartaruole. 1 Stajo = 80 Litres.

Getränkmaaß. 1 Anfora = 4 Bigonce = 8 Mastelli = 48 Secchi = 192 Bozze = 768 Quartucci = 518,4 franz. Litres.

Gewicht. Peso grosso und Peso sottile. 1 Pfund Peso grosso hält 477,07 franz. Grammes. 1 Pfund Peso sottile 301,29 franz. Grammes. 12 Pfund Peso grosso = 19 Pfund Peso sottile. Die Libbra nuova italiana wird in 12 Once, 100 Grossi, 1000 Denari oder 10000 Grani getheilt; sie wiegt 1 franz. Kilogramme.

Würtemberg, Königreich.

Münzen. Reichsgulden à 60 Xr. à 4 Heller. 24 Fl. auf 1 Köln. Mark f. S.

Längenmaaß. Der Fuß hat 10 Zoll à 10 Linien, und hält 0,28649 Metre. Die Ruthe hat 10 Fuß. Die Elle hat 214,4 würtemb. Decimal-Linien, ist also = 0,614235 Metre.

Flächenmaaß. 1 Morgen = 384 Q.Ruthen = 31,5177 Ares.

Getreidemaaß. 1 Scheffel = 8 Simri; 1 Simri = 4 Viertel à 8 Ecklein à 4 Viertel. 1 Scheffel = 0,177227 Kilolitre.

Getränkmaaß. 1 Fuder = 6 Ohm oder Eimer à 16 Imi à 10 Maaß à 4 Schoppen. Die Maaß ist zweierlei: Hell- und Trüb-Aichmaaß. 167 Hell-Aichmaaß = 160 Trüb-Aichmaaß. 1 Hell-Aichmaaß = 18,37047 Décilitres.

Gewicht. 1 Centner = 104 Pfund Leichtgewicht = 100 Pfund Schwergewicht. 1 Pfd. = 32 Loth à 4 Quentchen. 1 Centner = 48,644 Kilogrammes.

Einige allgemein übliche Benennungen.

1) Ein Groß hat 12 Dutzend à 12 Stück.
   Ein Schock hat 4 Mandel à 15 Stück.
   Ein Zimmer hat 40 Stück.
   Eine Stiege zu 20 Stück.
   Ein Decher hat 10 Stück.

2) Zeiteintheilungen: Ein Jahr zu 12 Monat, 52 Wochen, 365 Tagen für das gemeine, zu 366 Tagen für das Schaltjahr; es wird aber in den Rechnungen, wo es nicht auf große Genauigkeit ankommt, zu 360 Tagen angenommen. Die Monate haben verschiedene Anzahl Tage: Januar 31, Februar 28, in einem Schaltjahr 29, März 31, April 30, Mai 31, Juni 30, Juli 31, August 31, September 30, Oktober 31, November 30, December 31 Tage. In kaufmännischen Rechnungen wird aber jeder Monat gemeiniglich zu 30 Tagen angenommen. Die Woche hat 7 Tage zu 24 Stunden, die Stunde 60 Minuten zu 60 Sekunden.

3) Im Papierhandel ist ein Ballen = 10 Rieß, 1 Rieß = 20 Buch à 24 Bogen Schreib-, und 25 Bogen Druckpapier.

Tabelle

der vorzüglichsten, wirklich geprägten Gold- und Silbermünzen.

I. Goldmünzen.	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Gold gehen.
	Stück	Kar.	Grän	Stück
Baden.				
Ducaten, ältere	67	23	8	67,944
10 Guldenstücke von 1819 bis 1827	34	21	8	37,6615
10 Thalerstücke seit 1828, doppelte Ludwigsd'or à 1000 Xr.	20,4	21	8	22,597
Rheingold-Ducaten	63,6972	22	6	67,944
Baiern.				
Karolinen à 11 Fl.	24	18 G.*) / 3 S.	6 G. / 8 S.	31,135
Maxd'or à 7⅓ Fl.	36	18 G. / 4 S.	6 G. / — S.	46,703
Ducaten à 5⅔ Fl.	67	23	6	68,426
Braunschweig.				
Carld'or, gesetzmäßig	35	21	7	38,919
dito doppelte, befunden	17,6211	21	5	19,7466
Dänemark.				
Species-Ducaten	67	23	6	68,426
Christiand'or seit 1775	35	21	8	38,769
Frederiksd'or	$35\frac{5}{24}$	21	6	39,3023
Frankreich.				
Louisd'or von 1726 bis 1785 (Schild-Louisd'or)	28,664	21	8¼	31,72
Louisd'or seit 1785	30,575	21	8¼	33,835
20 Francsstücke	36,248	21	7,2	40,2751

*) G. und S. bedeuten Gold und Silber.

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Gold gehen.
	Stück	Kar.	Grän	Stück
Großbritannien und Irland.				
Guineen zu 21 Schill. Sterling .	27,884	22	—	30,419
Sovereigns, Pfundstücke à 20 Schill. Sterling	29,278	22	—	31,94
Hamburg.				
Ducaten	67	23	6	68,426
Hannover.				
Georgd'or vom Jahr 1825, befunden	35,2146	21	2¾	39,8108
dito gesetzmäßig	35	21	8	38,769
Kirchenstaat.				
Zecchinen seit Clemens XIII. . .	68,223	23	8	69,184
Doppien	42,75	22	—	46,636
Lombardisch-Venetianisches Königreich.				
Souverain d'or zu 40 Lire austriache seit 1823	20,638	21	7,2	22,931
Stücke von 4 Lire italiane, aus der Zeit Napoleons	18,124	21	7,2	20,1376
Niederlande.				
Brabanter Souverain d'or . . .	21,25	22	—	23,182
dito Ducaten	67 5/9	23	8	68,507
Löwen der belgischen Staaten à 14 Fl.	28¼	22	—	30,818
Holländische Ruyder zu 14 Fl. .	23½	22	—	25,636
dito Ducaten	67	23	7	68,184
Zehnguldenstücke	34,753	21	7,2	38,6149
Nordamerikanischer Freistaat.				
Adler oder Eagles zu 10 Dollars	13,368	22	—	14,583
Oestreich.				
Reichsducaten	67	23	8	67,944
Souverain d'or	21¼	22	—	23,182

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Gold gehen.
	Stück	Kar.	Grän	Stück
Polen.				
Ducaten von 1812	67	23	5	68,669
50 Guldenstücke (50 Zlot) . . .	$23\frac{5}{6}$	22	—	26
Portugal.				
Dobraon zu 24000 Reis . . .	4,3483	22	—	4,7436
Lisbonine, Moid'or zu 4800 Reis	21,742	22	—	23,718
Crusade zu 480 Reis	217,416	22	—	237,181
Escudo zu 1600 Reis	65,225	22	—	71,155
Preußen.				
Alte Friedrichsd'or	35	21	9	38,6207
Friedrichsd'or à 5 Thlr. . . .	35	21	8	38,7692
Rußland.				
Species-Ducaten seit 1700 . .	67,429	23	3	69,604
Imperial-Ducaten à 5 Rbl. von 1798	38,470	23	8	39,012
Gold-Rubel	146,802	22	—	160,148
Imperialen à 10 Rbl., 1755—62	14,118	22	—	15,402
„ dito seit 1763	17,879	22	—	19,5048
Sachsen.				
Augustd'or oder Pistolen zu 5 Thlr.	35	21	8	38,7692
Ducaten vom Jahr 1830, befunden	67,283	23	6	68,715
Sardinien.				
Karolin zu 5 Doppien	5,125	21	9	5,655
Doppien oder Pistolen	25,746	21	8,6	28,453
Genuesische Zecchinen	67,5	23	$10\frac{1}{2}$	67,853
Genovine zu 100 Lire	8,307	21	9	9,166
Doppien zu 20 Lire nuove (Marengos)	36,248	21	7,2	40,275
Schweiz.				
Pistole à 16 Franken	30,791	21	7	34,239
Sicilien.				
6 Ducatistücke	26,52	20	$3\frac{1}{2}$	31,366
40 Lirestücke (1809—1813) . .	18,124	21	7,2	20,1376
Oncia von 1751	53,052	20	$7\frac{1}{2}$	61,733
Oncette zu 3 Ducati seit 1818 .	61,756	23	10,85	62,004

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Gold gehen.
	Stück	Kar.	Grän	Stück
Spanien.				
4fache Pistolen, Quadruples . .	8,6409	22	—	9,4264
Onza de oro, Quadruple . . .	8,6409	21	—	9,8753
Escudillo de oro, Goldpiaster . .	133,84	20	$4\frac{1}{2}$	157,652
Würtemberg.				
Karolinen	24	{ 18 3	6 G. 6 S.	} 31,135
Ducaten	67	23	8	67,944

II. Silbermünzen.

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Silber gehen.
	Stück	Loth	Grän	Stück
Baden.				
2 Guldenstücke	$9\frac{3}{16}$	12	—	12,25
1 Guldenstücke	$18\frac{3}{8}$	12	—	24,5
1 Thalerstücke à 100 Xr. . . .	$12\frac{39}{44}$	14	—	14,7273
Kronenthaler	$7\frac{731}{792}$	13	17	$9\frac{1}{11}$
Baiern.				
Convent.-Species-Thaler à $2\frac{2}{3}$ Fl.	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
Kopfstücke à 24 Xr.	35	9	6	60
Kronenthaler à 2 Fl. 42 Xr. . .	7,97	13	16	9,181
Braunschweig.				
Speciesthaler	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
$\frac{2}{3}$ Stücke, nach dem Leipziger Fuß	$13\frac{1}{3}$	12	—	18
Dänemark.				
Reichsthaler-Species	$8\frac{5}{32}$	14	—	9,25
Frankfurt am Main.				
Conventions-Species-Thaler . .	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
Kopfstücke zu 20 Xr. im 20 Fl.-Fuß oder 24 Xr. im 24 Fl.-Fuß .	35	9	6	60

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Silber gehen.
	Stück	Loth	Grän	Stück
Frankreich.				
Alte Ecûs, Louisblancs (1641 — 1709)	9	14	11	9,855
Kronenthaler (1709—1718)	7,7	14	9	8,497
Laubthaler zu 6 Livres seit 1726	7,93	14	12	8,651
5 Francsstücke	9,354	14	7,2	10,394
1 Francstücke	46,771	14	7,2	51,968
Großbritannien und Irland.				
Kronen à 5 Schill. Sterling vor 1816, gesetzmäßig	7,77	14	14,4	8,4
dergl. nach gewöhnlicher Annahme	7,8	14	12	8,509
dergl. seit 1816	8,271	14	14,4	8,949
Schilling à 12 Pence	41,356	14	14,4	44,743
Hamburg.				
Markstücke à 16 ßl. Lüb. Cour.	25,5	12	—	34
Hannover.				
Feine ⅔ Stücke od. Gulden zu 16 gGr. nach dem Conv.-Fuß seit 1816	19,861	15	16	20
Kirchenstaat.				
Scudo romano zu 100 Bajocchi	8,849	14	12	9,653
Testone zu 30 Bajocchi	29,496	14	12	32,177
Paolo zu 10 Bajocchi	88,487	14	12	96,531
Lombardisch-Venetianisches Königreich.				
Scudo zu 6 Lire austr.	9	14	7,2	10
Lira austriaca zu 100 Centesimi	54	14	7,2	60
Niederlande.				
Brabantische Ducatons seit 1749	7,022	13	16	8,089
Belgische Löwen zu 3½ Gulden	7,125	13	17	8,175
1 Guldenstücke	22,217	14	10½	24,375
Ducatons, silberne Ruyder	7,17	15	—	7,648
3 Guldenstücke seit 1816	7,2413	14	5,18	8,109

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Silber gehen.
	Stück	Loth	Grän	Stück
Nordamerikanischer Freistaat.				
Dollars, Piaster zu 100 Cents . .	8,673	14	5	9,72
Norwegen				
Species-Thaler	$3\frac{3}{32}$	14	—	9,25
Oestreich.				
Species-Thaler, 2 Gulden. . .	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
20 Kreuzerstücke	35	9	6	60
Polen.				
Species-Thaler zu 8 Fl. . . .	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
Thaler zu 6 Fl.	10,2	11	9	14,191
1 Guldenstücke	51,471	9	9	86,688
Portugal.				
Neue Crusaden zu 480 Reis . .	15,973	14	12	17,425
Preußen.				
Reichsthaler zu 24 gGr. oder 30 Sgr.	$10\frac{1}{2}$	12	—	14
$\frac{1}{2}$ Thlr. zu 12 gGr. oder 15 Sgr. unter Friedrich II.	21	12	—	28
$\frac{1}{4}$ Thlr. zu 6 gGr. oder $7\frac{1}{2}$ Sgr. unter Friedrich II.	42	12	—	56
$\frac{1}{3}$ Thlr. zu 8 gGr. oder 10 Sgr. bis 1810	28	10	12	42
$\frac{1}{6}$ Thlr. zu 4 gGr. oder 5 Sgr. .	$43\frac{3}{4}$	8	6	84
$\frac{1}{12}$ Thlr. zu 2 gGr. oder $2\frac{1}{2}$ Sgr. unter Friedrich II.	63	6	—	168
Silbergroschen zu 12 Pfennigen .	$106\frac{2}{3}$	3	10	480
Halbe Silbergroschen zu 6 Pfennigen	$213\frac{1}{3}$	3	10	960
Rußland.				
Rubel à 100 Kopeken, seit 1810 .	11,2875	13	16	13,0032
Sachsen.				
Species-Thaler zu $1\frac{1}{3}$ Thaler .	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
Gulden oder $\frac{2}{3}$ Thaler	$16\frac{2}{3}$	13	6	20

	Auf eine rauhe Köln. Mk. gehen.	Feingehalt.		Auf eine Köln. Mk. fein Silber gehen.
	Stück	Loth	Grän	Stück
Sardinien.				
Neue Scudi zu 5 Lire ital. seit 1816	9,354	14	7,2	10,394
1 Lirestücke	46,771	14	7,2	51,968
Schweden.				
Species-Thaler à 48 ßl. seit 1830	6,872	12	—	9,162
Schweiz.				
40 Batzenstücke der Helvetischen Republik	7,98	14	7	8,873
10 Batzenstücke desgl.	29,349	13	4	35,515
4 Frankenstücke zu 40 Batzen seit 1803	7,781	14	7,2	6,646
1 Frankenstücke zu 10 Batzen desgl.	31,125	14	7,2	34,583
Sicilien.				
Ducato zu 100 Grani von 1784	10,287	13	8	12,242
Scudi oder Piaster zu 12 Carlini oder 120 Grani seit 1818 . .	8,494	13	6	10,193
Ducati zu 10 Carlini oder 100 Grani	10,193	13	6	12,231
Spanien.				
Piaster, Peso duro zu 8 Reales de Plata oder 20 Reales de Vellon	8,641	14	8	9,5715
Würtemberg.				
Conventions-Species-Thaler . .	$8\frac{1}{3}$	13	6	10
20 Xr.-Stücke zu 24 Xr. . . .	35	9	6	60
Kronenthaler	7,946	13	$16\frac{1}{2}$	9,136
1 Guldenstücke seit 1824 . . .	18,375	12	—	24,5

Weg- oder Meilenmaaße,

mit der Angabe, wie viele deren auf 1 Grad des Aequators gehen.

	Auf 1 Grad des Aequators gehen.
Amerikanische Meile	22
Arabische Meile	$66\frac{2}{3}$
Badische Meile	$12\frac{1}{2}$

	Auf 1 Grad des Aequators gehen.
Baiersche Meile	14,98
Brasilianische Meile	17
Chinesische Li	192,4
Dänische Meile	14,77
Deutsche, alte oder germanische Meile, Rasta	25
— große Meile	12
— gemeine oder geographische	15
— kleine	17¾
Englische Meile zu 1760 Yards	69,12
— gewöhnliche Londoner Meile	73
— Seemeile	60
— Leagues	20
— alte Meile	47,6
Französische, alte gallische Leuka	50,4
— neue Lieue	25
— kleine Postmeile	27,77
— Myriamètre	11,11
— Seemeile	20
Hannöversche Polizeimeile	10,51
Hamburgische Meile	14,77
Großherzoglich Hessische Meile	14,85
Italienische Meile	60
Lombardische Meile	67,25
Neapolitanische Meile	57,71
Niederländische Stunden Gehens	67⅔
— Seemeilen	20
Norwegische Meile	10
Oestreichische Meile	14⅔
Polnische Meile, große	15
— — kleine	20
Portugiesische Meile	18
Preußische Meile von 2000 Ruthen	14,77
Russische Werste von 15 Arschinen	104,3
Sächsische Polizeimeile	12,29
Schweizer Stunden	13,3
Spanische Meile	26,6
Türkische Berri	66½
Ungarische Meile	13⅓

Bei-

Beispiele über die vier Operationen mit unbenannten ganzen Zahlen.

Addition.

(§. 31 — 36.)

Addire folgende unter einander geschriebene Zahlen:

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
3	9	1	5	20	300	2000
5	9	7	6	30	700	5000
7	7	6	4	10	600	9000
9	5	2	1	80	500	4000
2	4	9	7	70	900	7000
2	3	5	9	50	400	2000
4	8	5	3	20	800	8000
1	6	4	7	10	200	9400
10	9	6	8	50	500	7000
9	2	3	2	60	600	8090
6	1	7	9	90	400	5008
2	11	2	9	80	300	7200
3	5	8	9	50	900	4000
6	4	9	4	20	100	1000
8	8	1	3	70	500	8000
			8			

Welches ist die Summe folgender Zahlen?

8) $2 + 14 + 9 + 6 + 5 + 22 + 44 + 9 + 7 + 8 + 4 + 1 + 2 + 7 + 9 + 10 + 28 + 30$?

9) $24 + 26 + 7 + 5 + 8 + 1 + 2 + 3 + 5 + 4 + 7 + 9 + 8 + 6 + 10 + 3 + 12 + 9 + 5 + 4$?

10) $2 + 8 + 1 + 3 + 9 + 7 + 4 + 5 + 4 + 8 + 4 + 9 + 6 + 8 + 7 + 9 + 6 + 5 + 9 + 9 + 2$?

11) $12 + 8 + 2 + 2 + 9 + 8 + 7 + 7 + 6 + 6 + 5 + 4 + 5 + 7 + 8 + 9 + 8 + 9 + 10 + 7 + 9$?

12) $4 + 6 + 8 + 7 + 7 + 4 + 12 + 13 + 10 + 11 + 20 + 9 + 14 + 13 + 11 + 22$?

13) $28 + 4 + 8 + 7 + 6 + 10 + 20 + 30 + 9 + 7 + 6 + 9 + 2 + 8 + 5 + 2 + 4 + 6 + 8 + 7$?

14) 24 + 33 + 10 + 12 + 21 + 43 + 16 + 18 + 9 + 7 + 21 + 31 + 3 + 34 + 16 + 15?

15) 26 + 24 + 12 + 38 + 10 + 30 + 19 + 21 + 21 + 9 + 5 + 15 + 7 + 13 + 6 + 14?

16) 3 + 11 + 6 + 12 + 8 + 11 + 4 + 5 + 14 + 8 + 8 + 9 + 6 + 5 + 17 + 13 + 24 + 16 + 9 + 11?

17) 8 + 9 + 12 + 11 + 17 + 6 + 13 + 14 + 25 + 12 + 5 + 8 + 21 + 7 + 19 + 13 + 8 + 7 + 12 + 23?

Wodurch wird in den Beispielen Nr. 3, 15, 16, 17 die Addition erleichtert?

18) 4 + 19 + 16 + 2 + 8 + 6 + 5 + 12 + 14 + 18 + 9 + 7 + 6 + 2 + 9?

19) 17 + 8 + 2 + 5 + 7 + 6 + 2 + 9 + 1 + 7 + 14 + 16 + 10 + 20 + 13 + 17 + 14 + 13?

Addire ferner folgende Zahlen:

20) 14, 10, 9, 17, 13, 16, 10, 13, 19, 18, 20, 21, 30, 28, 13.

21) 10, 15, 20, 21, 30, 35, 25, 16, 18, 14, 17.

22) 24, 25, 19, 11, 12, 13, 16, 11, 24, 34, 50.

23) 35, 45, 10, 19, 27.

24) 36, 51, 72, 33, 36, 18, 20.

Alle diese 24 Beispiele können, als Kopfrechnungs-Aufgaben, wie einziffrige Zahlen gerechnet werden, ohne sie erst unter einander zu schreiben.

Addire folgende unter einander geschriebene mehrziffrige Zahlen:

25)	26)	27)	28)	29)
322	222	402	123	1132
231	314	100	242	5201
412	330	507	22	6034
24	231	850	312	5220
		340		4412

30)	31)	32)	33)	34)
712	6241	20112	341023	102
1013	1321	35231	410721	231
4020	183	52343	326123	54212
3143	2204	61303	512031	635352
5101				
9000				

35)	36)	37)	38)
7920134	120042	3402312	51230
1031021	3513	3034	257
23420	51231	532421	923401
212	102	9021122	3101
12	3404010	40010	22010

39)
224510
12039
1320
120
8332010

Suche die Summe folgender mehrziffriger Zahlen:

40) 1123, 230, 32, 7304, 90210.
41) 220, 304, 2012, 10021, 90131.
42) 3102, 423, 21132, 2021, 532310.
43) 521012, 2321, 23, 41402, 120, 232001.
44) 1052, 303, 8102101, 21430, 3001, 1431011.

---

45)	46)	47)	48)	49)	50)
54	32	68	113	640	6423
43	29	86	107	321	2179
68	37	97	526	452	5438
24	56	79	331	378	2774
97	64	57	987	1079	3386

51)	52)	53)	54)	55)
34	33	125	7796	34694
79	79	347	8920	32888
68	68	914	3432	79776
23	54	385	5379	30504
50	96	723	9397	27041
77	38	948	1254	36801
38	83	798	6732	79408
54	76	586	9884	45569

56)	57)	58)	59)
34587	9043	33487	765
329	738	9084	3869
4317	53415	93	648
99	654	548154	238197
64217	91468	683295	589063

60)	61)	62)	63)
374	76004	7934	3894
1582	3958	389	75439
98	27012	54368	684
75	11764	9767	708
643	598	78124	3094
970	79	35279	479
5054	864	64689	863
388	9195	58932	98765
7090	36879	98	43210
5400	5863	654	398
689	8498	397	7649
477	776	49706	985
688	945	3905	5413
4321	88	913406	73210
987	97		
	545		
	9380		

Es sollen folgende mehrziffrige Zahlen addirt werden:

64) 1368, 794, 308, 94321, 564320, 917654, 998, 64, 3458.

65) 3706, 479, 86321, 5429, 7004, 35812, 97, 1721, 94325.

66) 987354, 5879432, 479623, 987993, 50794, 7406321.

67) 22458, 77976, 54743, 99284, 58763291, 5863, 9764, 38719, 5862304, 999876, 43298794, 98743.

68) 779345, 97631, 54329, 687, 94, 8645, 97, 68770438, 9643, 76398789, 5437, 687913290, 479, 6843, 5321, 9876, 33887984, 3541, 6439, 55008.

69) 7439, 587, 3863, 459, 985, 3864328, 73945, 9763, 847, 9863, 3968, 55409, 50068, 790312, 3604370, 99043, 6430, 59870, 700648, 943641, 778, 549, 7063, 50681.

70) Addire die Summen der Beispiele Nr. 1 bis Nr. 10.

71) Addire die Summen der Beispiele Nr. 11 bis Nr. 20.

72) Addire die Summen der Beispiele Nr. 21 bis Nr. 51.

73) Addire die Summen der Beispiele Nr. 52 bis Nr. 72.

74) Addire die Summen der Beispiele Nr. 70 bis Nr. 73.

75) Bilde eine Zahlenreihe aus 10 Zahlen, wovon die erste 1, jede folgende um 9 größer ist als die vorhergehende, und addire diese.

76) Welches ist die Summe der Reihe aus 20 Zahlen, die man erhält, wenn man von 217 ausgeht und jede folgende um 38 größer macht als die vorhergehende?

77) Bilde eine Reihe aus 15 Zahlen, wovon die erste 26, jede folgende um 16 größer als die vorhergehende, und addire diese Zahlen.

78) Addire alle auf einander folgenden Zahlen von 7058 bis 7087.

79) Addire die Summen der Beispiele Nr. 75 — 78.

80) Addire die Summen aus Nr. 64 — 70 zu den Summen aus Nr. 75 — 79.

Addire noch folgende Zahlen:

81) 7960407 + 139805 + 798 + 70643 + 940768543 + 68709647 + 607094312 + 9007643201 + 66450909878 + 43219432.

82) 947689 + 10940032 + 4379684001 + 33200432179 + 7964 + 9987 + 4322179 + 2243215 + 2241794.

83) 68432279 + 684376 + 7797621 + 22345 + 700968 + 9916.

84) 9874304 + 39980766 + 4366798904 + 97683215 + 3268325 + 9877112 + 107060479 + 5047 + 53227968 + 179430.

85) 374 + 968 + 5401 + 7776879608 + 5438796 + 798 + 495 + 684377683 + 56327 + 687956 + 8796844 + 1317043792 + 448632823 + 44321798 + 4568 + 75040 + 749688.

86) 3998743 + 743817 + 44379 + 5568 + 77964 + 748 + 439 + 6741 + 8864 + 7009 + 6847 + 90643 + 790631 + 3017 + 9658 + 7632 + 3291 + 5874 + 32194 + 2231 + 7794 + 33214 + 79143 + 987.

87) 34176 + 9976 + 58 + 976 + 33873 + 997641 + 379641 + 9654 + 378 + 987 + 479 + 86 + 59 + 72 + 23 + 79 + 85 + 8 + 7.

88) 6 + 9 + 43 + 68 + 74 + 49 + 320 + 504 + 796 + 479 + 548 + 786 + 543 + 8647 + 4598 + 3479 + 68457 + 47583.

89) 76 + 94 + 384 + 709 + 860 + 999 + 8843 + 945864 + 385 + 9 + 765 + 5943 + 7654987 + 39 + 7654 + 54968 + 758 + 9987 + 8864302 + 10007 + 684 + 7 + 223 + 864 + 333 + 9987 + 9458763 + 9458791.

90) 3871235 + 758 + 54398 + 4583 + 796 + 457893

+ 3388 + 7794 + 3122 + 4587 + 998745 + 98 + 7984 + 3213 + 54321 + 232134 + 71543 + 521 + 9763 + 943 + 32217 + 2564 + 5183 + 1798 + 54632 + 79 + 965 + 798 + 34794 + 5632 + 7854380 + 58976 + 338899594.

Subtraction.

(§. 37 — 48.)

Subtrahire folgende Zahlen von einander:

1) 64	2) 39	3) 95	4) 74	5) 33	6) 69	7) 87
31	18	43	23	20	35	44

8) 99	9) 136	10) 254	11) 395	12) 463	13) 274
22	104	140	173	51	140

14) 908	15) 880	16) 900	17) 1720	18) 4335
503	370	300	510	2124

19) 7609	20) 4578	21) 7098	22) 15430	23) 1470	24) 3809
3207	2314	3027	320	330	1406

25) 7854 — 3201.
26) 98423 — 41010.
27) 488014 — 43014.
28) 77943 — 76442.
29) 808431 — 308230.
30) 45095 — 43025
31) 7854309 — 7814202.
32) 85430914 — 10313.
33) 76900471 — 3500020.
34) 38765407 — 10035402.
35) 7069381 — 1059150.
36) 68432001 — 34122001.

---

37) 45	38) 72	39) 63	40) 134	41) 321	42) 329
16	39	28	71	115	139

43) 320	44) 9723	45) 1704	46) 2307	47) 3435
150	4814	902	1234	1529

48) 8212	49) 57007	50) 3834560
4394	35403	1496381

51) 56823 — 19786.
52) 39076 — 4738.
53) 57223 — 40070.
54) 863201 — 9300.
55) 34235 — 8357.
56) 4586439 — 798959.
57) 14330783 — 9507039.
58) 88006419 — 49703589.
59) 23570381765 — 8735154769.
60) 3854070682031 — 893564179503.

---

61) 5073 1498	62) 9301 3456	63) 700 345	64) 39004 17865	65) 50007 38978

66) 40321 37689	67) 580010206 179458397	68) 6030404 3765465	69) 30830002 17940307

70) 5800304006302 954709636839	71) 5143090000232009035l002 937854682357079437683

72) 3420792003010020210 — 983434934037403.
73) 7684002030 — 1593853845.
74) 508200210 — 37983504.
75) 608200300 — 239358776.
76) 3030040519 — 1950776309.
77) 28002300041 — 5739407692.
78) 300207010002 — 103723507003.
79) 140309730001 — 58978953476.
80) 90073804 — 47609459.
81) 100005 — 93719.
82) 710000 — 54327.
83) 42000710 — 3507983.
84) 352002314 — 75980607.
85) 2700305001 — 1987358227.
86) 607000407 — 356394798.

Zusammengesetztere Beispiele über die Addition und Subtraction.

(§. 50. 51.)

1) Welche Zahl muß zu 7509 addirt werden, um 93573 zu erhalten?
2) Zu welcher Zahl müssen 51029 addirt werden, um 132321 zu bekommen?
3) Welche Zahl muß zu 359 addirt werden, um 1421 zu erhalten?
4) Von welcher Zahl muß man 39 subtrahiren, um 75 zu erhalten?
5) Welche Zahl muß man von 1761 subtrahiren, um 394 zu erhalten.
6) Addire 7754 zu 90561 und subtrahire 39860 von der Summe.
7) Subtrahire 543 + 3871 von 24120.

8) Addire 7583 — 958 zu 5874 + 2291.
9) (5479 + 30784) — 7438.
10) 7586948 — (547043 + 76963).
11) 77439 — 64098 + 7486 + 432 — 8924.
12) 543291 + 7436 + 907348 — 36542 — 7500 — 6964.
13) 5738942 — (463973 — 219586).
14) 2359286 — (543958 — 7543 — 3058).
15) (573 + 7483 + 3298) — (341 + 567 + 1213).
16) (2794 + 4687 + 3421) — (7431 — 375 — 217).
17) (529849 — 93587) — (4795 — 1947).
18) (348732 — 57986) — (35043 — 8679 — 3524).
19) (57983 — 49573) + (673582 — 135947).
20) (3586217 — 1695382) + (5473125 — 3798308).
21) Welche Zahl muß zu 3574 + 32987 addirt werden, um 570501 zu erhalten?
22) Addire 75983 zu der Zahl, die, zu 6709 addirt 22458 giebt.
23) Die Zahl, die, zu 12509 addirt, 62127 giebt, soll zu der Zahl addirt werden, die, zu 913 addirt, 5421 giebt.
24) Die Zahl, von der 329 subtrahirt werden müssen, um 614 zu geben, soll zu 7219 addirt werden!
25) Die Zahl, von der 6712 subtrahirt werden müssen, um 922 zu geben, soll zu der Zahl addirt werden, von der 12523 subtrahirt werden müssen, um 3694 zu erhalten.
26) Von welcher Zahl muß 394 subtrahirt werden, um die Zahl zu erhalten, von der man 7521 subtrahiren muß, um 695 zu bekommen?
27) Welche Zahl muß man von 3726 + 9343 subtrahiren, um 4736 zu erhalten?
28) Addire 1517 zu der Zahl, die, von 12539 subtrahirt, 6322 giebt.
29) Von welcher Zahl muß man so viel subtrahiren, um 239 zu erhalten, als man zu 7691 addiren muß, um 13652 zu erhalten?
30) Welche Zahl muß man von der Zahl subtrahiren, von der 2712 subtrahirt 516 giebt, um 317 zu erhalten?
31) Von welcher Zahl muß man 35879 — 8764 subtrahiren, um 76540 zu erhalten?
32) Von welcher Zahl muß man 3975 subtrahiren um 56813 — 7438 zu erhalten?

33) Welche Zahl muß man von 7543 — 1697 subtrahiren, um 1097 zu erhalten?

34) Zu welcher Zahl muß man so viel addiren, um 129738 zu erhalten, als man von 389537 subtrahiren muß um 295421 zu bekommen?

Multiplication.

(§. 52 — 68.)

1) 2 × 342
2) 3 × 121
3) 4 × 2122
4) 2 × 34231
5) 2 × 22334
6) 3 × 32231132
7) 2 × 203
8) 3 × 3100
9) 2 × 40420
10) 2 × 3002010
11) 3 × 50
12) 4 × 700
13) 4 × 70000
14) 5 × 200
15) 6 × 7000
16) 9 × 310100
17) 10 × 57
18) 10 × 453
19) 10 × 35000
20) 10 × 70830
21) 100 × 579
22) 100 × 3891
23) 100 × 5000
24) 100 × 730
25) 1000 × 5691
26) 10000 × 3870
27) 10000 × 97400
28) 1000 × 5889
29) 10000 × 340000
30) 10000 × 587

---

31) 5 × 23
32) 6 × 37
33) 7 × 54
34) 8 × 89
35) 9 × 75
36) 2 × 483
37) 3 × 547
38) 4 × 6391
39) 5 × 5073
40) 6 × 9143
41) 3579 × 7
42) 50831 × 8
43) 32131 × 9
44) 6870 × 5
45) 471345 × 3
98745 × 2
47) 345429 × 4
48) 3377542 × 8
49) 3871943 × 7
50) 4236829 × 9
51) 3784 × 8
52) 39763 × 5
53) 2345 × 7
54) 35798 × 9
55) 88328 × 8
56) 98730 × 7
57) 66554 × 6
58) 74632 × 3
59) 387645 × 4
60) 8793408 × 5.

---

61) 559432756 × 2
62) 3547629 × 3
63) 89213 × 4
64) 794523 × 7
65) 87380049 × 8
66) 74000391 × 9
67) 385040097 × 5
68) 54371498 × 8
69) 57614032 × 2

70) 10437905 × 3
71) 39895742 × 4
72) 68465972 × 5
73) 64779831 × 6
74) 92015438 × 7
75) 243019876 × 8
76) 398458762 × 9
77) 2342957518 × 6
78) 379241000988 × 7

---

79) 54 × 30
80) 439 × 20
81) 378 × 40
82) 4598 × 50
83) 4972 × 60
84) 3763 × 70
85) 9821 × 80
86) 3762 × 90
87) 995 × 200
88) 76102 × 300
89) 56400 × 400

90) 36890 × 500
91) 54214 × 600
92) 321056 × 700
93) 2804000 × 800
94) 77609 × 900
95) 38879 × 2000
96) 346300 × 7000
97) 476509 × 8000
98) 36099458 × 9000
99) 6452003798 × 5000
100) 341786900 × 6000

---

101) 37 × 11
102) 59 × 12
103) 97 × 13
104) 86 × 14
105) 134 × 15
106) 347 × 21
107) 234 × 22
108) 307 × 36
109) 1214 × 47
110) 4009 × 65
111) 327 × 24
112) 5723 × 36
113) 9726 × 49
114) 63954 × 64
115) 583927 × 25

116) 450079 × 34
117) 98740 × 72
118) 634729 × 69
119) 3004200 × 73
120) 680400 × 99
121) 3749 × 88
122) 35894 × 79
123) 586429 × 67
124) 386609 × 98
125) 234719 × 77
126) 338794 × 62
127) 409000 × 65
128) 5799843 × 66
129) 3094000 × 76
130) 559876431 × 86

131) 397102452 × 51
132) 56983007090 × 65
133) 37000 × 89
134) 398520 × 28
135) 68439 × 71
136) 543190 × 55
137) 9041312 × 17
138) 648070982135 × 81
139) 357000 × 32
140) 58094760 × 56.

---

141) 347 × 150
142) 3721 × 250
143) 6734 × 3400
144) 94563 × 96000
145) 58714 × 3900
146) 6540 × 5600
147) 97800 × 64000
148) 70050 × 9300
149) 38000 × 76000
150) 56900090 × 6800
151) 413 × 246
152) 358 × 231
153) 229 × 542
154) 963 × 748
155) 8409 × 6784
156) 2371 × 639
157) 84291 × 3471
158) 28394 × 35992
159) 71102 × 54619
160) 38297 × 46853

---

161) 3570 × 7643
162) 684090 × 3871
163) 23500 × 569
164) 7494 × 387
165) 34230 × 5613
166) 24689 × 8843
167) 769320 × 347
168) 6894 × 5890
169) 73481 × 67500
170) 976120 × 139000
171) 880043 × 3968
172) 7400023 × 345
173) 90039040 × 6731
174) 240700900 × 7300
175) 84923 × 504
176) 7694 × 9403
177) 49112 × 7008
178) 56390 × 30002
179) 742103 × 57008
180) 3009 × 5080

---

181) 35000 × 7009
182) 6754389 × 5706043
183) 95047680 × 6079409
184) 210839 × 10506004
185) 3210098 × 50700
186) 7204600 × 30900
187) 4860391 × 30900
188) 1203047 × 68004090
189) 2505490 × 1037064
190) 598807123 × 69130124
191) 3576834 × 69135824
192) 91250087 × 64932100
193) 769314080 × 16300270
194) 21903470 × 690408
195) 65431200 × 8973465
196) 712398645 × 13276589
197) 230907400 × 790080
198) 58941013 × 7162140
199) 4213029000 × 6000070
200) 370086040 × 910020090

Zusammengesetzte Beispiele über die Addition, Subtraction und Multiplication.

(§. 78 und 79.)

1) 12 × 15 × 27
2) 34 × 70 × 39
3) 46 × 64 × 89
4) 113 × 32 × 47
5) 32 × 65 × 219
6) 123 × 456 × 78
7) 347 × 291 × 588
8) 9 × 732 × 46
9) 7589 × 110 × 317
10) 4598 × 6843 × 99
11) 3570 × 6894 × 6800
12) 6210 × 9430 × 4030
13) 1463 × 459 × 74000
14) 5891 × 674 × 38 × 49
15) 4329 × 687 × 32 × 50
16) 7941 × 1350 × 463 × 760
17) 27 × 64 × 84 × 59 × 60
18) 3 × 6 × 12 × 24
19) 5 × 10 × 20 × 40 × 80
20) 7 × 21 × 15 × 199 × 210

---

21) (34796 + 98310) × 64398
22) (27623 + 1098740 + 3879) × 584
23) (6239 + 15849 + 3798 + 23497) × 69310
24) (579 + 8349) × (3281 + 9764)
25) (86005 + 9763 + 2847) × (347 + 98 + 492 + 134)
26) (5794 — 3807) × 7500
27) (864976 — 58694) × (1736 — 914)
28) (59432 — 4371) × (7439 — 1612 — 912)
29) (68457 + 891204) × (5439 — 4780)
30) (34579 + 5839 — 12631) × (16794 — 397 + 854)
31) (5794 × 3867) + (943 × 1286)
32) (73890 × 45 × 129) + (6743 × 589)
33) (6794 × 8643) — 459783
34) 3456958 — (7410 × 56)
35) (109847 × 563) — (397 × 856)
36) (75496 × 3879) × (5843 × 97) — (3863 × 146)
37) 23049 + (7495 × 94) — (68 × 374) + (26 × 759)
38) (543 + 917) × (327 + 621) × (7948 — 6859)
39) Die Zahl, die, zu 5947 addirt, 71043 giebt, soll mit 349 multiplicirt werden.
40) Zu welcher Zahl muß 796 × 587 addirt werden, um 497389 zu erhalten?

41) Die Zahl, die, zu 769 addirt, 3504 giebt, soll mit der Zahl, die, zu 79 addirt, 1412 giebt, multiplicirt werden.

42) Zu welcher Zahl muß 79 $\times$ 68 addirt werden, um 311 $\times$ 98 zu erhalten?

43) Die Zahl, die, zu 919 addirt, 5874 giebt, soll mit 9 $\times$ 67 multiplicirt werden.

44) Die Zahl, von der 16709 subtrahirt werden muß, um 4596 zu geben, soll mit 7431 multiplicirt werden.

45) Die Zahl, die, von 953 subtrahirt, 76 zum Reste giebt, soll mit 7381 multiplicirt werden.

46) Welche Zahl muß man zu 7394 $\times$ 640 addiren, um 93456807 zu erhalten?

47) Welche Zahl muß man von 6740 $\times$ 31 subtrahiren, um 92 $\times$ 64 zu erhalten?

48) Multiplicire 3974 — 658 mit 5891 + 4038.

49) Von welcher Zahl muß man 356 $\times$ 98 subtrahiren, um 6479 zu erhalten?

50) Von welcher Zahl muß man 795 $\times$ 248 subtrahiren, um 64873 zu bekommen?

51) Welche Zahl muß von 17546 subtrahirt werden, um 39 $\times$ 56 zu bekommen?

52) Welche Zahl muß von 7943 $\times$ 687 subtrahirt werden, um 643 $\times$ 17 zu bekommen?

53) Wie viel muß zu 7494 $\times$ 689 addirt werden, um 309400 $\times$ 687 zu erhalten?

54) Die Zahl, die, zu 745 $\times$ 964 addirt, 1200940 $\times$ 687 giebt, soll mit 584 $\times$ 32 $\times$ 64 multiplicirt werden.

55) Subtrahire 674 $\times$ 391 von 683 $\times$ 476, und multiplicire den Rest mit 784.

Division.

(§§. 69—77.)

1) 63 : 7
2) 96 : 12
3) 65 : 13
4) 7 : 8
5) 0 : 4
6) 92 : 17
7) 42 : 14
8) 108 : 12
9) 128 : 16
10) 80 : 9
11) 90 : 10
12) 37 : 5
13) 46 : 8
14) 69 : 23
15) 75 : 30

16) 93 : 10
17) 74 : 10
18) 78 : 50
19) 64 : 20
20) 79 : 30

21) 1 : 17
22) 3 : 4
23) 8 : 29
24) 49 : 47
25) 67 : 60

26) 94 : 11
27) 69 : 24
28) 75 : 15
29) 95 : 19
30) 144 : 36

---

31) 217 : 94
32) 276 : 46
33) 513 : 57
34) 104 : 26
35) 280 : 35
36) 444 : 74
37) 384 : 64
38) 333 : 37
39) 385 : 55
40) 186 : 93

41) 396 : 99
42) 623 : 89
43) 500 : 100
44) 1008 : 112
45) 402 : 134
46) 474 : 237
47) 3135 : 627
48) 1017 : 339
49) 4368 : 546
50) 2604 : 372

51) 148 : 37
52) 612 : 68
53) 1700 : 340
54) 600 : 100
55) 470 : 100
56) 900 : 300
57) 800 : 200
58) 540 : 60
59) 320 : 500
60) 345 : 296

---

61) 10422 : 3474
62) 34465 : 6893
63) 8720 : 1090
64) 579864 : 94038
65) 369 : 57
66) 4807 : 1350
67) 4721983 : 674569
68) 6439 : 705
69) 3891 : 1958
70) 380048 : 47506

71) 380749 : 274193
72) 95684987 : 13405379
73) 542912 : 203751
74) 4948884 : 549876
75) 37943801 : 4519276
76) 4106372634 : 684395439
77) 7955817504 : 1988954376
78) 937186520 : 279543000
79) 9107864135 : 957968493
80) 79918372360 : 9989796545

---

81) 400 : 10
82) 5000 : 500
83) 9000 : 30
84) 700 : 20
85) 8000 : 100
86) 8000 : 400
87) 8000 : 40
88) 6400 : 80
89) 2700 : 9
90) 24000 : 3

91) 74500 : 500
92) 16893 : 3
93) 689324 : 395
94) 37214 : 521
95) 679430 : 640
96) 4987543 : 1231
97) 7796021 : 6859
98) 642308 : 19054
99) 2130974 : 29870
100) 687112535 : 684

101) 8251992 : 196476
102) 1918633545 : 498735
103) 41778018 : 85963
104) 7953496200 : 936
105) 59331534 : 84039
106) 25834720 : 84704
107) 39829383 : 402317
108) 119846974 : 598
109) 8702178436224 : 1243008
110) 87151237200576 : 12450006
111) 61587552 : 732
112) 1427664 : 59486
113) 4668454 : 973
114) 5296296837 : 50403
115) 335202230976 : 412
116) 611867999031 4710 : 894123594
117) 291099038622 7698 : 49387419
118) 7482161477728 : 1247008
119) 97814356178 : 131
120) 154602923 : 44567
121) 26017242028 : 33446
122) 27065483 : 9275
123) 4442948 : 926
124) 1090672617669 0795 : 834097605
125) 43562190 : 89065
126) 66200348 : 892
127) 1000000 : 67
128) 1032366 : 2357
129) 62987354 : 7358
130) 6525130000 : 13400
131) 237309 : 791
132) 1234567890 : 13579
133) 20891436 : 518
134) 1443469274 : 1976
135) 220176 : 379
136) 12375625 : 1836
137) 2013129 : 560

138) 9084138475 : 9413615
139) 37917532387 : 39058
140) 126049668597 : 341598

Zusammengesetzte Beispiele über alle vier Operationen.
(§. 78 und 79.)

1) Der Quotient von 2652 : 17 soll noch durch 13 dividirt werden.
2) Dividire 87445 durch 45 und den Quotienten noch durch 29.
3) Dividire 11892520 durch 136 und den Quotienten noch durch 67.
4) Dividire 480 durch den Quotienten von 360 : 9.
5) Dividire 613750 durch den Quotienten von 129086 : 79.
6) Dividire 486093721 durch den Quotienten von 25834720 : 84704.
7) Mit welcher Zahl muß 129086 multiplicirt werden, um 39887574 zu geben?
8) Mit welcher Zahl muß 41200 multiplicirt werden, um 37080000 zu geben?
9) Mit welcher Zahl muß 486 multiplicirt werden, um 417844818 zu geben?
10) Welche Zahl giebt, mit 44567 multiplicirt, 154602923 zum Product?
11) Welche Zahl giebt, durch 39047 dividirt 3079 zum Quotienten?
12) Welches ist der Dividend zu dem Divisor 409 und Quotienten 6741?
13) Durch welche Zahl muß 238 dividirt werden, um 14 zum Quotienten zu geben?
14) Durch welche Zahl muß 33527135716 dividirt werden, um 81376543 zum Quotienten zu geben?
15) Durch welche Zahl muß 4883913 dividirt werden, um 699 zum Quotienten zu geben?
16) 3406662 ist wie viel mal 798?
17) Wie viel muß man zu 1236150 : 246 addiren, um 17938 zu erhalten?
18) Von welcher Zahl muß man 8921920 : 3136 subtrahiren, um 7909 zu bekommen?
19) Addire 28849408 : 896 zu 36288182 : 91406.
20) Subtrahire 59744 : 32 von 23094180 : 45.

22)

21) Mit welcher Zahl muß man 53167 + 30971 multipliciren, um 61587552 zu erhalten?
22) Mit welcher Zahl muß man 141267 multipliciren, um 52157706 + 93781987 zu erhalten?
23) Von welcher Zahl muß 27850255700 : 67324 subtrahirt werden, um 667552020 : 98459 zu erhalten?
24) Dividire 36 × 64 durch 72.
25) Dividire 441 × 58 durch 7 × 29.
26) Multiplicire 2221536 : 317 mit 69.
27) Mit welcher Zahl muß 11 × 17 multiplicirt werden, um 42449 zu geben?
28) Mit welcher Zahl muß 41 × 41 multiplicirt werden, um 68921 zu geben?
29) Welche Zahl muß mit 13 × 29 multiplicirt werden, um 67483 zu geben?
30) Welche Zahl giebt, durch 49 × 13 dividirt, 107 zum Quotienten?
31) 96007 : (19 × 31) + 71299 : (37 × 41).
32) $179 \times 569 - \frac{101897}{19 \times 31}$.
33) Durch welche Zahl muß man $\frac{168000}{35}$ dividiren, um 64 zu erhalten?
34) Dividire 7203919 durch die Zahl, die durch 53 dividirt, 1247 giebt.
35) Die Zahl, die, mit 11 multiplicirt, 65417 giebt, muß durch welche Zahl dividirt werden, um 313 zum Quotienten zu geben?
36) $\frac{29 \times 1919}{19} - \frac{23 \times 2453}{223} + \frac{41 \times 1351}{7}$.
37) $\frac{(457 + 693)}{23} + \frac{234 \times 306}{18} \times 59 - \frac{8500}{68}$.
38) $\frac{52003}{7} : 17$.
39) $\frac{50609}{13 \times 17} - \frac{70477}{11 \times 43} + \frac{81793}{263}$.
40) $\frac{81947}{361} \times \frac{88183}{541}$.

Beispiele

zum Auffinden des größten gemeinschaftlichen Theilers zweier Zahlen.

(§. 126.)

Welches ist der gemeinschaftliche Theiler folgender Zahlen?

1) von 65 und 91.
2) von 323 und 629.
3) von 187 und 473.
4) von 1079 und 1963.
5) von 247 und 589.
6) von 1111 und 1717.
7) von 1649 und 2231.
8) von 5587 und 5291.
9) von 68609 und 68923.
10) von 67747 und 97048.
11) von 67811 und 77873.
12) von 76957 und 80711.
13) von 80509 und 79651.
14) von 64801 und 65747.
15) von 65747 und 66581.
16) von 65671 und 94741.
17) von 90037 und 93617.
18) von 93613 und 94601.
19) von 94123 und 95587.
20) von 64201 und 64543.
21) von 321983 und 287437.
22) von 7812635 und 8922810.
23) von 913 und 1577.
24) von 713 und 1633.
25) von 551 und 2059.
26) von 1771 und 2093.
27) von 2813 und 3509.
28) von 2629 und 3937.
29) von 2401 und 3773.
30) von 3973 und 2603.
31) von 3653 und 4777.
32) von 46864 und 709384.
33) von 163800 und 58140.
34) von 28560 und 168720.
35) von 878864 und 6998768.
36) von 2873402 und 2412482.
37) von 9578640 und 289789.
38) von 2941114 und 11832854.
39) von 222592 und 350464.
40) von 794995 und 1873235.

Beispiele

zum Auffinden des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen gegebener Zahlen.

(§. 136.)

Welches ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache folgender Zahlen?

1) von 3, 9, 4.
2) von 16, 24.
3) von 10, 12, 15.
4) von 18, 20, 12.
5) von 4, 5, 6, 8, 14.
6) von 18, 7, 12, 20, 9.

7) von 15, 35, 36, 8, 16.
8) von 4, 8, 16, 32.
9) von 3, 5, 15, 12, 18.
10) von 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
11) von 4, 5, 8, 11, 21.
12) von 8, 9, 3, 5, 12, 4, 16, 18.
13) von 4, 5, 6, 7, 8.
14) von 24, 36, 42, 50, 64.
15) von 9, 12, 23, 100, 36, 25.
16) von 112, 48, 90, 17, 15, 20.
17) von 28, 30, 24, 35, 20.
18) von 8, 9, 20, 16, 5.
19) von 2, 5, 3, 15, 12, 6.
20) von 5, 25, 16, 48, 40, 120.
21) von 7, 15, 16, 23, 24.
22) von 16, 24, 33, 32, 8, 12, 4.
23) von 13, 56, 7, 24, 8, 21.
24) von 4, 5, 7, 9, 13.
25) von 4, 7, 30, 15, 20.
26) von 9, 16, 20, 24, 30.
27) von 220, 85, 39, 69, 72.
28) von 12, 15, 21.
29) von 18, 15, 20.
30) von 2, 4, 8, 24, 48, 144.
31) von 10, 3, 6, 4, 8, 5, 12, 24, 120.
32) von 8, 6, 7, 5, 9, 11.
33) von 36, 40, 15, 24, 50.
34) von 28, 65, 72, 49, 52.
35) von 136, 51, 70, 34, 126.
36) von 95, 32, 40, 57, 380, 56.
37) von 22, 120, 16, 9, 4, 3.
38) von 18, 4, 9, 19, 3, 25.
39) von 52, 160, 36, 48, 21.
40) von 9, 15, 12, 16, 20, 25, 118.

Beispiele

über das Zerlegen gegebener Zahlen in diejenigen ihrer einfachen Factoren, welche mit Anwendung (§§. 138 bis 159) gefunden werden können.

Suche die Factoren folgender Zahlen:

1) 72.
2) 86.
3) 91.
4) 96.
5) 98.
6) 99.
7) 100.
8) 102.
9) 103.
10) 119.
11) 121.
12) 125.
13) 130.
14) 133.
15) 139.
16) 140.
17) 141.
18) 143.
19) 144.
20) 145.
21) 148.
22) 150.
23) 151.
24) 160.
25) 161.
26) 170.
27) 172.
28) 184.
29) 187.
30) 253.
31) 460.
32) 481.
33) 490.
34) 497.
35) 500.
36) 524.
37) 637.
38) 680.
39) 833.
40) 840.
41) 852.
42) 869.
43) 923.
44) 1331.
45) 1000.
46) 1500.
47) 1818.
48) 1859.
49) 1925.
50) 1964.
51) 2057.
52) 2853.
53) 2887.
54) 3431.
55) 6519.
56) 23760.
57) 105984.
58) 169290.
59) 19414395.
60) 893760.
61) 245909.
62) 8895744.
63) 76032.
64) 569478.
65) 604900.
66) 5736024.
67) 151704000.
68) 329460.
69) 9765432.
70) 2110680.
71) 243178.
72) 332640.
73) 3716064.
74) 457869.
75) 21878010.
76) 5929.
77) 213989.
78) 66101.
79) 4529359296.
80) 6054048.

Beispiele

über die Division zweier Producte durch einander.

(§. 160 bis 163.)

1) $\frac{64 \cdot 25 \cdot 27}{12 \cdot 20}$.

2) $\frac{1000 \cdot 21 \cdot 585}{16 \times 250}$.

3) $\frac{500 \times 21 \times 153}{2 \times 300}$.

4) $\frac{8 \cdot 30 \cdot 696}{116 \cdot 1440}$.

5) $\frac{723 \cdot 114 \cdot 400}{475 \cdot 48}$.

6) $\frac{2 \cdot 1000 \cdot 101 \cdot 119}{30 \cdot 100}$.

7) $\frac{100 \cdot 405 \cdot 200 \cdot 78 \cdot 400}{400 \cdot 155 \cdot 100 \cdot 407}$.

8) $\frac{10 \cdot 90 \cdot 30 \cdot 285 \cdot 400 \cdot 330 \cdot 109}{900 \cdot 121 \cdot 100 \cdot 475 \cdot 200}$.

9) $\frac{5000 \times 2400 \times 9900}{135 \times 85 \times 101 \times 100}$.

10) $\frac{53 \cdot 32 \cdot 24}{55 \cdot 50}$.

11) $\frac{64 \cdot 48 \cdot 50 \cdot 243}{35 \cdot 63 \cdot 72 \cdot 40}$.

12) $\frac{12 \cdot 80 \cdot 35}{140 \cdot 75}$.

13) $\frac{39 \cdot 44 \cdot 160 \cdot 325}{52 \cdot 69 \cdot 75 \cdot 80}$.

14) $\frac{96 \cdot 104 \cdot 3405 \cdot 786}{38 \cdot 45 \cdot 64 \cdot 550 \cdot 88}$.

15) $\frac{235 \cdot 74 \cdot 100 \cdot 93 \cdot 127 \cdot 24 \cdot 120}{248 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 7400 \cdot 10000}$.

16) $\frac{100 \cdot 110 \cdot 1056}{45 \cdot 114 \cdot 100}$.

17) $\frac{30 \cdot 50 \cdot 105 \cdot 85 \cdot 27 \cdot 120 \cdot 102 \cdot 104}{52 \cdot 100 \cdot 96 \cdot 1600 \cdot 10000}$.

18) $\frac{36 \cdot 48 \cdot 39 \cdot 55 \cdot 1824}{33 \cdot 225 \cdot 216}$.

19) $\frac{1612 \cdot 7155 \cdot 91 \cdot 3564 \cdot 648}{143 \cdot 954 \cdot 1540 \cdot 711 \cdot 25}$.

20) $\frac{1615 \cdot 464 \cdot 150 \cdot 64 \cdot 84 \cdot 630 \cdot 81 \cdot 375}{105 \cdot 72 \cdot 96 \cdot 100 \cdot 215 \cdot 117}$.

21) $\frac{1902 \cdot 1001 \cdot 20}{55 \cdot 156 \cdot 14}$.

22) $\frac{910 \cdot 126 \cdot 9}{20 \cdot 567 \cdot 4459}$.

23) $\frac{180 \cdot 143 \cdot 102}{104 \cdot 60}$.

24) $\frac{864 \cdot 1365 \cdot 13 \cdot 18 \cdot 264}{1008 \cdot 54 \cdot 105}$.

Von den Brüchen.

Zu §. 168. Folgende unächte Brüche sollen in ganze oder gemischte Zahlen verwandelt werden.

1) $\frac{15}{3}$. 2) $\frac{21}{7}$. 3) $\frac{63}{7}$.

36) $\frac{11423}{42629} + \frac{7814}{42629} + \frac{15937}{42629} - \frac{8698}{42629} + \frac{76398}{42629} + \frac{105399}{42629} - \frac{376}{42629} - \frac{427}{42629}$.

Zu §. 171. Multiplication eines Bruchs mit einer ganzen Zahl.

37) $3 \times \frac{5}{8}$.

38) $4 \times \frac{7}{24}$.

39) $7 \times \frac{24}{28}$.

40) $13 \times \frac{17}{19}$.

41) $15 \times \frac{107}{75}$.

42) $14 \times \frac{3}{154}$.

43) $79 \times \frac{36}{49}$.

44) $118 \times \frac{57}{64}$.

45) $9 \times \frac{99}{129}$.

46) $72 \times \frac{83}{512}$.

47) $150 \times \frac{137}{342}$.

48) $339 \times \frac{1213}{7825}$.

49) $7824 \times \frac{13}{25628}$.

50) $94583 \times \frac{76942}{84279}$.

51) $69 \times \frac{1748}{1839}$.

52) $741 \times \frac{3761}{19457}$.

53) $9451 \times \frac{38729}{84579}$.

54) $16 \times \frac{11}{12}$.

55) $23 \times \frac{3}{8}$.

56) $47 \times \frac{79}{80}$.

57) $138 \times \frac{371}{584}$.

58) $34 \times \frac{1795}{836}$.

59) $4739 \times \frac{587429}{17941034}$.

60) $754 \times \frac{3410038}{94587}$.

61) $332204 \times \frac{862877}{9103458}$.

62) $17 \times \frac{7}{12}$.

63) $15900 \times \frac{24974}{78423}$.

64) $958741 \times \frac{387519423}{94563219}$.

---

65) $19 \times \left(\frac{17}{20} + \frac{36}{20} - \frac{29}{20}\right)$.

66) $142 \times \left(\frac{37}{125} + \frac{94}{125} - \frac{23}{125} - \frac{16}{125}\right)$.

67) $352 \times \left(\frac{17395}{94783}\right) - \frac{5817}{94783}\Big)$.

68) $45 \times 794 \left(\frac{387}{631} - \frac{219}{631} + \frac{1479}{631}\right)$.

69) $472 \times (34291 - 9637 + 4516) \times (\frac{499}{1213} + \frac{749}{1213} - \frac{69}{1213} - \frac{74}{1213})$.

70) $34589 \times (\frac{3768}{1714} - \frac{932}{1714} + \frac{287}{1714} - \frac{732}{1714} + \frac{147}{1714})$.

Zu §. 172. Division eines Bruchs durch eine ganze Zahl.

71) $\frac{3}{4} : 9$.

72) $\frac{7}{8} : 5$.

73) $\frac{7}{9} : 6$.

74) $\frac{9}{13} : 12$.

75) $\frac{24}{25} : 6$.

76) $\frac{33}{81} : 27$.

77) $\frac{96}{113} : 24$.

78) $\frac{144}{153} : 36$.

79) $\frac{538}{1749} : 127$.

80) $\frac{458}{399} : 277$.

81) $\frac{513}{1000} : 99$.

82) $\frac{1724}{9074} : 3477$.

83) $\frac{1728}{459} : 36$.

84) $\frac{17}{20} : 9438$.

85) $\frac{451}{12} : 23$.

86) $\frac{79867}{3} : 45$.

87) $\frac{687984}{3589479} : 6874$.

88) $\frac{334792}{359} : 103$.

89) $\frac{7477}{549} : 318$.

90) $\frac{679423}{9945786} : 17498$.

---

91) $(25 \times \frac{3}{7}) : 9$.

92) $(13 \times \frac{11}{12}) : 17$.

93) $(65 \times \frac{78}{101}) : 64$.

94) $(24 \times \frac{13}{15}) : 36$.

95) $(27 \times \frac{9}{11}) : 67$.

96) $(314 \times \frac{27}{35}) : 379$.

91 a) $3 \times (\frac{5}{8} : 7)$.

92 a) $9 \times (\frac{7}{13} : 11)$.

93 a) $24 \times (\frac{25}{36} : 17)$.

94 a) $43 \times (\frac{76}{103} : 19)$.

95 a) $86 \times (\frac{39}{43} : 45)$.

96 a) $74 \times (\frac{123}{315} : 219)$.

167) $59\frac{27}{68}$ in $\frac{\quad}{68}$.

168) $156\frac{3}{11}$ in $\frac{\quad}{11}$.

169) $372\frac{13}{19}$ in $\frac{\quad}{19}$.

170) $564\frac{399}{532}$ in $\frac{\quad}{532}$.

171) $3\frac{2}{3}$ in $\frac{\quad}{27}$.

172) $5\frac{7}{8}$ in $\frac{\quad}{136}$.

173) $9\frac{4}{7}$ in $\frac{\quad}{35}$.

174) $37\frac{24}{31}$ in $\frac{\quad}{155}$.

175) $419\frac{317}{624}$ in $\frac{\quad}{624}$.

176) $3421\frac{527}{1358}$ in $\frac{\quad}{2716}$.

177) $257\frac{79}{104}$ in $\frac{\quad}{2392}$.

178) $5984\frac{3473}{9654}$ in $\frac{\quad}{9654}$.

179) $348\frac{301}{759}$ in $\frac{\quad}{18975}$.

180) $329874\frac{230576}{795847}$ in $\frac{\quad}{735362628}$.

---

181) $3 - \frac{1}{2}$.

182) $7 - \frac{3}{4}$.

183) $10 - \frac{7}{12}$.

184) $25 - \frac{14}{17}$.

185) $37 - \frac{235}{570}$.

186) $68 - \frac{57}{60}$.

187) $79 - \frac{457}{789}$.

188) $1794 - \frac{34579}{86735}$.

189) $754 - \frac{3898}{75043}$.

190) $253 - \frac{487}{3867984}$.

Zu §. 179—180. Addition ungleichnamiger Brüche.

191) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8}$.

192) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$.

193) $\frac{3}{5} + \frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{17}{20}$.

194) $\frac{5}{6} + \frac{7}{18} + \frac{29}{30}$.

195) $\frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$.

196) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$.

197) $\frac{3}{4} + \frac{11}{16} + \frac{5}{12}$.

198) $\frac{8}{9} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12}$.

199) $\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{2}{3}$.

200) $\frac{9}{10} + \frac{11}{15} + \frac{13}{20} + \frac{19}{24}$.

201) $\frac{7}{12} + \frac{11}{15} + \frac{29}{30} + \frac{17}{25}$.

202) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$.

203) $\frac{7}{8} + \frac{8}{9} + \frac{9}{10} + \frac{11}{12}$.

204) $\frac{12}{13} + \frac{13}{14} + \frac{14}{15} + \frac{15}{16}$.

205) $\frac{11}{13} + \frac{3}{4} + \frac{3}{13} + \frac{7}{8} + \frac{1}{4}$.

206) $\frac{2}{3} + \frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$.

207) $\frac{3}{7} + \frac{9}{10} + \frac{11}{14} + \frac{13}{20} + \frac{6}{7}$.

208) $\frac{3}{8} + \frac{7}{15} + \frac{15}{16} + \frac{19}{24}$.

209) $\frac{13}{19} + \frac{15}{17} + \frac{18}{23} + \frac{12}{25}$.

210) $\frac{3}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{8}{9} + \frac{7}{12} + \frac{13}{18}$.

---

211) $\frac{23}{41} + \frac{17}{20} + \frac{19}{24} + \frac{36}{37} + \frac{13}{18} + \frac{2}{9} + \frac{2}{3}$.

212) $\frac{25}{49} + \frac{16}{19} + \frac{21}{25} + \frac{17}{100} + \frac{24}{35} + \frac{47}{50} + \frac{16}{81}$.

213) $\frac{17}{18} + \frac{5}{12} + \frac{19}{20} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{17}{24} + \frac{19}{25}$.

214) $2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} + 5\frac{7}{8} + 2\frac{7}{9}$.

215) $6\frac{5}{8} + 7 + \frac{9}{10} + \frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{4}{5} + \frac{21}{25} + 45\frac{1}{2}$.

216) $2\frac{2}{7} + 3\frac{4}{9} + 6\frac{1}{7} + \frac{8}{9} + 1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} + 7\frac{3}{4} + 1\frac{5}{12} + 240$.

217) $15\frac{7}{9} + 32\frac{3}{14} + 24\frac{9}{21} + 16\frac{5}{28} + \frac{7}{8} + \frac{5}{7} + 94\frac{2}{3}$.

218) $64\frac{1}{3} + \frac{8}{11} + \frac{9}{10} + 2\frac{3}{4} + 1\frac{7}{8} + 17\frac{4}{5} + 18\frac{3}{7}$.

219) $32\frac{1}{8} + 17\frac{7}{9} + 32\frac{4}{5} + 16\frac{3}{4} + 27\frac{11}{13} + 34\frac{5}{21} + 16\frac{2}{3} + 7\frac{13}{14}$.

220) $\frac{3}{11} + \frac{5}{12} + \frac{7}{18} + \frac{23}{24} + \frac{27}{49} + 1\frac{3}{14} + 9\frac{3}{8} + 22\frac{5}{21} + 34\frac{17}{36}$.

221) $6\frac{13}{15} + 9\frac{3}{4} + 7\frac{1}{6} + 2\frac{7}{8} + 1\frac{8}{9} + 3\frac{4}{5} + 72\frac{7}{16} + 94\frac{11}{18} + 102\frac{17}{20} + \frac{101}{104}$.

222) $674\frac{1}{2} + 9451\frac{4}{7} + 236\frac{32}{33} + 987\frac{15}{22} + 4759\frac{34}{154} + 66\frac{99}{100}$.

223) $4\frac{5}{7} + 26\frac{3}{8} + 29\frac{5}{8} + 167\frac{3}{7} + 343\frac{26}{27} + 963\frac{17}{21} + 4001\frac{39}{56}$.

224) $234\frac{9}{10} + 79\frac{7}{8} + 666\frac{5}{7} + 9631\frac{177}{216} + \frac{9654}{54789} + \frac{674}{1009}$.

225) $1768\frac{9}{17} + 24934\frac{23}{35} + 4718\frac{2}{21} + 7946\frac{22}{117} + \frac{57}{67} + 48\frac{3}{8} + 451\frac{7}{9} + 10\frac{5}{6} + 498\frac{4}{7} + 45912\frac{13}{15} + 7\frac{31}{32} + \frac{25}{36}$.

226) $4580\frac{2}{3} + 9786\frac{3}{8} + 4\frac{7}{12} + 15\frac{22}{31} + 345\frac{26}{55} + \frac{99}{100} + 8\frac{7}{9}$
$+ 22\frac{7}{21} + 13\frac{5}{36} + \frac{2458}{1718} + 14\frac{4}{5} + 1\frac{9}{10} + 3\frac{2}{7} + \frac{9}{11} + \frac{3}{19}$
$+ \frac{25}{36} + 14\frac{31}{42} + 9\frac{7}{45} + \frac{1156}{9874}$.

227) $9874\frac{2579}{5871} + \frac{398638}{5854979} + 45\frac{9872}{45687} + 3794\frac{398}{1075}$.

228) $4758\frac{234}{9763} + 45\frac{181}{1712} + 479\frac{33}{147} + \frac{689}{5763} + \frac{45821}{95423} + \frac{24}{35}$
$+ \frac{43}{57} + 81\frac{9}{16} + \frac{431}{565} + \frac{98}{901} + 15874\frac{20}{21}$.

229) $34\frac{21}{29} + 20\frac{47}{58} + 13\frac{19}{48} + 209\frac{23}{74} + 678\frac{24}{87} + \frac{167}{288}$.

230) $2349\frac{678}{955} + 79804\frac{3}{7} + 45796\frac{23}{25} + 75012\frac{12}{35}$.

Zu §. 181—182. Subtraction ungleichnamiger Brüche.

231) $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$.

232) $\frac{3}{4} - \frac{11}{36}$.

233) $\frac{24}{25} - \frac{7}{8}$.

234) $\frac{12}{13} - \frac{13}{17}$.

235) $\frac{27}{38} - \frac{12}{115}$.

236) $\frac{4}{7} - \frac{2}{9}$.

237) $\frac{8}{13} - \frac{7}{25}$.

238) $\frac{36}{55} - \frac{17}{85}$.

239) $\frac{463}{1780} - \frac{127}{1840}$.

240) $\frac{22}{25} - \frac{16}{35}$.

241) $3\frac{5}{8} - \frac{3}{11}$.

242) $17\frac{8}{9} - \frac{24}{25}$.

243) $171\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3}$.

244) $25\frac{8}{19} - 13\frac{15}{16}$.

245) $37\frac{3}{8} - 19\frac{6}{7}$.

246) $22\frac{1}{2} - 4\frac{3}{5}$.

247) $12\frac{19}{48} - 3\frac{27}{32}$.

248) $3\frac{6}{7} - \frac{19}{20}$.

249) $758\frac{36}{317} - 194\frac{132}{305}$.

250) $4741\frac{1715}{8946} - 1979\frac{743}{895}$.

Zusammengesetztere Beispiele über die Addition und Subtraction ungleichnamiger Brüche.

251) Welche Zahl muß zu $\frac{3}{4}$ addirt werden, um $2\frac{5}{7}$ zu geben?

252) Zu welcher Zahl müssen $\frac{5}{6}$ addirt werden, um $\frac{12}{13}$ zu erhalten?

253) Von welcher Zahl müssen $1\frac{7}{9}$ subtrahirt werden, um $3\frac{5}{12}$ zu geben?

254) Wie viel muß von $7\frac{5}{8}$ subtrahirt werden, um $\frac{17}{18}$ zu bekommen?

255) Addire $\frac{7}{8}$ zu $\frac{5}{9}$ und subtrahire davon $\frac{23}{48}$.

256) Subtrahire $\frac{9}{13} + \frac{5}{12}$ von $2\frac{3}{5} + \frac{11}{12}$.

257) Addire $1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}$ zu $\frac{27}{32} - \frac{7}{18}$.

258) $22\frac{1}{2} + 5\frac{7}{8} - 18\frac{23}{24}$.

259) $14\frac{6}{11} + 3\frac{4}{9} - 6\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3}$.

260) $4\frac{4}{5} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})$.

261) $12\frac{1}{8} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4} - \frac{4}{5} - \frac{7}{9} - 1\frac{1}{2}$.

262) $22\frac{4}{5} + 11\frac{7}{8} - (1\frac{1}{3} + \frac{7}{10} - \frac{11}{12} - \frac{3}{4} + 2\frac{3}{4})$.

263) $15\frac{3}{7} - 3\frac{8}{9} - 1\frac{5}{6} - \frac{17}{20} - \frac{4}{9} - \frac{3}{8} - \frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{3}{5}$.

264) Welche Zahl muß zu $\frac{3}{4} + \frac{7}{8}$ addirt werden, um $2\frac{7}{12}$ zu erhalten?

265) Addire $\frac{2}{3}$ zu der Zahl, die, zu $2\frac{1}{3}$ addirt, $3\frac{5}{7}$ giebt.

266) Die Zahl, die, zu $\frac{5}{6}$ addirt, $1\frac{1}{2}$ giebt, soll von $1\frac{9}{10}$ subtrahirt werden.

267) Die Zahl, die, zu $2\frac{1}{3}$ addirt, $9\frac{7}{8}$ giebt, soll von der Zahl, die, zu $\frac{2}{5}$ addirt, $11\frac{1}{3}$ giebt, subtrahirt werden.

268) Die Zahl, von der $10\frac{11}{12}$ subtrahirt werden müssen, um $13\frac{1}{2}$ zu geben, soll zu $3\frac{5}{7}$ addirt werden.

269) Die Zahl, die von $7\frac{8}{9}$ subtrahirt, $2\frac{4}{5}$ giebt, soll von der Zahl subtrahirt werden, die, zu $4\frac{1}{2}$ addirt, $27\frac{3}{5}$ giebt.

270) Addire $13\frac{3}{5}$ zu der Zahl, die, von $9\frac{7}{8}$ subtrahirt, $5\frac{7}{10}$ giebt.

271) Subtrahire $23\frac{7}{9}$ von der Zahl, die von $101\frac{1}{4}$ subtrahirt, $31\frac{2}{3}$ giebt.

272) Welche Zahl muß zu $34\frac{7}{12}$ addirt werden, um $91\frac{8}{9}$ zu bekommen?

273) Von welcher Zahl muß man $77\frac{3}{17}$ subtrahiren, um $32\frac{5}{8}$ zu erhalten?

274) Von welcher Zahl muß man $29\frac{11}{18}$ subtrahiren, um $3\frac{5}{12}$ zu bekommen?

275) Welche Zahl muß man $27\frac{1}{2}$ subtrahiren, um $9\frac{5}{7}$ zu bekommen?

276) Von welcher Zahl muß man so viel subtrahiren, um $3\frac{2}{3}$ bekommen, als man zu $5\frac{3}{8}$ addiren muß, um $9\frac{8}{9}$ zu bekommen?

277) Wie viel muß man von der Zahl subtrahiren, von der $8\frac{1}{9}$ subtrahirt $3\frac{2}{7}$ giebt, um $1\frac{4}{5}$ zu bekommen?

278) Von welcher Zahl muß man $\frac{8}{9} - \frac{2}{11}$ subtrahiren, um $3\frac{4}{9}$ zu erhalten?

279) Wie viel muß man von $8\frac{25}{32}$ subtrahiren, um $9\frac{3}{4} - 7\frac{11}{13}$ zu erhalten?

280) Zu welcher Zahl muß man so viel addiren, um $19\frac{41}{50}$ zu bekom-

kommen, als man von $23\frac{13}{18}$ subtrahiren muß, um $11\frac{7}{15}$ zu erhalten?

Zu §. 184—186. Multiplication der Brüche.

281) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$.
282) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{9}$.
283) $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}$.
284) $\frac{1}{12} \times \frac{1}{9}$.
285) $\frac{1}{7} \times \frac{8}{9}$.
286) $\frac{1}{5} \times \frac{7}{10}$.
287) $\frac{1}{16} \times \frac{11}{12}$.
288) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$.
289) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$.
290) $\frac{7}{8} \times \frac{1}{9}$.
291) $\frac{1}{27} \times \frac{1}{53}$.
292) $\frac{1}{16} \times \frac{1}{18}$.
293) $\frac{1}{24} \times \frac{16}{25}$.
294) $\frac{3}{8} \times \frac{1}{11}$.
295) $\frac{4}{7} \times \frac{1}{12}$.
296) $\frac{3}{5} \times \frac{8}{9}$.
297) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.
298) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$.
299) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{9}$.
300) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$.
301) $\frac{11}{12} \times \frac{2}{3}$.
302) $\frac{7}{8} \times \frac{17}{18}$.
303) $\frac{6}{11} \times \frac{5}{12}$.
304) $\frac{24}{29} \times \frac{31}{40}$.
305) $\frac{17}{19} \times \frac{23}{31}$.
306) $\frac{75}{141} \times \frac{32}{87}$.
307) $\frac{86}{103} \times \frac{132}{691}$.
308) $\frac{7}{15} \times \frac{42}{43}$.
309) $\frac{65}{71} \times \frac{46}{99}$.
310) $\frac{431}{850} \times \frac{300}{1413}$.

---

311) $\frac{7}{12} \times \frac{15}{34}$.
312) $\frac{122}{711} \times \frac{585}{944}$.
313) $\frac{1725}{1947} \times \frac{4589}{7427}$.
314) $\frac{33851}{47964} \times \frac{23478}{796319}$.
315) $\frac{774516}{98942941} \times \frac{294}{755}$.
316) $\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{2}$.
317) $\frac{1}{7} \times 21\frac{1}{4}$.
318) $\frac{1}{9} \times 17\frac{5}{6}$.
319) $\frac{1}{12} \times 23\frac{7}{8}$.
320) $\frac{1}{8} \times 74\frac{7}{9}$.
321) $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$.
322) $\frac{4}{5} \times 3\frac{5}{7}$.
323) $\frac{7}{8} \times 9\frac{8}{9}$.
324) $\frac{4}{5} \times 17\frac{4}{11}$.
325) $1\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$.
326) $2\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$.

327) $12\frac{8}{9} \times \frac{4}{7}$.

328) $\frac{16}{17} \times 22\frac{13}{14}$.

329) $\frac{4}{11} \times 2\frac{8}{13}$.

330) $\frac{13}{15} \times 9\frac{4}{7}$.

---

331) $75\frac{3}{5} \times \frac{3}{8}$.

332) $\frac{15}{19} \times 123\frac{7}{22}$.

333) $24\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$.

334) $\frac{6}{7} \times 135\frac{4}{5}$.

335) $26\frac{3}{8} \times \frac{22}{25}$.

336) $45\frac{7}{8} \times \frac{11}{12}$.

337) $1271\frac{3}{13} \times \frac{2}{5}$.

338) $471\frac{2}{3} \times \frac{171}{913}$.

339) $\frac{76}{101} \times 314\frac{5}{6}$.

340) $\frac{74}{953} \times 722\frac{3}{8}$.

341) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{4}$.

342) $1\frac{2}{3} \times 1\frac{5}{6}$.

343) $2\frac{3}{4} \times 3\frac{4}{5}$.

344) $7\frac{1}{2} \times 2\frac{5}{6}$.

345) $2\frac{2}{9} \times 4\frac{1}{3}$.

346) $5\frac{1}{7} \times 7\frac{1}{9}$.

347) $8\frac{7}{9} \times 12\frac{5}{6}$.

348) $14\frac{2}{3} \times 22\frac{7}{11}$.

349) $19\frac{5}{8} \times 7\frac{3}{8}$.

350) $4\frac{5}{7} \times 21\frac{2}{5}$.

351) $7\frac{8}{9} \times 14\frac{3}{11}$.

352) $22\frac{4}{7} \times 43\frac{5}{6}$.

353) $49\frac{5}{8} \times 72\frac{11}{12}$.

354) $174\frac{3}{11} \times 1214\frac{9}{11}$.

355) $7\frac{215}{321} \times 259\frac{33}{75}$.

356) $238\frac{19}{20} \times 749\frac{331}{765}$.

357) $517\frac{8}{9} \times 75\frac{3}{4}$.

358) $49\frac{7}{12} \times 741\frac{3}{17}$.

359) $224\frac{11}{12} \times 17\frac{5}{6}$.

360) $739\frac{116}{731} \times 309\frac{325}{769}$.

---

361) $\frac{45}{47} \times \frac{79}{80}$.

362) $\frac{16}{19} \times \frac{17}{27}$.

363) $2451\frac{9}{10} \times 1715\frac{4}{7}$.

364) $\frac{28}{35} \times 7843\frac{23}{24}$.

365) $\frac{754}{1045} \times 34\frac{3}{4}$.

366) $769\frac{3}{7} \times \frac{8}{9}$.

367) $29\frac{3}{11} \times \frac{15}{16}$.

368) $64\frac{8}{9} \times 749\frac{4}{5}$.

369) $341\frac{4}{7} \times 25\frac{1}{2}$.

370) $76\frac{3}{7} \times 47\frac{2}{3}$.

371) $15\frac{3}{4} \times 17\frac{9}{13}$.

372) $44\frac{5}{6} \times 72\frac{5}{11}$.

373) $71\frac{3}{4} \times 161\frac{5}{7}$.

374) $9\frac{22}{23} \times 11\frac{17}{35}$.

375) $245\frac{6}{7} \times 14\frac{5}{12}$.

376) $89\frac{4}{5} \times 26\frac{7}{8}$.

377) $58\frac{6}{7} \times 27\frac{3}{4}$.

378) $979\frac{2}{5} \times 73\frac{5}{8}$.

379) $374\frac{13}{15} \times 399\frac{34}{39}$.

380) $275\frac{2341}{5679} \times 745\frac{987}{34882}$.

Beispiele
über die Addition, Subtraction und Multiplication der Brüche.

381) $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) \times 13$.

382) $7 \times \frac{19}{25} + 72 \times \frac{11}{13}$.

383) $\frac{3}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{9}{10} \times \frac{11}{12}$.

384) $2\frac{1}{2} \times \frac{7}{9} + 3\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{2}$.

385) $\left(5\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{7}{9} + \frac{3}{4}\right)$.

386) $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{7} + \frac{8}{9}\right) \times 12\frac{7}{11}$.

387) $\left(\frac{17}{18} + \frac{3}{4} + \frac{8}{9}\right) \times 2\frac{2}{7}$.

388) $\frac{5}{6} \times 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} \times 5\frac{2}{3}$.

389) $\left(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 5\frac{2}{3} + 7\frac{3}{8}\right) \times \left(5\frac{5}{6} + 7\frac{2}{9} + 8\frac{3}{4}\right)$.

390) $\left(3\frac{3}{5} + 1\frac{5}{6} + \frac{7}{8}\right) \times \left(4\frac{1}{8} + 5\frac{3}{8} + 2\frac{7}{9}\right)$.

391) $\left(12\frac{5}{6} + 7\frac{4}{7} + 8\frac{2}{3}\right) \times \left(9\frac{4}{7} + 16\frac{3}{4} + 22\frac{3}{5} + 11\frac{7}{8}\right)$.

392) $5\frac{6}{7} \times 7\frac{3}{4} + 9\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{4} + \frac{7}{12} \times \frac{9}{11} + \frac{4}{5} \times 3\frac{5}{7}$.

393) $\frac{7}{8} \times \frac{11}{13} + 2\frac{2}{3} \times 7\frac{1}{4} + 11\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + 2\frac{1}{2} \times 3\frac{5}{6}$.

394) $\left(\frac{7}{8} - \frac{3}{7}\right) \times 15.$

395) $\left(7\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 3\frac{2}{3}.$

396) $\left(18\frac{4}{5} - 7\frac{9}{10}\right) \times \left(2\frac{3}{5} - \frac{5}{6}\right).$

397) $22 \times 3\frac{5}{7} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} - \frac{7}{8} \times \frac{11}{12} - 1\frac{3}{5} \times \frac{10}{11}.$

398) $15\frac{3}{8} \times 7\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{7} \times 2\frac{5}{6} - \frac{17}{20} \times \frac{11}{12}.$

399) $\left(\frac{3}{5} + 1\frac{4}{7} - \frac{3}{8}\right) \times 13\frac{15}{16}.$

400) $\left(12\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6} + 1\frac{3}{5}\right) \times \left(5\frac{3}{8} - 1\frac{8}{9}\right).$

401) $\left(8\frac{5}{6} - \frac{1}{2} - \frac{3}{5} + 2\frac{1}{4} - 3\frac{5}{12}\right) \times \left(7\frac{5}{8} - \frac{7}{9} - \frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}\right).$

402) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{7}.$

403) $\frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{6}.$

404) $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} \times \frac{12}{13} \times \frac{4}{5}.$

405) $1\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4} \times \frac{9}{14} \times 3\frac{5}{6}.$

406) $2\frac{2}{3} \times 7\frac{2}{9} \times 6\frac{5}{8} \times 7\frac{3}{4}.$

407) $5\frac{1}{2} \times 17\frac{3}{7} \times 9\frac{3}{5} \times 5\frac{2}{3} \times 6\frac{2}{7} \times 8\frac{8}{9}.$

408) $\left(2\frac{4}{5} + 7\frac{8}{9}\right) \times \left(8\frac{1}{3} - 1\frac{7}{8}\right) \times \left(2\frac{3}{5} - \frac{9}{11}\right).$

409) $4\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} + 9\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{8}{9} \times \frac{3}{5}.$

410) $8\frac{4}{5} \times 1\frac{7}{8} \times \frac{9}{10} \times \frac{5}{8} - \frac{3}{5} \times 1\frac{7}{12} \times \frac{4}{7}.$

411) Die Zahl, die, zu $\frac{1}{2}$ addirt, $2\frac{1}{3}$ giebt, soll mit $4\frac{1}{3}$ multiplicirt werden.

412) Zu welcher Zahl muß $\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$ addirt werden, um $5\frac{2}{5}$ zu bekommen?

413) Die Zahl, die, von $3\frac{2}{3}$ subtrahirt, $\frac{5}{7}$ giebt, soll mit $4\frac{2}{3}$ multiplicirt werden.

414) Die Zahl, die zu $\frac{5}{6}$ addirt, $\frac{11}{12}$ giebt, soll mit $2\frac{1}{2}$ multiplicirt werden.

415) Zu welcher Zahl muß man $1\frac{1}{2}$ addiren, um $2\frac{5}{6}$ zu erhalten?

416) Von welcher Zahl muß man $\frac{2}{5} \times \frac{6}{7}$ subtrahiren, um $1\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$ zu bekommen?

417) Welche Zahl muß man von $\frac{7}{9} \times 1\frac{2}{3}$ subtrahiren, um $\frac{2}{7} \times \frac{3}{11}$ zu erhalten?

418) Wie viel muß man zu $2\frac{3}{4} \times 1\frac{7}{9}$ addiren, um $4\frac{2}{3} \times 9\frac{5}{12}$ zu erhalten?

419) Addire $2\frac{2}{3} \times 5\frac{6}{7}$ zu $5\frac{3}{4} \times 7\frac{8}{9}$.

420) Subtrahire $12\frac{4}{11} \times 6\frac{4}{7}$ von $8\frac{2}{3} \times 9\frac{4}{5}$.

Zu §. 187—188. Division der Brüche.

421) $7 : \frac{1}{2}$.

422) $3 : \frac{3}{4}$.

423) $5 : \frac{2}{3}$.

424) $9 : \frac{5}{6}$.

425) $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$.

426) $\frac{6}{7} : \frac{4}{9}$.

427) $16 : \frac{5}{6}$.

428) $\frac{2}{7} : \frac{8}{9}$.

429) $\frac{7}{8} : \frac{5}{7}$.

430) $\frac{3}{4} : \frac{9}{10}$.

431) $1\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$.

432) $3\frac{2}{5} : \frac{8}{9}$.

433) $17\frac{11}{12} : \frac{7}{8}$.

434) $22\frac{5}{6} : \frac{11}{12}$.

435) $15\frac{4}{5} : 2\frac{1}{2}$.

436) $7\frac{8}{9} : 17\frac{4}{9}$.

437) $\frac{4}{5} : 2\frac{3}{4}$.

438) $\frac{17}{18} : 7\frac{4}{5}$.

439) $9\frac{1}{2} : \frac{5}{11}$.

440) $6\frac{6}{7} : 2\frac{2}{3}$.

441) $12\frac{8}{9} : \frac{2}{7}$.

442) $13\frac{5}{6} : 9\frac{2}{7}$.

443) $45\frac{4}{5} : 3\frac{5}{6}$.

444) $17\frac{9}{10} : 1\frac{3}{8}$.

445) $\frac{785}{954} : \frac{1}{2}$.

446) $\frac{1}{7} : \frac{5642}{7885}$.

447) $958\frac{3}{4} : \frac{11}{12}$.

448) $75\frac{17}{37} : 3\frac{15}{16}$.

449) $98\frac{4}{5} : 22\frac{3}{8}$.

450) $774\frac{13}{14} : 2\frac{2}{13}$.

451) $1734\frac{3}{4} : \frac{155}{632}$.

452) $9785\frac{11}{12} : 345\frac{12}{13}$.

453) $78894\frac{3}{5} : 678\frac{4}{7}$.

454) $69438\frac{171}{433} : 923\frac{39}{214}$.

455) $\frac{7894}{65423} : 56\frac{3}{8}$.

456) $95\frac{41}{50} : 72\frac{5}{6}$.

457) $86\frac{25}{72} : 143\frac{8}{9}$.

458) $41\frac{22}{25} : 315\frac{17}{75}$.

459) $9987\frac{3}{4} : 5\frac{4}{7}$.

460) $631\frac{12}{35} : 1470\frac{3}{5}$.

461) $137\frac{25}{26} : 19\frac{5}{7}$.

462) $1232\frac{130}{233} : \frac{478}{995}$.

463) $4579\frac{27}{32} : 469\frac{13}{15}$.

464) $9456\frac{58}{61} : 798\frac{32}{33}$.

465) $41\frac{5}{6} : 57\frac{9}{10}$.

466) $135\frac{7}{9} : 22\frac{1}{5}$.

467) $\frac{5784}{96841} : \frac{347}{550}$.

468) $473\frac{8}{9} : 32\frac{5}{8}$.

469) $772\frac{1}{3} : 64\frac{5}{9}$.

470) $1713\frac{6}{17} : 463\frac{11}{21}$.

Vermischte Beispiele
über alle vier Operationen mit Brüchen.

471) Welche Zahl muß mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt werden, um $\frac{6}{7}$ zu geben?

472) Womit muß man $2\frac{3}{5}$ multiplicieren, um $7\frac{8}{9}$ zu bekommen?

473) Wodurch muß $\frac{3}{4}$ dividirt werden, um $\frac{7}{9}$ zu geben?

474) Welche Zahl giebt, durch $\frac{3}{5}$ dividirt, $\frac{4}{7}$ zum Quotienten?

475) Wodurch muß 174 dividirt werden, um 203 zum Quotienten zu geben?

476) Womit muß 749 multiplicirt werden, um 213 zu geben?

477) Dividire $3\frac{4}{7} + \frac{7}{8}$ durch $8\frac{5}{6}$.

478) Dividire $9\frac{11}{12} - 3\frac{25}{26}$ durch $1\frac{13}{17}$.

479) Dividire $4\frac{2}{3} \times 1\frac{7}{9}$ durch $2\frac{2}{3}$.

480) Addire $12 : \frac{7}{9}$ zu $25 : 2\frac{3}{4}$.

481) Subtrahire $25\frac{3}{7} : 8\frac{4}{5}$ von $94\frac{3}{8} : 2\frac{3}{5}$.

482) Multiplicire $7\frac{1}{2} : 5\frac{5}{6}$ mit $2\frac{2}{3} : 9\frac{2}{7}$.

483) Die Zahl, die, zu $\frac{2}{3}$ addirt, $5\frac{1}{2}$ giebt, soll durch $\frac{7}{9}$ dividirt werden.

484) Die Zahl, die, von $8\frac{2}{9}$ subtrahirt, $2\frac{3}{4}$ giebt, soll durch $5\frac{3}{4}$ dividirt werden.

485) Die Zahl, die, mit $3\frac{5}{7}$ multiplicirt, $2\frac{1}{2}$ giebt, soll durch $8\frac{8}{9}$ dividirt werden.

486) Die Zahl, die, durch $\frac{2}{3}$ dividirt, $\frac{5}{8}$ giebt, soll durch $1\frac{2}{9}$ dividirt werden.

487) Die Zahl, von der $1\frac{1}{2}$ subtrahirt werden müssen, um $2\frac{2}{3}$ zu geben, soll durch $\frac{3}{5}$ dividirt werden.

488) Die Zahl, die durch $1\frac{2}{3}$ dividirt werden muß, um $\frac{2}{5}$ zu geben, soll durch $\frac{5}{9}$ dividirt werden.

489) Die Zahl, durch welche man $1\frac{5}{12}$ dividiren muß, um $2\frac{2}{3}$ zu erhalten, soll durch $5\frac{1}{4}$ dividirt werden.

490) Durch welche Zahl muß man $\frac{5}{6}$ dividiren, um die Zahl zu erhalten, die, mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt, $\frac{1}{2}$ giebt?

491) Durch welche Zahl muß man $\frac{3}{7}$ dividiren, um die Zahl zu erhalten, von der $\frac{5}{6}$ subtrahirt werden müssen, um $\frac{2}{3}$ zu bekommen?

492) Die Zahl, zu der $\frac{8}{9}$ addirt werden müssen, um $2\frac{2}{3}$ zu geben, muß durch welche Zahl dividirt werden, um $3\frac{5}{7}$ zu geben?

493) Die Zahl, die, mit $1\frac{2}{5}$ multiplicirt, $\frac{3}{4}$ giebt, muß durch welche Zahl dividirt werden, um $2\frac{6}{7}$ zu geben?

494) Welche Zahl muß man durch die Zahl, die, $2\frac{3}{8}$ mal genommen, $9\frac{2}{3}$ giebt, dividiren, um $4\frac{5}{6}$ zu erhalten?

495) $\frac{\frac{5}{7} + 2\frac{1}{2} + 6\frac{2}{3}}{5894\frac{1}{2}} \times \frac{1716\frac{1}{2} + 345\frac{5}{9}}{34\frac{5}{8} + 42\frac{7}{8}}$.

496) $\frac{7584}{965} + \frac{475}{31\frac{1}{2}} - \frac{98\frac{2}{3}}{76\frac{5}{6}} - \frac{24\frac{3}{8}}{5\frac{3}{4}}$

497) $\frac{34\frac{2}{3} \times 26\frac{5}{6}}{17\frac{8}{9} \times 1\frac{1}{2}} : \frac{3\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \times \frac{4}{5}}{22\frac{1}{2} \times \frac{11}{15} \times \frac{2}{3}}$.

498) $\frac{27\frac{3}{8} - 4\frac{8}{9}}{22\frac{3}{4} \times \frac{2}{11}} \times \frac{25\frac{3}{4} \times 17\frac{2}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 6\frac{6}{7}}{2\frac{5}{16} + 9\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} - \frac{3}{8}}$.

499) $\frac{72\frac{3}{8} + 15\frac{3}{5} + 11\frac{5}{6}}{2\frac{3}{5} \times 7\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{5}} : \frac{35\frac{4}{9} : 3\frac{7}{8}}{2\frac{1}{2} \times 7\frac{3}{5} - 1\frac{5}{8} \times 2\frac{3}{4}}$.

500) $\frac{3\frac{6}{7} \times 9\frac{7}{8} \times 5\frac{4}{5}}{4\frac{5}{6} + 7\frac{8}{9} + 2\frac{3}{4}} : \frac{27\frac{3}{4} - 12\frac{9}{10} - 1\frac{4}{5}}{(2\frac{3}{8} : \frac{2}{3}) + (15\frac{3}{5} - 6\frac{6}{7})}$.

Zu §. 190—191. Division zweier Producte ganzer, gebrochener und gemischter Zahlen durch einander.

501) $\frac{5 \times \frac{3}{4} \times 7\frac{1}{2}}{\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} \times 2\frac{2}{5}}$.

502) $\frac{3\frac{4}{5} \times 6\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{9}}{9 \times 1\frac{7}{10} \times 2\frac{1}{9} \times 3\frac{2}{5}}$.

503) $\frac{6\frac{6}{7} \times 15\frac{3}{4} \times 7\frac{7}{9} \times \frac{15}{16} \times 25}{5\frac{3}{4} \times 13\frac{2}{5} \times 4\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{6}}$.

504) $\frac{7\frac{2}{9} \times 15\frac{5}{6} \times 22\frac{1}{3} \times 24\frac{9}{10} \times 57 \times 9\frac{1}{2} \times \frac{11}{12}}{6\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 13 \times 2\frac{1}{2} \times 19 \times \frac{3}{7} \times 3\frac{4}{9} \times 1\frac{1}{2}}$.

505) $\frac{26\frac{1}{2} \times 12\frac{1}{3} \times 47\frac{2}{3} \times 6\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{4} \times 2\frac{5}{6} \times 3\frac{1}{4}}{6\frac{1}{6} \times 3\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 7 \times 5\frac{3}{8} \times 7\frac{1}{9} \times 14}$.

506) $\frac{8 \times \frac{4}{7} \times \frac{14}{15} \times 9\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \times 25\frac{1}{2} \times 7\frac{9}{11} \times 64\frac{2}{3} \times 16\frac{7}{8}}{3\frac{1}{4} \times 2\frac{4}{5} \times \frac{7}{9} \times 12\frac{2}{7} \times 38\frac{4}{5} \times 3\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{5} \times \frac{9}{10}}$.

507) $\frac{34\frac{2}{3} \times 6\frac{5}{9} \times 7\frac{3}{8} \times 12\frac{1}{4} \times 19\frac{3}{5} \times 20\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{7}{11}}{5\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{3} \times 10\frac{5}{8} \times \frac{7}{12} \times \frac{3}{8} \times \frac{29}{30} \times \frac{23}{33} \times 48}$.

508) $\frac{33\frac{2}{3} \times 1710\frac{1}{2} \times 451\frac{3}{4} \times 100\frac{7}{8} \times 23\frac{2}{3} \times 49 \times 4\frac{4}{7}}{10\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{7} \times 4\frac{1}{5} \times 16\frac{11}{12} \times 2\frac{1}{4} \times 6\frac{1}{8} \times 5\frac{2}{9}}$.

509) $\frac{26\frac{2}{3} \times 55 \times \frac{11}{12} \times \frac{16}{27} \times 15\frac{3}{4} \times 13\frac{5}{9} \times 21\frac{3}{8} \times 42\frac{1}{2}}{3\frac{2}{3} \times 4\frac{3}{5} \times 5\frac{2}{3} \times 36 \times 3\frac{4}{5} \times 11\frac{1}{3} \times 12\frac{5}{6}}$.

510) $\frac{7\frac{8}{9} \times 65 \times \frac{14}{15} \times 3\frac{7}{12} \times 24\frac{3}{4} \times 19\frac{4}{7} \times 22\frac{1}{5}}{2\frac{2}{3} \times 69\frac{1}{2} \times 1\frac{4}{5} \times 12\frac{8}{9} \times 101\frac{4}{5} \times 6\frac{7}{10} \times 15\frac{5}{7}}$.

Zu §. 192. Berechnung von Bruchsbrüchen.

511) $\frac{3\frac{2}{3}}{9}$.

512) $\frac{16}{2\frac{7}{8}}$.

513) $\frac{3\frac{7}{9}}{5\frac{2}{3}}$.

514) $\frac{1\frac{2\frac{1}{2}}{9}}{3\frac{5}{6}}$.

515) $8\frac{3\frac{4\frac{2}{3}}{7\frac{1}{2}}}{6\frac{\frac{2\frac{3}{4}}{9}}{5}}$.

516) $1\frac{7\frac{5\frac{2\frac{2}{3}}{8}}{7}}{24}$.

517) $3\frac{2\frac{1}{2}}{7} \times 5\frac{3\frac{3}{4}}{7\frac{1\frac{1}{3}}{8}}$.

518) $4\frac{2\frac{3}{5}}{9} + 7\frac{8\frac{3\frac{4}{5}}{7}}{3\frac{6\frac{1}{2}}{11}} - 2\frac{5\frac{3\frac{1}{2}}{4}}{12\frac{3\frac{2}{5}}{5}}$.

519) $27\frac{3\frac{4}{5}}{11\frac{1}{2}} : 2\frac{8\frac{3\frac{1}{2}}{4}}{11\frac{2\frac{3}{5}}{6}}$.

520) $\left(3\frac{5\frac{1\frac{1}{2}}{3}}{9\frac{1}{4}} + 7\frac{2\frac{2}{3}}{3\frac{2\frac{1}{2}}{8}} - 4\frac{5\frac{2\frac{2}{3}}{7}}{9\frac{5\frac{1\frac{1}{2}}{3}}{6\frac{3\frac{1}{2}}{9}}}\right) : 25\frac{3\frac{2\frac{2}{3}}{7}}{4\frac{1\frac{1}{9}}{8\frac{2}{3}}}$.

521) $\left(6\frac{7\frac{4\frac{1}{2}}{5}}{9\frac{2\frac{3\frac{2}{3}}{5}}{8}} \times 9\frac{2\frac{2}{3}}{8\frac{1\frac{4}{5}}{3\frac{2}{7}}}\right) : \left(5\frac{2\frac{1}{2}}{7\frac{1}{5}} + \frac{3\frac{2\frac{2}{3}}{6\frac{1}{2}}}{5\frac{1\frac{1}{4}}{7}} - 1\frac{6\frac{2\frac{1}{2}}{3}}{5\frac{7\frac{4}{5}}{9\frac{2}{7}}}\right)$.

Von den Decimalbrüchen.

Zu §. 194 und 195. Drücke folgende Decimalbrüche in der Form von gemeinen Brüchen aus:

1) 22,3.
2) 3,567.
3) 59,30456.
4) 1,25790.
5) 0,3479.
6) 87,03.
7) 4,0459.
8) 2,00921.
9) 71,0004.
10) 42,007963.
11) 0,047.
12) 0,0009.
13) 0,6431.
14) 0,00901.
15) 7,0003.
16) 0,00009.
17) 0,000730.
18) 0,7341.
19) 1,024.
20) 0,040301.

Zu §. 196. Schreibe folgende Brüche in der Form von Decimalbrüchen.

21) $\frac{7}{10}$.
22) $\frac{19}{100}$.
23) $\frac{27}{10}$.
24) $\frac{224}{100}$.
25) $\frac{224}{1000}$.
26) $\frac{350}{100}$.
27) $\frac{25}{100}$.
28) $\frac{3427}{1000}$.
29) $\frac{46523}{100}$.
30) $\frac{769452}{1000}$.
31) $\frac{589432}{100000}$.
32) $\frac{56947}{1000000}$.
33) $\frac{5768}{10000000}$.
34) $\frac{3}{100000}$.
35) $\frac{594}{1000}$.
36) $\frac{97432}{10000}$.
37) $\frac{9}{100}$.
38) $\frac{13}{1000}$.
39) $\frac{100358}{1000}$.
40) $\frac{2100796}{10000}$.
41) $\frac{23}{100000}$.
42) $\frac{57984321907}{100000}$.
43) $\frac{680743}{100000}$.
44) $\frac{5994012356}{1000000}$.

a) $3\frac{5}{100}$.
b) $17\frac{13}{10000}$.
c) $659\frac{8}{1000}$.
d) $24\frac{145}{10000}$.
e) $1957\frac{31}{100000}$.
f) $5\frac{3}{1000}$.
g) $6\frac{43}{10000}$.
h) $79\frac{2}{100000}$.
i) $439\frac{32}{10000000}$.
k) $6439\frac{3478}{100000000}$.

Zu §. 198. Multiplication eines Decimalbruchs mit 10, 100, 1000, 2c. 2c.

45) 7,345 × 10.
46) 389,943 × 100.
47) 5,39 × 100.
48) 73,51 × 1000.
49) 3,67943 × 10000.
50) 583,7 × 10000.
51) 674,988739 × 10000.
52) 58,34 × 10000.
53) 0,32 × 10.
54) 0,045 × 100.
55) 0,0023 × 1000.
56) 0,0005 × 100.

Zu §. 199. Division eines Decimalbruchs durch 10, 100, 1000, 2c. 2c.

57) 574,9 : 10.
58) 864,32 : 100.
59) 43,79 : 10.
60) 27,04 : 100.
61) 34,387 : 1000.
62) 9,143 : 100.
63) 0,4796 : 10.
64) 10,509 : 100.
65) 22,007 : 10.
66) 0,499 : 100.
67) 0,007 : 1000.
68) 259 : 10.
69) 27 : 100.
70) 57964 : 1000.
71) 43 : 1000.
72) 0,3 : 100.
73) 0,0079 : 100.
74) 79 : 10000.

Zu §. 202—204. Addition und Subtraction der Decimalbrüche.

75) 5,3 + 19,25 + 26,039 + 17,58 + 34,76.
76) 6,819 + 749,3 + 719,732 + 0,5294 + 7586 + 0,9568.
77) 1943,8 + 774,294 + 0,56 + 0,94 + 1874 + 0,34987.
78) 5,2 + 0,347 + 56,003 + 1718,5 + 35,38901 + 0,2359 + 2,047 + 178,234 + 0,3587963 + 587943 + 998,2347 + 0,876.
79) 579,73 + 6,5987 + 77,604 + 0,0791 + 0,0034 + 6754,8 + 2,3 + 914,879 + 0,0432 + 0,799 + 1832 + 6,66 + 9,479 + 45,879.
80) 99,84 + 0,4763 + 7789,1 + 3,89 + 7,641 + 654,23 + 0,3419 + 679,34 + 792,433 + 0,003 + 244,679 + 5,457 + 187 + 0,643.

81) 9,4794 — 3,5719.
82) 617,023 — 58,27.
83) 611,235 — 35,8679.
84) 3,56 — 0,594.
85) 22,201 — 17,5.
86) 32,7 — 0,5894.
87) 479,3479 — 81,125.
88) 5121,023 — 77,58794.
89) 33,2 — 0,5874.
90) 65,47 — 39.
91) 358 — 99,374104.
92) 456 — 0,2974521.

---

93) 34,24 + 79,685 — 6,8776 + 3,1594 — 0,337.
94) 179,7 + 0,554 + 12,34 — 17,568 — 5,47952 — 3,06879.
95) 223,579 — 1,0874 — 3,579794 + 3,77221 — 10,056.
96) 6,35 — 0,79284 — 1,5637 + 15,368 + 34,308 — 2,053 + 12,64 + 568 — 0,3201 + 6,4532 — 3,592.
97) 6952 — 0,34791 + 0,1354 — 7,3 — 3,08 — 0,004.
98) 1267,1 — 35,0987 — 16,84 + 0,5711 + 2,35798 — 3,2 + 136,347 — 351,02 — 0,079 + 34,23 + 491,4.
99) 356 — 5,1904 — 7,3 + 8,684 + 0,3779 — 16,543.
100) 941,2 — 0,03794 — 77,45 + 2,31 + 3,497 — 5,63 + 1,2377 — 0,58 — 176,35 — 3,5552.

Zu §. 205. Multiplication der Decimalbrüche.

101) 34,2 × 976,53.
102) 7,3 × 64,89.
103) 76 × 3,791.
104) 347,71 × 92,3
105) 564,325 × 0,231.
106) 653,25 × 33.
107) 9,1201 × 7,03.
108) 5,478 × 6,3894.
109) 683,23 × 54.
110) 99,8073 × 8.
111) 3471,96 × 579.
112) 683,594 × 34,27.
113) 42,043 × 0,893.
114) 741 × 0,0477.
115) 62,59 × 43,791.
116) 0,341 × 0,723.
117) 0,047 × 0,002.
118) 9,234 × 1794,68.
119) 3,2974 × 0,0276.
120) 0,987054 × 0,92358.
121) 1,259 × 2,397.
122) 0,0432 × 0,00956.
123) 784,926 × 350,0694.
124) 0,000039 × 0,000798.
125) 5,376 × 2389,4.
126) 6821,307 × 397,0884.
127) 5597,3445 × 39,977.
128) 68,45798 × 38,8922.
129) 25,0043 × 0,0007.
130) 0,600471 × 0,90307.

131) 2,3 × 51,93 × 6,807 × 0,343.
132) 65,88 × 92,3125 × 6795,2 × 24 × 0,003 × 36,5.
133) 1,5 × 1,5 × 31,7 × 0,963 × 78,1 × 964 × 3,8.
134) (3,21 × 57,4) + (2,73 × 0,03) + (56,32 × 9,87).
135) (7,35 × 98,63 × 2,04) + (17,639 × 3,574 × 0,012).
136) (764,39 × 68,23) — (5,498 × 3,704).
137) (0,023 × 573) + (94,023 × 674,38) — (5,38 × 0,0299).
138) (6,594 + 3,27) × (19,83 — 8,07493).
139) 57,0231 × 15,98 × (95,3 — 38,7784 + 0,763 + 3).
140) (69,378 × 69,378) — (2,354 × 9,053 × 0,0078).

Zu §. 207—208. Division der Decimalbrüche. Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche.

141) 579,85 : 5.
142) 39,744 : 46.
143) 0,890256 : 2,786.
144) 10623,2 : 28.
145) 0,00139698 : 0,234.
146) 0,96462 : 2,796.
147) 6255,144 : 18.
148) 897 : 27653 *).
149) 2924,48 : 79,04.
150) 25796 : 371.
151) 43,917 : 3,14.
152) 796,53987 : 56,307.
153) 6923,1 : 0,6784.
154) 0,04529 : 3,291.
155) 854 : 5,38.
156) 7964 : 3677.
157) 34,96 : 5,0999.
158) 57 : 9784.
159) 57436 : 357.
160) 1974,023 : 9687.

161) a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{4}{7}$.

162) a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{3}{5}$; c) $\frac{4}{5}$.

163) a) $\frac{7}{8}$; b) $\frac{5}{8}$; c) $\frac{3}{11}$.

164) a) $\frac{13}{14}$; b) $\frac{29}{30}$; c) $\frac{15}{26}$.

165) a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{7}{9}$; c) $\frac{1}{13}$; d) $\frac{3}{14}$.

166) a) $\frac{7}{8}$; b) $\frac{23}{24}$; c) $\frac{45}{67}$; d) $\frac{7}{175}$.

---

*) In den Aufgaben Nr. 148 — 160 soll der genaue Quotient angegeben werden.

167) a) $\frac{9}{11}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{3}{8}$; d) $\frac{13}{9813}$.

168) a) $\frac{14}{15}$; b) $\frac{77}{90}$; c) $\frac{173}{350}$; d) $\frac{1}{1817}$.

169) a) $\frac{5}{9}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{5}{12}$; d) $\frac{3}{17}$; e) $\frac{1}{5412}$.

170) a) $\frac{6}{7}$; b) $\frac{17}{21}$; c) $\frac{25}{27}$.

171) a) $\frac{17}{24}$; b) $\frac{13}{101}$; c) $\frac{57}{319}$.

172) a) $\frac{17}{20}$; b) $\frac{29}{300}$; c) $\frac{46}{7101}$.

173) a) $\frac{34}{35}$; b) $\frac{16}{17}$; c) $\frac{15}{17}$.

174) a) $\frac{117}{329}$; b) $\frac{300}{329}$; c) $\frac{312}{329}$.

175) a) $\frac{415}{7113}$; b) $\frac{556}{9781}$; c) $\frac{81}{82}$.

176) a) $\frac{26}{27}$; b) $\frac{23}{27}$; c) $\frac{47}{57}$.

177) a) $\frac{4973}{695421}$; b) $\frac{43}{50}$; c) $\frac{3}{75193}$.

178) a) $\frac{5674}{98700}$; b) $\frac{65}{731}$; c) $\frac{11}{98749}$.

179) a) $\frac{85}{91}$; b) $\frac{64}{93}$; c) $\frac{431}{977}$.

180) a) $\frac{10}{13}$; b) $\frac{27}{31}$; c) $\frac{46}{59}$.

---

181) 674,391 : 58,32.
182) 0,947 : 683,27.
183) 0,3928 : 59943,29.
184) 685 : 943873.
185) 0,29 : 3,5674.
186) 3779,84 : 28,6794.
187) 859,2763 : 5,97.
188) 367,594 : 8,403.
189) 695,3 : 81,99.
190) 6994 : 17,5.
191) 3,6 : 17998.
192) 5,721 : 98871,34.
193) 68543 : 59,32.
194) 6441201 : 66,943.
195) 0,03219 : 88,35.
196) 0,27248 : 0,9931.
197) 3,6688 : 5,43294.
198) 0,0057 : 0,0832.
199) 674,941 : 38,276.
200) 57 : 849,1225.

Vermischte Aufgaben über die Decimalbrüche.

201) $4,5 \times 9,03 + \frac{7,386}{0,581}$ *).

202) $16,02 \times 0,57 - 0,683 \times 1,904$.

203) $\frac{33,57}{6,92} \times \frac{0,853}{9,377}$.

204) $9,073 + 758,04 + 19,13 - 37,06849$.

205) $(13,07 + 983,4 + 0,958) \times 3,794 \times 0,563$.

206) $\frac{75,9}{0,98} + \frac{37}{56,34} + \frac{9,83}{5,642} + \frac{2,685}{6,432}$.

207) $\frac{58,23}{0,64} - \frac{3,589}{5,477} - \frac{64,322}{27,95} - \frac{33,284}{5,088}$.

208) $\frac{5,7629}{0,3876} : 8,55426$.

209) $\frac{0,7654}{0,0987} : \frac{3,47984}{12,901}$.

210) $\frac{495,23 \times 6,891}{0,943 \times 4,653} - \frac{0,23 \times 16,98}{7,54 \times 0,987}$.

211) $\frac{3,864}{9,237} \times 10,054 \times 8,4996$.

212) $\frac{27,234}{9,382} \times \frac{3,5909}{0,413} \times \frac{16}{2,092}$.

213) $\frac{77,94 \times 3,1}{9,56 \times 0,37} \times \frac{6,3 \times 7,09 \times 0,45}{3,21 \times 0,74 \times 8,29}$.

214) $\frac{7,94}{0,58} + \frac{635}{9,27} - \frac{3,24}{275} - \frac{1}{95,38}$.

215) $64,32 \times 0,997 + 7,358 \times 3,991 - 4,3829 \times 0,56824$.

216) $\frac{5,938}{3,287} : \frac{3,29 \times 7,68 \times 9,045}{0,5452 \times 9,33 \times 1,344}$.

217) $\frac{7,339 : 6,498}{5,234 \times 9,268} \times \frac{325,656201 : 5,6779}{0,354 : 84,9987}$.

218) $\frac{59,386}{0,713 \times 1,6} + \frac{3,9}{0,02} - \frac{5,38}{1,09} - \frac{0,588}{3,776}$.

219) $\frac{3,7}{5,9} \times \frac{0,93}{5,87} \times \frac{74}{6,39} \times \frac{35,94}{6,677}$.

220) $\frac{2,387}{9,654} \times \frac{3,889}{0,56} \times \frac{3,505 : 0,43}{6,652 : 1,594}$.

---

*) Die in den folgenden 20 Aufgaben vorkommenden Divisionen sind alle bis auf 6 Decimalstellen zu berechnen.

Von den benannten Zahlen.

Zu §. 222—223. Ueber das Resolviren.

1) Wie viel Pf. machen 13 Sgr.?
2) Wie viel Sgr. machen 25 Thlr.?
3) Wie viel Qtch. machen 19 Loth?
4) Wie viel Loth machen 43 Pfd.?
5) 19 Ctr. machen wie viel Pfd.?
6) 17 Stein machen wie viel Pfd.?
7) 39 Ctr. sind wie viele Stein?
8) Wie viel Zoll machen 25 Fuß Ddc.?
9) Wie viel Linien sind 11 Zoll Ddc.?
10) 26 Ruthen geben wie viel Fuß Ddc.?
11) 13 Morgen sind wie viele Q.Ruthen?
12) 45 Wispel sind wie viele Schfl.?
13) 14 Schfl. wie viele Mtz.?
14) 8 Fuder Wein sind wie viele Oxhoft? und wie viel Ohm?
15) 3 Oxh. geben wie viel Eimer?
16) 9 Anker sind wie viel Quart?

---

17) 914 Lstrl. in England sind wie viele Sh.?
18) 1879 Rthlr. in Wien sind wie viele Xr.
19) 334 Pfd. Medicinalgewicht geben wie viele Unzen?
20) 7098 Unzen machen wie viele Scrupel?
21) 75 Ctr. in Baden sind wie viel Pfd.?
22) 7936 Rthlr. in Braunschweig geben wie viel Mgr.?
23) 23 Mark Gold sind wie viele Karat?
24) 15 Pfd. Medicinalgewicht sind wie viele Unzen?
25) 9 Eimer in Dresden sind wie viele Kannen?
26) 72 Ctr. sind wie viele Pfund, Loth, Qtch.?
27) 738 Thlr. sind wie viele Sgr.? und wie viel Pf.?
28) 114 Wspl. geben wie viele Mtz.?
29) 379 Rth. wie viele Zoll Ddc.?
30) 3 Fuder Wein wie viele Quart?
31) 6947 Thlr. wie viel Pf.?
32) $16\frac{2}{3}$ Thlr. sind wie viele Sgr.? und wie viele Pf.?

33)

33) $96\frac{5}{6}$ Wspl. geben wie viel Metzen?

34) $\frac{11}{13}$ Fß. wie viele Zoll und Linien Ddc.?

35) $19\frac{3}{7}$ Ctr. wie viele Loth?

36) $\frac{5}{6}$ Pfd. sind wie viele Loth und Quentchen?

37) $\frac{3}{5}$ Pfd. Med. Gew. geben wie viele Einheiten der niedrigeren Benennungen?

38) $4\frac{4}{9}$ Thlr. sind wie viele Sgr.?

39) $\frac{4}{5}$ Stein sind wie viele Pfd. und Loth?

40) $\frac{5}{8}$ Thlr. sind wie viele Sgr. und Pf.?

---

41) 3 Thlr. 9 Sgr. in Sgr. zu verwandeln.

42) 17 Ctr. 64 Pfd. 3 Loth in Loth zu verwandeln.

43) 46 Pfd. $19\frac{3}{4}$ Loth in Loth zu verwandeln.

44) 194 Thlr. $16\frac{3}{4}$ Sgr. machen wie viele Pf.?

45) 76 Wspl. $18\frac{2}{3}$ Schfl. sind wie viele Mtz.?

46) 4 ℥ $5\frac{1}{4}$ ʒ sind wie viele Gr.?

47) $1\frac{1}{2}$ Pfd. Med. Gew. sind wie viele ℈?

48) 13 Stein $14\frac{1}{2}$ Pfd. sind wie viele Loth?

49) 3 Last $9\frac{1}{3}$ Schpfd. wie viele Pfd.?

50) 2 Mrk. $11\frac{1}{2}$ Loth geben wie viele Grän?

---

51) 29 Rthlr. $17\frac{1}{2}$ Gr. in Dresden sind wie viele Pf.?

52) 7 Pud $17\frac{3}{4}$ Pfd. in Petersburg sind wie viele Loth?

53) 779 Frk. $5\frac{1}{2}$ Bz. in der Schweiz sind wie viele Rap.?

54) 5479 £. $18\frac{2}{3}$ S. in Genf sind wie viele Den.?

55) $1731\frac{8}{11}$ Mark in Hamburg machen wie viele Pf.?

56) 13 Ctr. $65\frac{2}{3}$ Pfd. in Schweden sind wie viele Qtch.?

57) 2 Quintal 3 Arrobas $17\frac{1}{2}$ Lib. in Lissabon sind wie viele Lib.?

58) 37 Thlr. 41 Stüv. 11 Pf. holl. in Amsterdam sind wie viele Pf. holl.

59) 964 Mrk. $9\frac{3}{5}$ ßl. in Hamburg machen wie viele Pf.?

60) 59648 L. 16 Sh. $3\frac{1}{2}$ Pf. Sterl. in London sind wie viele Pf. Sterl.?

Zu §. 223—224. Ueber Reductionen.

61) 179864 Pf. sind wie viele Sgr.?
62) 8940 Sgr. wie viele Thlr.?
63) 786 Qtch. wie viele Loth?
64) 97532 Loth wie viele Pfd.?
65) 7358 Pfd. wie viele Ctr.?
66) 3987 Mtz. wie viele Schffl.?
67) 99864 Schffl. wie viele Wspl.?
68) 1798 Lin. wie viele Zoll Ddc und Dc.?
69) 684398 Zoll wie viele Fuß Ddc. und Dc.
70) 9874329 Q.Rth. wie viele Morgen?
71) 377982 Pf. wie viele Sgr.?
72) $\frac{1}{2}$ Pf. wie viele Sgr.?
73) $11\frac{4}{5}$ Sgr. wie viele Thlr.?
74) $987\frac{3}{4}$ Pfd. wie viele Ctr.?
75) $12\frac{3}{8}$ Loth wie viele Pfd.?
76) $94965\frac{1}{2}$ Loth wie viele Pfd.?
77) $3986462\frac{1}{2}$ Sgr. wie viele Thlr.?

78) 92034 Gr. Med. Gew. sollen in Unzen verwandelt werden.

79) $4\frac{3}{8}$ Lth. wie viele Pfd.?

80) $9764\frac{2}{3}$ Pfd. wie viele Ctr.?

81) 74961 Pf. wie viele Thlr.?

82) $948\frac{1}{2}$ Mtz. wie viele Wspl.?

83) $6\frac{2}{5}$ Pf. wie viele Thlr.?

84) $59\frac{3}{8}$ Lth. wie viele Stein?

85) $7984\frac{1}{2}$ Lin. sind wie viele Fuß Ddc.?

86) $3\frac{8}{9}$ Quart wie viele Eimer?

87) $1\frac{1}{2}$ Kar. wie viele Mrk.?

88) $\frac{5}{9}$ Loth wie viele Mrk.?

89) 6 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth wie viele Ctr.?

90) 26 Sgr. 10 Pf. wie viele Thlr.?

91) 8 Schfl. $9\frac{2}{3}$ Mtz. wie viele Wspl.?

92) 3 Fß. $11\frac{3}{4}$ Zoll sind wie viele Ruthen?

93) 63 Pfd. 18 Loth $1\frac{1}{2}$ Qtch. wie viele Ctr.?

94) 7984 Sgr. 8 Pf. sind wie viele Thlr.?

95) 6849 Schfl. $12\frac{1}{2}$ Mtz. wie viele Wspl.?

---

96) 924 Fl. $31\frac{2}{3}$ Xr. in Fl. zu verwandeln.

97) 46 Xr. 3 Pf. in Fl. zu verwandeln.

98) $52\frac{3}{4}$ Xr. in Augsburg sind wie viele Rthlr.?

99) $964\frac{3}{4}$ Ohm Wein in Braunschweig machen wie viele Fuder?

100) 97845 Becher ebend. sollen in höheren Benennungen ausgedrückt werden.

101) 94896 Schilling dänisch geben wie viele Rthlr.?

102) 104287 Pints engl. Wein durch höhere Benennungen auszudrücken.

103) 58439 Millimètres in Frankreich sind wie viele Mètres?

104) 275429 Cent. ebend. in Fr. zu verwandeln.

105) $14\frac{5}{9}$ Centesimi in Genua sind wie viele Lir.?

106) 98874 Himten in Hannover sind wie viele Wspl.?

107) 11 ßl. 9 Pf. in Hamburg in Mark auszudrücken.

108) 19 ßl. $5\frac{1}{2}$ Gr. vls. in L. vls. auszudrücken.

109) 6847 Osmuschki in Rußland durch höhere Benennungen anzugeben.

110) 78594 Kopeken sind wie viel Rubel?

Zu §. 225—228. Addition.

Addire folgende benannte Zahlen:

111)

Thlr.	Sgr.	Pf.
3	19	8
16	12	4
9	3	6
7	24	9

112)

Thlr.	Sgr.	Pf.
785	21	10
46	16	6
179	8	—
—	29	3
1473	—	8
79	13	11

113) 9 Pfd. 16 Loth + 3 Ctr. 74 Pfd. 19 Loth + 24 Loth 3 Qtch. + 6 Ctr. 28 Pfd. 4 Loth 1 Qtch. + 17 Ctr. 31 Loth + 17 Pfd. 12 Loth 2 Qtch.

114) 5 Schpfd. 19 Lspfd. 3 Pfd. + 9 Schpfd. 6 Lspf. 11 Pfd. + 2 Lst. 5 Lspfd. 6 Pfd. + 2 Schpfd. 13 Pfd. + 2 Lst. 7 Schpfd. 16 Lspfd. 8 Pfd. + 14 Lspfd. 12 Pfd. + 1 Lst. 5 Schpfd. 8 Lspfd. 3 Pfd.

115) 25 Thlr. $12\frac{1}{4}$ Sgr. + 19 Thlr. $6\frac{2}{3}$ Sgr. + 716 Thlr. 15 Sgr. 6 Pf. + $27\frac{3}{4}$ Sgr. + 1 Thlr. $6\frac{7}{8}$ Sgr.

116) 3 ℥ 5 ʒ 1 ℈ 8 Gr. + 5 ℥ 2 ʒ 17 Gr. + 1 ʒ 9 Gr. + 7 ℥ 2 ʒ 1 ℈ 9 Gr. + 9 ℥ 6 ʒ 2 ℈ 5 Gr.

117) 3 Bll. 5 Rß. 12 Bch. + 7 Bll. 9 Rß. + 8 Rß. 15 Bch.

20 Bg. + 8 Bll. 7 Rß. 14 Bch. 21 Bg. + 9 Bll. 9 Rß. 11 Bch. 3 Bg. + 3 Bll. 8 Rß. 2 Bch. 12 Bg. Druckpapier.

118) $3^{\circ}\ 9'\ 8''\ 7''' + 7^{\circ}\ 6'\ 7''\ 3''' + 12^{\circ}\ 11'\ 10''\ 9''' + 17^{\circ}\ 7'\ 3''\ 9''' + 22^{\circ}\ 10'\ 10''\ 8'''$ Werkmaaß.

119) $6^{\circ}\ 7'\ 9'' + 6'\ 8''\ 3''' + 17^{\circ}\ 9'\ 4''\ 2''' + 23^{\circ}\ 8'\ 9'' + 7'\ 6''\ 8''' + 9'\ 4''\ 9''' + 16^{\circ}\ 9'\ 8''\ 8''' + 13^{\circ}\ 6'\ 6''\ 7'''$ a) in Werkmaaß; b) in Feldmaaß.

120) 1 Mrk. 9 Loth 10 Gr. + 7 Mrk. 15 Loth + 3 Mrk. 11 Gr. + 9 Mrk. 8 Gr. + 12 Loth 17 Gr. + 3 Mrk. 10 Loth 4 Gr. + 9 Mrk. 6 Lth. 8 Gr.

121) 5 Pfd. $15\frac{1}{2}$ Loth + $9\frac{3}{4}$ Pfd. + 8 Ctr. $16\frac{3}{8}$ Pfd. + $12\frac{1}{2}$ Loth + 22 Ctr. $91\frac{5}{6}$ Pfd. + 1 Ctr. 30 Pfd. $16\frac{1}{3}$ Loth + $6\frac{1}{2}$ Ctr. + 29 Pfd. $14\frac{1}{2}$ Loth.

122) 24 Thlr. $29\frac{3}{8}$ Sgr. + 64 Thlr. $17\frac{2}{3}$ Sgr. + 24 Sgr. $8\frac{1}{2}$ Pf. + 112 Thlr. 19 Sgr. 10 Pf. + 9 Thlr. $15\frac{1}{2}$ Sgr. + 23 Thlr. $22\frac{2}{3}$ Sgr. + $3\frac{3}{4}$ Thlr. + 69 Thlr. $25\frac{3}{4}$ Sgr.

123) 16 Schck. $2\frac{3}{4}$ Mdl. + 29 Schck. $3\frac{3}{8}$ Mdl. + 9 Schck. $1\frac{2}{3}$ Mdl.

124) 93 Ton. 1 Oehmch. $15\frac{1}{2}$ Qrt. + 16 Ton. 3 Oehmch. $6\frac{2}{3}$ Qrt. + 29 Ton. 2 Oehmch. $8\frac{3}{8}$ Qrt. + 12 Tonnen 2 Oehmch. $19\frac{5}{6}$ Qrt.

125) 23 Mrk. 12 Krt. $3\frac{5}{8}$ Gr. + 12 Mrk. 16 Krt. $8\frac{5}{6}$ Gr. + 17 Mrk. 9 Krt. $8\frac{6}{7}$ Gr. + 18 Mrk. 20 Krt. $10\frac{2}{3}$ Gr. + 114 Mrk. 18 Krt. $8\frac{3}{4}$ Gr. + 34 Mrk. 19 Krt. $4\frac{7}{8}$ Gr.

126) 2 Oxh. 2 Eim. 30 Qrt. + 4 Oxh. 1 Eim. $17\frac{3}{8}$ Qrt. + 11 Oxh. $12\frac{7}{8}$ Qrt. + 9 Oxh. 2 Eim. $51\frac{1}{2}$ Qrt.

127) 3 Ball. 4 Rß. $8\frac{1}{2}$ Buch + 12 Ball. 7 Rß. $15\frac{2}{3}$ Bch. + 9 Bll. $6\frac{1}{2}$ Rß. + 4 Bll. 9 Rß. $14\frac{1}{2}$ Buch + 26 Ball. $8\frac{3}{4}$ Rß. + 9 Ball. 3 Rß. $18\frac{3}{4}$ Buch.

---

128) England. 5 £. 17 Sh. 9 ₰ + 3 £ $18\frac{2}{3}$ Sh. + 412 £. 12 Sh. $8\frac{1}{2}$ ₰ + 209 £. $16\frac{3}{4}$ Sh. + 1412 £. 13 Sh. $9\frac{1}{2}$ ₰ + 789 £. $12\frac{1}{2}$ Sh. + 4518 £. 12 Sh. $8\frac{3}{4}$ ₰.

129) Wien. 564 Fl. 43 Xr. $3\frac{1}{2}$ Pf. + 1743 Fl. $36\frac{3}{4}$ Xr. + 977 Fl. 22 Xr. 3 Pf. 1 Hl. + 9586 Fl. 16 Xr. $3\frac{1}{2}$ Pf. + $1472\frac{1}{2}$ Fl. + 976 Fl. $26\frac{3}{4}$ Xr. + 796 Fl. $16\frac{1}{2}$ Xr. + 1799 Fl. 42 Xr. $3\frac{2}{3}$ Pf.

130) Rom. 50 Scd. 8 Paol. 3 Baj. + 79 Scd. 9 Paol. $8\frac{1}{2}$ Baj. + 375 Scd. 7 Paol. $2\frac{3}{4}$ Baj. + 92 Scd. $9\frac{3}{4}$ Baj. + 64 Scd. 8 Paol. $4\frac{1}{3}$ Baj. + 6 Paol. $9\frac{1}{3}$ Baj.

131) Lissabon. 5 Quntl. 3 Arrob. 26 Lib. + 27 Quntl. 2 Arrob. $16\frac{3}{4}$ Lib. + 23 Quntl. 1 Arrob. $30\frac{7}{8}$ Lib. + 17 Quntl. 2 Arrob. $12\frac{3}{8}$ Lib. + 19 Quntl. 2 Arrob. $23\frac{2}{3}$ Lib.

132) Polen. 500 Fl. 24 Gr. $2\frac{1}{2}$ Schl. + 974 Fl. 17 Gr. $1\frac{2}{3}$ Schl. + 1417 Fl. $24\frac{3}{4}$ Gr. + 1716 Fl. 12 Gr. $1\frac{5}{6}$ Schl.

133) Rußland. 5 Pud 23 Pfund + 7 Pud $32\frac{2}{3}$ Pfund + 36 Pfund $15\frac{1}{2}$ Loth + 9 Pud 23 Pfund $16\frac{1}{2}$ Loth + 3 Bwz. 7 Pud $29\frac{2}{3}$ Pfund + 9 Bwz. 3 Pud $18\frac{5}{6}$ Pfund.

134) Hamburg. 12 Mrk. 8 ßl. $9\frac{1}{2}$ Pf. + 147 Mrk. 13 ßl.

5 Pf. + 479 Mrk. $12\frac{3}{4}$ ßl. + 196 Mrk. 14 ßl. $6\frac{2}{3}$ Pf. + 1718 Mrk. $13\frac{3}{4}$ ßl. + 965 Mrk. $10\frac{5}{8}$ ßl.

135) Zürich. 410 Fl. 23 ßl. 2 Rp. + 179 Fl. $15\frac{3}{4}$ ßl. + 918 Fl. $37\frac{3}{8}$ ßl. + 97 Fl. 18 ßl. 3 Rp. + 472 Fl. $28\frac{5}{6}$ ßl. + 917 Fl. $34\frac{2}{3}$ ßl. + 1417 Fl. 28 ßl. 2 Rp.

136) Niederlande. 70 Thlr. 32 Stüv. 12 Pf. + 188 Thlr. $46\frac{1}{2}$ Stüv. + 1412 Thlr. 32 Stüv. $7\frac{2}{3}$ Pf. + 908 Thlr. $39\frac{3}{4}$ Stüv. + 917 Thlr. 43 Stüv. $8\frac{5}{8}$ Pf. + 9104 Thlr. $46\frac{5}{8}$ Stüv. + 439 Thlr. 17 Stüv. $15\frac{2}{3}$ Pf. + 188 Thlr. $24\frac{5}{6}$ Stüv. + 9416 Thlr. $45\frac{3}{8}$ Stüv. + 745 Thlr. $36\frac{11}{12}$ Stüv.

Zu §. 226 — 233. Subtraction.

137) 1714 Thlr. 26 Sgr. — 915 Thlr. 13 Sgr.

138) 632 Pfund 25 Loth — 347 Pfund $12\frac{1}{2}$ Loth.

139) 497 Wspl. 18 Schfl. 12 Mtz. — 318 Wspl. 6 Schfl. 13 Mtz.

140) 1412° 9′ $11\frac{1}{2}$″ — 536° 10′ $6\frac{3}{4}$″ Ddc.

141) 439 Thlr. 12 Sgr. 6 Pf. — 118 Thlr. 24 Sgr. 11 Pf.

142) Subtrahire 35 Ctr. 103 Pfd. $19\frac{5}{6}$ Loth von 91 Ctr. 48 Pfd. $2\frac{3}{5}$ Loth.

143) Um wie viel sind 94 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr. mehr als 13 Thlr. $28\frac{1}{2}$ Sg.?

144) 3 Stn. 8 Pfd. 12 Loth — 19 Pfd. $28\frac{4}{5}$ Loth.

145) 5 Oxh. 2 Eim. $29\frac{2}{3}$ Qrt. — 2 Oxh. $1\frac{3}{4}$ Eimer.

146) 7 Ton. $3\frac{4}{5}$ Oehmch. — 2 Ton. 3 Oehmch. $19\frac{1}{4}$ Qrt.

147) 9 ℥ 3 ʒ 1 ℈ 7 Gr. — 1 ℥ 5 ʒ 2 ℈ 11 Gr.

148) 5 ℥ 4 ʒ $1\frac{2}{3}$ ℈ — 6 ʒ 2 ℈ $5\frac{1}{2}$ Gr.

149) 5 Ball. $4\frac{2}{3}$ Rß. — 3 Ball. 7 Rß. $16\frac{1}{2}$ Bch.

150) 18 Mrk. $15\frac{3}{4}$ Krt. — 7 Mrk. 20 Krt. $9\frac{2}{3}$ Gr.

---

151) Wien. 3179 Rthlr. 27 Xr. $3\frac{1}{8}$ Pf. — 498 Rthlr. 68 Xr $1\frac{4}{5}$ Pf.

152) Neapel. 35 Carri 1 Botto 7 Bar. 21 Caraf. — 8 Car. 11 Bar. 39 Caraf.

153) Portugal. 9 Ton. 1 Pip. $21\frac{3}{4}$ Alm. — 7 Ton. 19 Alm. $1\frac{2}{3}$ Alq.

154) Venedig. 750 Lir. $12\frac{7}{8}$ Sold. — 329 Lir. 17 Sold. $4\frac{5}{6}$ Cent.

155) England. 74 Quarters 3 Bush. $1\frac{1}{2}$ Gall. — 19 Quarters $7\frac{7}{8}$ Bush.

156) Ebend. 7954 £. $12\frac{3}{4}$ Sh. — 5307 £. 19 Sh. $8\frac{1}{2}$ P.

157) Ebend. 32 Ctr. 93 Pfd. $5\frac{5}{6}$ Unz. — 5 Ctr. $110\frac{5}{8}$ Pfd.

158) Genf. 43 Pfd. $11\frac{8}{9}$ Onces — 27 Pfd. 9 Onc. $17\frac{1}{2}$ Den.

159) Sicilien. 149 Ducati 47 Bajocchi — 93 Ducati 84 Baj.

160) Hamburg. 3409 Mrk. 5 ßl. $8\frac{1}{2}$ Pf. — 974 Mrk. $9\frac{3}{4}$ ßl.

Vermischte Beispiele.

161) 75 Thlr. $19\frac{7}{8}$ Sgr. + 14 Thlr. $22\frac{3}{5}$ Sgr. — 27 Thlr. $13\frac{1}{2}$ Sgr. sollen zu Pf. resolvirt werden.

162) 7 Pfd. 15 Loth $1\frac{1}{2}$ Qt. — 3 Pfd. $19\frac{3}{5}$ Loth sollen zu Pfd. reducirt werden.

163) 19,73 Th. sind wie viele Th., Sgr. und Pf.?

164) 0,594 Pfd. in Loth und Qt. zu verwandeln.

165) 15 Loth $13\frac{2}{3}$ Gr. in einen vierstelligen Decimalbruch der Mark auszudrücken.

166) $\frac{6}{7}$ Grän sind wie viele Mark?

167) 24 Schock $1\frac{8}{9}$ Mdl. — 13 Schock $2\frac{7}{8}$ Mandel sind wie viel Schock?

168) 9 Last 10 Schpfd. 2 Lspfd. 9 Pfd. — 11 Schpfd. $1\frac{3}{5}$ Lspfd. + $1\frac{1}{2}$ Lspfd. + $12\frac{7}{8}$ Pfd.

169) 27 Wspl. $16\frac{3}{4}$ Schff. + 23 Wspl. $19\frac{5}{6}$ Schff. — 18 Wspl. 17 Schfl. $13\frac{2}{3}$ Metzen.

170) 72 Bll. $15\frac{7}{10}$ Buch + 63 Bll. $9\frac{2}{3}$ Rß. Schreibpapier geben wie viele Bogen?

171) $\frac{3}{4}$ Thlr. + $1\frac{2}{3}$ Thlr. + $\frac{7}{8}$ Thlr. — $\frac{11}{12}$ Thlr. in Sgr. und Pf. zu verwandeln.

172) $2\frac{4}{5}$ Loth + $16\frac{1}{2}$ Pfd. + $3\frac{3}{8}$ Loth — $12\frac{5}{6}$ Loth + 3 Pfd. $19\frac{1}{2}$ Loth sind wie viele Pfd., Loth und Qtch.

173) $\frac{4}{5}$ ℥ — $\frac{3}{4}$ ʒ + 1 ʒ 12 Gr. + $2\frac{2}{3}$ ℥ — $2\frac{1}{2}$ ℈ in ℥, ʒ, ℈ und Gr. auszudrücken.

174) $1716\frac{3}{8}$ Thlr. — 79 Thlr. $16\frac{2}{3}$ Sgr. + $4\frac{4}{5}$ Thlr. — $26\frac{2}{3}$ Sgr. — 9 Sgr. 8 Pf. — $\frac{2}{3}$ Thlr. — $7\frac{4}{7}$ Thlr., in Thlr., Sgr. und Pf. auszudrücken.

Zu §. 234—239. Multiplication mit ganzen Zahlen.

175) 23 Th. 15 Sgr. × 10.

176) 15 Pfd. 12 Loth 3 Qtch. × 9.

177) 3 Wspl. 8 Schfl. 12 Mtz. × 12.

178) 26° 9′ 7″ 8‴ Ddc. × 15.
179) Dasselbe Beispiel in Decimalmaaß.
180) $24\frac{2}{3}$ Sgr. × 20.
181) $17\frac{2}{5}$ Loth × 29.
182) 5 Pfd. $5\frac{5}{6}$ Loth × 36.
183) 149 Th. 26 Sgr. 10 Pf. × 123.
184) 3 Ctr. $22\frac{1}{2}$ Pfd. × 157.
185) 6 Lst. 10 Schpfd. 11 Lspfd. $8\frac{2}{3}$ Pfd. × 8.
186) 4937 Thlr. $23\frac{7}{8}$ Sgr. × 46.
187) 15 Mrk. 13 Loth $9\frac{2}{3}$ Gr. × 12.
188) $17\frac{5}{8}$ Sgr. × 13.
189) 17 Thlr. $23\frac{3}{7}$ Sgr. × 1304.
190) 423 Schock $2\frac{3}{5}$ Mdl. × 14.
191) 33 Oxh. 4 Ank. $20\frac{3}{4}$ Qrt. × 25
192) 679 Ton. 2 Oehmch. $19\frac{1}{2}$ Qrt. × 36.
193) 9 ℥ 7 ʒ 2 ℈ 15 Gr. Medicinalgew. × 397.
194) 1974 Thlr. $21\frac{5}{6}$ Sgr. × 76.

---

195) 4742 Fl. $23\frac{3}{8}$ Xr. × 21.
196) Baden. 25 Ctr. $75\frac{4}{7}$ Pfd. × 64.
197) Baiern. 37 Schfl. 3 Mtz. 7 Mäßl. × 120.
198) Bremen. 397 Rthlr. $64\frac{3}{4}$ Groote × 32.
199) England. 9784 £. $15\frac{3}{8}$ Sh. × 79.
200) Leipzig. 13 Thlr. $11\frac{1}{2}$ Gr. × 97.

201) Leipzig. 375 Thlr. $19\frac{3}{4}$ Gr. × 29.

202) Kopenhagen. 315 Mk. $9\frac{5}{8}$ ßl. × 16.

203) — 1726 Mk. $13\frac{3}{5}$ ßl. × 321.

204) Amsterdam. 19 Fl. 11 Stüv. 7 Pf. × 8.

205) — 23 Fl. $18\frac{5}{6}$ Stüv. × 24.

206) — 74 Fl. $13\frac{3}{4}$ Stüv. × 56.

207) Bremen. 49 Thlr. $65\frac{4}{5}$ Groot × 17.

208) Paris. 715 Fr. $85\frac{1}{2}$ Cent. × 25.

209) — 98 Met. 56 Centim. 3 Millim. × 403.

210) Hamburg. $9\frac{5}{8}$ ßl. × 75.

211) — 17 Mk. $13\frac{3}{4}$ ßl. × 36.

212) Petersburg. 379 Rub. 46 Kop. × 12.

Zu §. 240—243. Division durch unbenannte ganze Zahlen.

213) 5 Thlr. 12 Sgr. : 7.

214) 9 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. : 12.

215) 127 Thlr. 18 Sgr. 9 Pf. : 6.

216) 1536 Thlr. $24\frac{2}{3}$ Sgr. : 36.

217) 4947 Thlr. $13\frac{3}{4}$ Sgr. : 129.

218) $459\frac{8}{11}$ Thlr. : 74.

219) $26\frac{7}{8}$ Sgr. : 4.

220) 5 Ctr. 29 Pfd. $20\frac{1}{2}$ Loth : 12.

221) $65\frac{3}{4}$ Pfd. : 15.

222) 3 Wspl. $14\frac{1}{2}$ Schfl. : 39.

223) 102 Pfd. $24\frac{3}{8}$ Loth : 14.

224) 12 Ball. 9 Rß. $11\frac{3}{4}$ Bch. Schreibpapier : 19.

225) 79° $11\frac{7}{8}$' Dbc. : 5.

226) 730 Morg. $112\frac{3}{4}$ Q. Ruth. : 35.

227) 5 Fuder $3\frac{1}{4}$ Orh. : 9.

228) 17 Ohm 1 Eim. $25\frac{3}{5}$ Qrt. : 19.

229) 32 Ton. 3 Oehmch. $13\frac{3}{4}$ Qrt. : 27.

230) 97 Ton. $2\frac{11}{12}$ Oehmch. : 8.

---

231) Hamburg. 932 Mk. $12\frac{5}{7}$ ßl. : 23.

232) — 1479 Mk. $6\frac{7}{8}$ ßl. : 39.

233) — 13 Ctr. $25\frac{7}{9}$ Pfd. : 18.

234) — 29 Ctr. 74 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth : 24.

235) Hessen. 45 Rthlr. 30 Mgr. 6 Pf. : 29.

236) — 1729 Rthlr. $26\frac{7}{12}$ Mgr. : 120.

237) Wien. 4965 Rfl. $54\frac{3}{4}$ Xr. : 36.

238) — 18 Ctr. $37\frac{3}{4}$ Pfd. : 101.

239) — 1437 Rthlr. 78 Xr. $3\frac{1}{2}$ Pf. : 243.

240) Lissabon. $794\frac{3}{8}$ Milreis : 34.

Zu §. 245. Multiplication mit gebrochenen und gemischten Zahlen.

241) 16 Thlr. 10 Sgr. $\times \frac{1}{2}$.

242) 5 Pfd. $30\frac{1}{2}$ Loth $\times \frac{1}{3}$.

243) $17\frac{3}{8}$ Thlr. $\times \frac{3}{4}$.

244) $27\frac{2}{3}$ Sgr. $\times 3\frac{5}{6}$.

245) 49 Pfd. $17\frac{5}{6}$ Loth $\times \frac{3}{8}$.

246) 6 Schfl. $12\frac{1}{2}$ Mtz. $\times \frac{7}{8}$.

247) 3457 Thlr. 12 Sgr. 8 Pf. $\times \frac{5}{9}$.

248) 8 Thlr. $25\frac{3}{4}$ Sgr. $\times 2\frac{3}{4}$.

249) $17\frac{2}{3}$ Sgr. $\times 5\frac{7}{8}$.

250) $8^{\circ}\ 9'\ 4\frac{1}{2}''$ Dc. $\times \frac{3}{7}$.

251) 4736 Thlr. $14\frac{3}{8}$ Sgr. $\times 35\frac{1}{2}$.

252) $97\frac{5}{13}$ Thlr. $\times 11\frac{3}{4}$.

253) $29\frac{8}{9}$ Qrt. Wein $\times 25\frac{3}{16}$.

254) 25 Ctr. $22\frac{3}{4}$ Pfd. $\times 16\frac{4}{5}$.

255) $27\frac{5}{8}$ Loth $\times 5\frac{16}{17}$.

256) $16\frac{1}{2}$ Pfd. $\times \frac{11}{12}$.

257) 29 Thlr. 18 Sgr. 10 Pf. $\times 5\frac{1}{4}$.

258) 8 ℥ 5 ʒ 2 ℈ 17 Gr. $\times 3\frac{3}{8}$.

259) 16 Mk. 15 Kar. 9 Gr. $\times 10\frac{5}{6}$.

260) 12 Mk. $13\frac{3}{4}$ Loth $\times 19\frac{3}{5}$.

---

261) Hamburg. 13 ßl. 8 Pf. $\times 7\frac{3}{4}$.

262) — 132 Mk. $12\frac{2}{3}$ ßl. $\times 38\frac{5}{6}$.

263) — 7329 Mk. $4\frac{3}{4}$ ßl. $\times \frac{16}{17}$.

264) England. 5 £ $12\frac{1}{2}$ Shstrl. $\times 32\frac{6}{7}$.

265) — $15\frac{5}{8}$ Sh. $\times 26\frac{3}{4}$.

266) Paris. 19 Fr. 59 Cent. $\times \frac{5}{8}$.

267) — $434\frac{5}{9}$ Fr. $\times 2\frac{8}{11}$.

268) Rom. 33 Scd. 9 Paol. $4\frac{1}{2}$ Baj. $\times 2\frac{1}{6}$.

269) — 8 Baj. 3 Quatr. $\times 7\frac{5}{8}$.

270) — 38 Lire 7 Duc. $12\frac{3}{4}$ Gran. $\times 2\frac{2}{3}$.

Zu §. 246. Division durch unbenannte gebrochene und gemischte Zahlen.

271) 36 Thlr. 25 Sgr. 6 Pf. : $\frac{1}{2}$.

272) $25\frac{1}{2}$ Thlr. : $\frac{3}{4}$.

273) 3 Pfd. 18 Loth : $2\frac{1}{3}$.

274) $5\frac{4}{9}$ Loth : $6\frac{5}{6}$.

275) 18 Thlr. $24\frac{1}{2}$ Sgr. : $\frac{5}{8}$.

276) 18 Ctr. $62\frac{3}{8}$ Pfd. : $\frac{13}{18}$.

277) 29 Sgr. $5\frac{2}{3}$ Pf. ; $5\frac{11}{12}$.

278) 16 Wspl. $19\frac{3}{4}$ Schfl. : $\frac{17}{63}$.

279) 63 Pfd. $22\frac{3}{4}$ Loth : $31\frac{4}{5}$.

280) 3 Lst. 9 Schpfd. 15 Lspfd. $11\frac{3}{4}$ Pfd. : $43\frac{3}{8}$.

281) 16 Lst. 16 Lspfd. $4\frac{5}{6}$ Pfd. : $\frac{7}{12}$.

282) 3 Pfd. 9 ℥ 5 ʒ 2 ℈ $13\frac{1}{2}$ Gr. : $5\frac{4}{7}$.

283) 33 Wspl. $13\frac{5}{8}$ Schfl. : $2\frac{2}{7}$.

284) 79487 Thlr. $24\frac{3}{4}$ Sgr. : $37\frac{8}{9}$.

285) 18 Morg. $143\frac{5}{8}$ Q.Ruth. : $2\frac{3}{8}$.

---

286) Augsburg. 95 Fl. $34\frac{3}{4}$ Xr. : $3\frac{3}{7}$.

287) — 70 Rthlr. $72\frac{1}{2}$ Xr. : $\frac{5}{16}$.

288) Bremen. 274 Rthlr. $46\frac{4}{5}$ Gr. : $32\frac{5}{9}$.

289) — 5 Ctr. 113 Pfd. $19\frac{1}{2}$ Loth : $46\frac{2}{3}$.

290) — $7\frac{11}{16}$ Ctr. : $\frac{13}{20}$.

291) Kopenhagen. 774 Rthlr. 5 Mk. $14\frac{1}{2}$ ßl. dän. : $\frac{4}{5}$.

292) — 946 Rthlr. $4\frac{11}{12}$ Mk. dän. : $17\frac{3}{4}$.

293) — 3 Mk. $9\frac{10}{11}$ ßl. dän. : $14\frac{8}{9}$.

294) London. $3\frac{5}{6}$ Lstrl. : $12\frac{3}{8}$.

295) — 260 £ $14\frac{2}{3}$ Shstrl. : $\frac{15}{16}$.

296) — 19 Sh. $11\frac{3}{8}$ ₰ Sterl. : $\frac{3}{17}$.

297) — 16 Ctr. 111 Pfd. $8\frac{1}{2}$ Unze. : $79\frac{13}{15}$.

298) Frankfurt a. M. 7372 Rthlr. $67\frac{2}{3}$ Xr. : $22\frac{3}{11}$.

299) — — 1430 Rfl. $48\frac{1}{2}$ Xr. : $33\frac{2}{3}$.

300) Paris. 5598 Fr. $23\frac{3}{4}$ Cent. : $14\frac{2}{7}$.

Zu §. 247—250. Division durch benannte Zahlen.

301) 10 Thlr. $6\frac{3}{4}$ Sgr. : $15\frac{1}{2}$ Sgr.

302) 79 Thlr. $18\frac{1}{2}$ Sgr. : 2 Thlr. 12 Sgr.

303) 16 Pfd. 12 Loth : 9 Pfd.

304) 43 Pfd. $18\frac{3}{4}$ Loth : 17 Pfd.

305) 29 Pfd. 12 Loth : $\frac{5}{7}$ Pfd.

306) 34 Pfd. $26\frac{2}{3}$ Loth : 3 Pfd. 15 Loth.

307) 1732 Ctr. 46 Pfd. 23 Loth : 9 Ctr. 59 Pfd. 5 Loth.

308) $7798\frac{5}{8}$ Thlr. : 47 Thlr. 18 Sgr. 11 Pf.

309) 27 Sgr. : 1 Thlr. 12 Sgr.

310) 24 Wspl. $11\frac{3}{4}$ Schfl. : 13 Mtz.

311) $19\frac{3}{8}$ Sgr. : $3\frac{7}{8}$ Thlr.

312) $24\frac{5}{6}$ Sgr. : 13 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr.

313) 12 Schfl. $3\frac{1}{2}$ Mtz. : 3 Schfl. 9 Mtz.

314) 1749 Thlr. $26\frac{2}{3}$ Sgr. : 29 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr.

315) 75 Pfd. $18\frac{3}{4}$ Loth : $9\frac{5}{8}$ Loth.

316) $\frac{3}{4}$ Thlr. : $\frac{7}{9}$ Sgr.

317) $\frac{4}{7}$ Sgr. : $\frac{3}{8}$ Thlr.

318) $2\frac{3}{4}$ Loth : $14\frac{1}{2}$ Pfd.

319) 36 Morg. $13\frac{3}{4}$ Q.Ruth. : 3 Morg. $125\frac{1}{2}$ Q.Ruth.

320) $79\frac{7}{12}$ Morg. : $138\frac{3}{5}$ Q.Ruth.

321) 2 Mk. $12\frac{7}{12}$ Loth : $13\frac{5}{7}$ Mk.

322) 7 Mk. 9 Loth $12\frac{3}{4}$ Gr. : 1 Mk. 13 Loth $17\frac{1}{2}$ Gr.

323) $29^\circ\ 8'\ 7\frac{3}{5}''$: $8^\circ\ 3'\ 4''\ 9'''$ Dc.

324) $4^\circ\ 5\frac{3}{4}'$: $10^\circ\ 3'\ 1\frac{1}{2}''$ Dc.

325) $74\frac{11}{16}$ Pfd. : 3 Ctr. 22 Pfd. $19\frac{7}{8}$ Loth.

---

326)

326) Augsburg. 74 Fl. $45\frac{1}{2}$ Xr. : 23 Fl. $50\frac{3}{4}$ Xr.

327) Braunschweig. $1732\frac{3}{4}$ Rthlr. : 3 Rthlr. 32 Mgr. 7 Pf.

328) Bremen. 69 Gr. 4 Schw. : $12\frac{7}{9}$ Rthlr.

329) Kopenhagen. 7963 Rthlr. $5\frac{2}{3}$ Mk. : 42 Rthlr. 3 Mk. 9 ßl. dän.

330) London. $14\frac{7}{8}$ Sh. Sterl. : $3\frac{7}{18}$ Lstrl.

331) Paris. 7982 Fr. 72 Cent. : 140 Fr. 85 Cent.

332) — 47 Gram. 56 Centigr. : 52 Gram. 79 Centigr.

333) Genua. 1732 Lire $15\frac{3}{5}$ Centesimi : 918 Lire $78\frac{3}{8}$ Centes.

334) Hamburg. 67 Rthlr. 32 ßl. 8 Pf. lüb. : 4 Mk. $12\frac{1}{2}$ ßl.

335) Hannover. 5 Lst. 1 Wspl. 3 Mltr. 5 Himt. : 7 Mltr. $3\frac{2}{3}$ Himt.

336) Kassel. 740 Rthlr. $22\frac{2}{3}$ Alb. : 940 Rthlr. $28\frac{5}{8}$ Alb.

337) Lübeck. $7\frac{8}{9}$ Mk. : $3\frac{4}{5}$ ßl.

338) — $10\frac{8}{11}$ ßl. : 5 Mk. $12\frac{3}{4}$ ßl.

339) Amsterdam. 242 Fl. 11 Stüv. 13 Pf. : $19\frac{5}{8}$ Stüv.

340) — 3472 Fl. $14\frac{1}{2}$ Stüv. : 231 Fl. 5 Stüv. 3 Pf.

341) Wien. 26 Xr. $3\frac{1}{2}$ Pf. : 1 Fl. $51\frac{3}{4}$ Xr.

342) Lissabon. 3 Arrob. $15\frac{3}{4}$ Libr. : $3\frac{8}{9}$ Arrob.

343) Petersburg. $93\frac{5}{8}$ Rubl. : $27\frac{3}{5}$ Kop.

344) — $59\frac{3}{8}$ Kop. : $4\frac{2}{3}$ Rubl.

345) Leipzig. 17 Rthlr. $18\frac{3}{4}$ Gr. : 29 Rthlr. $12\frac{1}{2}$ Gr.

346) — $4396\frac{3}{7}$ Rthlr. : $22\frac{5}{6}$ Gr.

347) Spanien. 596 Rvn. 27 Mvn. : $97\frac{3}{5}$ Rvn.

348) Hannover. $64\frac{5}{9}$ Thlr. : 3 Thlr. 15 gGr. 9 Pf.

349) London. 698 L. $16\frac{1}{2}$ Shsterl. : 45 L. 12 Sh. 4 Pf.

350) Hamburg. 2920 Mrk. $12\frac{2}{3}$ ßl. : 7 Mrk. 8 ßl. 5 Pf.

Vermischte Beispiele über benannte Zahlen.

351) $\frac{7}{13}$ Thlr. sind wie viele Sgr.?

352) 0,37 Pfd. in Loth zu verwandeln.

353) $2\frac{5}{9}$ Loth sind wie viele Pfd.?

354) 5,3 Mtz. wie viele Schfl?

355) 14,8 Sgr. + $3\frac{5}{9}$ Thlr. + 17,4 Thlr. + 25,33 Sgr. als Decimalbrüche zu addiren.

356) 79,75 Tg. + 39 Tg. 34,6 Std. + 19 Std. 43,25 Min.

357) 49° 5,3' Dc. × 33,13.

358) 5' 9,3'' Dc. in Ruthen zu verwandeln.

359) $22\frac{3}{8}$ Sgr. × 19,58.

360) 59,3 Thlr. : 4,7 Thlr.

361) $13\frac{7}{8}$ Sgr. durch einen Decimalbruch des Thlr. auszudrücken.

362) $\frac{5}{7}$ Pfd. durch einen Decimalbruch in Loth anzugeben.

363) 65 Pfd. $25\frac{3}{4}$ Loth in Ctr. auszudrücken.

364) $\frac{15}{16}$ Ctr. in den niedrigeren Sorten auszudrücken.

365) 0,71 Thlr. in den niedrigeren Sorten auszudrücken.

366) $\frac{7}{11}$ Thlr. in Sgr. und Pf. anzugeben.

367) $5\frac{2}{9}$ Loth in einen Bruch des Pfd. zu verwandeln.

368) $10\frac{5}{7}$ Pf. sind wie viele Thlr.?

369) 12 Sgr. $8\frac{2}{3}$ Pf. sind wie viele Thlr.?

370) 3 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf. durch einen Decimalbruch des Thlr. anzugeben.

371) $16\frac{4}{7}$ Loth durch einen Decimalbruch des Ctr. anzugeben.

372) $24\frac{3}{8}$ Sgr. + 5 Sgr. 10 Pf. + $23\frac{5}{9}$ Thlr. + 16 Thlr. $16\frac{2}{3}$ Sgr.

373) $74\frac{5}{6}$ Pfd. — 13 Pfd. $23\frac{4}{5}$ Loth.

374) 3 Ctr. $46\frac{1}{8}$ Pfd. — 97 Pfd. $25\frac{3}{8}$ Loth.

375) 7 Ctr. 68 Pfd. $13\frac{4}{9}$ Loth — 3 Ctr. $79\frac{3}{5}$ Pfd.

376) 38 Thlr. $21\frac{2}{3}$ Sgr. $\times \frac{3}{4}$.

377) $16\frac{3}{7}$ Sgr. $\times 25\frac{9}{10}$.

378) $15\frac{3}{8}$ Thlr. : $22\frac{1}{2}$ Sgr.

379) 73 Thlr. $14\frac{4}{5}$ Sgr. : $3\frac{3}{8}$.

380) $25\frac{5}{9}$ Pfd. : 5,98.

381) 43,56 Ctr. $\times$ 16,3 durch Ctr., Pfd., Loth und Qtch. auszudrücken.

382) 7 Thlr. 15,4 Sgr. : 14,15 Thlr.

383) 49 Wspl. $17\frac{3}{4}$ Schfl. : $21\frac{5}{6}$ Schfl.

384) $19\frac{3}{5}$ Loth in einen Bruch des Ctr. zu verwandeln.

385) $\frac{3}{11}$ Thlr. in Sgr. und Pf. auszudrücken.

386) 943 Pfd. $29\frac{1}{2}$ Loth in Ctr. zu verwandeln.

387) 2 Ctr. $61\frac{5}{9}$ Pfd. in Qtch. auszudrücken.

388) $\frac{17}{18}$ Wspl. sind wie viele Schfl. und Mtz.?

389) $\frac{5}{12}$ Thlr. sind wie viele Sgr. und Pf.?

390) $3\frac{5}{6}$ Mtz. sind wie viele Wspl.?

391) $467\frac{12}{13}$ Pf. in Thlr., Sgr. und Pf. auszudrücken.

392) $9137\frac{3}{4}$ Quentchen in Pfd. und Loth zu verwandeln.

393) 93 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. : $\frac{5}{8}$.

394) 13 Ctr. $78\frac{3}{5}$ Pfd. : $3\frac{7}{9}$.

395) $473\frac{11}{13}$ Thlr. in Pf. zu verwandeln.

396) $13\frac{8}{9}$ Pfd. : $29\frac{4}{5}$ Loth.

397) 798 Thlr. 22 Sgr. $8\frac{1}{2}$ Pf. $\times$ $13\frac{4}{5}$.

398) 3594 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr. : 317 Thlr. $23\frac{5}{6}$ Sgr.

399) 13 Mrk. $9\frac{1}{4}$ Loth : $2\frac{7}{8}$.

400) 15 Mrk. 19 Krt. 11 Gr. : 2 Mrk. $11\frac{2}{3}$ Krt.

Allgemeine Anwendung der vier Operationen.

(Zu §. 251.)

1) Die Zahl zu finden, von der 26 subtrahirt werden müssen, um 96 zu bekommen.

2) Von welcher Zahl muß man $\frac{4}{9}$ subtrahiren, um $\frac{2}{7}$ zu erhalten

3) Zu welcher Zahl muß man $2\frac{3}{8}$ addiren, um $10\frac{5}{6}$ zu erhalten?

4) Welche Zahl muß zu $56\frac{1}{2}$ addirt werden, um $120\frac{3}{4}$ zu erhalten?

5) Wie viel muß man von $16\frac{1}{3}$ subtrahiren, um $3\frac{1}{2}$ zu erhalten?

6) Welche Zahl muß man von $94\frac{2}{5}$ subtrahiren, um $13\frac{1}{3}$ zu bekommen?

7) Von welcher Zahl muß man $13\frac{7}{8}$ subtrahiren, um $36\frac{4}{7}$ zu bekommen?

8) Wie viel muß man von 36 Thlr. $18\frac{2}{3}$ Sgr. subtrahiren, um $19\frac{1}{2}$ Thlr. zu erhalten?

9) Von welcher benannten Zahl müssen 32 Pfd. 14 Loth subtrahirt werden, um 1 Ctr. $46\frac{3}{4}$ Pfd. zu geben?

10) Zu wie viel müssen 3 Wspl. 16 Schfl. $12\frac{1}{2}$ Mtz. addirt werden, um $19\frac{5}{6}$ Wspl. zu geben?

11) Wie viel muß man zu 9 Thlr. $27\frac{3}{4}$ Sgr. addiren, um 27 Thlr. 12 Sgr. 8 Pf. zu bekommen?

12) Von welcher Zahl müssen 23 Fl. $29\frac{3}{4}$ Xr. subtrahirt werden, um $67\frac{3}{7}$ Fl. zu bekommen?

(Zu §. 252.)

13) Welche Zahl giebt, durch 7 dividirt, $3\frac{1}{2}$ zum Quotienten?

14) Welche Zahl muß man durch $\frac{2}{3}$ dividiren, um $47\frac{1}{2}$ zu erhalten?

15) Welche Zahl wird $179\frac{3}{4}$, wenn sie mit 13 multiplicirt wird?

16) Welche Zahl muß man mit $56\frac{3}{5}$ multipliciren, um $16\frac{1}{2}$ zu erhalten?

17) Durch welche Zahl muß man 213 dividiren, um 72 zu erhalten?

18) Durch welche Zahl muß man $\frac{3}{5}$ dividiren, um $\frac{7}{9}$ zu bekommen?

19) Welche Zahl muß man durch $1\frac{2}{3}$ dividiren, um $\frac{7}{8}$ zu erhalten?

20) Welche Zahl muß man mit $13\frac{1}{2}$ multipliciren, um $5\frac{3}{4}$ zu bekommen?

21) Durch welche Zahl muß man $5\frac{2}{3}$ dividiren, um $1\frac{1}{4}$ zu erhalten?

22) Durch welche Zahl muß man $3\frac{3}{4}$ dividiren, um $23\frac{1}{3}$ zu erhalten?

23) Wie viel muß man durch $2\frac{1}{2}$ dividiren, um 5 Wspl. $18\frac{2}{3}$ Schfl. zu erhalten?

24) In welcher benannten Zahl ist 3 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Sgr. $7\frac{2}{9}$ mal enthalten?

25) Womit muß man 43 Pfd. $12\frac{2}{5}$ Loth multipliciren, um 13 Pfd. $6\frac{1}{2}$ Loth zu erhalten?

26) Durch welche Zahl muß man 6° 5′ $4\frac{1}{2}$″ Dc. dividiren, um 9′ $1\frac{1}{2}$″ zu erhalten?

27) Welche benannte Zahl muß man mit $13\frac{3}{4}$ multipliciren, um 5 Ctr. $19\frac{7}{12}$ Pfd. zu bekommen?

(Zu §. 253.)

28) Wenn man von einer unbekannten Zahl $3\frac{1}{2}$ subtrahirt, und die Differenz durch 4 dividirt, erhält man 47; welches ist diese Zahl?

29) Wenn man eine unbekannte Zahl zu $3\frac{2}{3}$ addirt, und die Summe durch $4\frac{2}{3}$ dividirt, erhält man $27\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

30) Wenn man eine unbekannte Zahl von $19\frac{2}{3}$ subtrahirt und die Differenz durch $5\frac{3}{4}$ dividirt, so erhält man $1\frac{5}{6}$; welches ist diese Zahl?

31) Wenn man von einer unbekannten Zahl $\frac{4}{7}$ subtrahirt und die

Differenz durch $\frac{2}{3}$ dividirt, erhält man $1\frac{11}{12}$; welches ist diese Zahl?

32) Wenn man eine unbekannte Zahl zu $17\frac{5}{6}$ addirt, und die Summe durch $2\frac{2}{5}$ dividirt, erhält man $12\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl?

33) Wenn man eine unbekannte Zahl von $21\frac{3}{4}$ subtrahirt und die Differenz durch $\frac{3}{4}$ dividirt, so erhält man $4\frac{5}{6}$; welches ist diese Zahl?

(Zu §. 254.)

34) Wenn man von einer unbekannten Zahl $15\frac{3}{8}$ subtrahirt und die Differenz mit $27\frac{3}{8}$ multiplicirt, erhält man $193\frac{2}{7}$; welches ist diese Zahl?

35) Wenn man eine unbekannte Zahl zu $13\frac{7}{9}$ addirt und die Differenz mit $11\frac{4}{5}$ multiplicirt, erhält man $215\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

36) Wenn man eine unbekannte Zahl von $24\frac{1}{2}$ subtrahirt und die Differenz mit $3\frac{2}{5}$ multiplicirt, erhält man $134\frac{2}{3}$; welches ist diese Zahl?

37) Wenn man von einer unbekannten Zahl $213\frac{1}{3}$ subtrahirt und die Differenz mit $5\frac{1}{4}$ multiplicirt, erhält man $945\frac{1}{5}$; welches ist diese Zahl?

38) Wenn eine unbekannte Zahl zu $2\frac{3}{5}$ addirt und die Summe mit $5\frac{3}{7}$ multiplicirt wird, erhält man $69\frac{4}{7}$; welches ist diese Zahl?

39) Wenn eine unbekannte Zahl von $3497\frac{11}{12}$ subtrahirt und die Differenz mit $23\frac{3}{5}$ multiplicirt wird, erhält man $329\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl.?

(Zu §. 255.)

40) Wenn man $3\frac{1}{8}$ durch eine unbekannte Zahl weniger $1\frac{1}{5}$ dividirt, erhält man $\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl?

41) Wenn man $254\frac{1}{2}$ durch die Summe einer unbekannten Zahl und $4\frac{1}{3}$ dividirt, erhält man $17\frac{2}{3}$; welches ist die gesuchte Zahl?

42) Wenn man eine unbekannte Zahl von $3\frac{4}{5}$ subtrahirt, und $1\frac{2}{5}$ durch die erhaltene Differenz dividirt, erhält man $\frac{2}{3}$; welches ist diese Zahl?

43) Wenn man von einer unbekannten Zahl $13\frac{4}{7}$ subtrahirt, und $798\frac{2}{3}$ durch die erhaltene Differenz dividirt, erhält man $12\frac{7}{9}$; welches ist die gesuchte Zahl?

44) Wenn man eine unbekannte Zahl zu $32\frac{1}{2}$ addirt, und $12\frac{2}{9}$ durch die Summe dividirt, erhält man $\frac{2}{7}$; welches ist die gesuchte Zahl?

45) Wenn man eine unbekannte Zahl von $3\frac{3}{4}$ subtrahirt und $17\frac{2}{7}$ durch diese Differenz dividirt, erhält man $12\frac{3}{5}$; welches ist die gesuchte Zahl?

(Zu §. 256.)

46) Wenn eine unbekannte Zahl durch $7\frac{1}{2}$ dividirt und vom Quotienten $2\frac{2}{3}$ subtrahirt wird, erhält man $6\frac{5}{6}$; welches ist diese Zahl?

47) Wenn eine unbekannte Zahl durch $\frac{5}{6}$ dividirt und der Quotient zu $4\frac{4}{5}$ addirt wird, erhält man $11\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

48) Wenn eine unbekannte Zahl durch $2\frac{2}{5}$ dividirt, und der Quotient von $23\frac{4}{7}$ subtrahirt wird, erhält man $2\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

49) Wenn eine unbekannte Zahl durch $42\frac{3}{7}$ dividirt und vom Quotienten $17\frac{8}{9}$ subtrahirt wird, erhält man $29\frac{3}{8}$; welches ist diese Zahl?

50) Wird eine unbekannte Zahl durch $7\frac{5}{9}$ dividirt und der Quotient zu $27\frac{2}{3}$ addirt, so erhält man $97\frac{1}{8}$; welches ist diese Zahl?

51) Wird eine unbekannte Zahl durch $21\frac{2}{3}$ dividirt, und der Quotient von $79\frac{1}{5}$ subtrahirt, so erhält man $19\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

(Zu §. 257.)

52) Wenn die Zahl $3\frac{2}{3}$ durch eine unbekannte Zahl dividirt, und von dem Quotienten $1\frac{1}{2}$ subtrahirt wird, erhält man $\frac{5}{6}$; welches ist die gesuchte Zahl?

53) Wenn $27\frac{3}{8}$ durch eine unbekannte Zahl dividirt und der Quotient zu $15\frac{1}{3}$ addirt wird, erhält man $39\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl?

54) Wenn 117 durch eine unbekannte Zahl dividirt und der Quotient von $229\frac{2}{5}$ subtrahirt wird, erhält man $76\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl?

55) Wenn 0,98 durch eine unbekannte Zahl dividirt und von dem Quotienten 3,5 subtrahirt wird, erhält man 0,08; welches ist diese Zahl?

56) Wenn man 275,3 durch eine unbekannte Zahl dividirt und den Quotienten zu $13\frac{2}{3}$ addirt, erhält man 99,771; welches ist diese Zahl?

57) Wenn man $74\frac{3}{5}$ durch eine unbekannte Zahl dividirt und den Quotienten von 51,67 subtrahirt, erhält man 21, 9; welches ist diese Zahl?

(Zu §. 258.)

58) Wenn man eine unbekannte Zahl mit $7\frac{5}{8}$ multiplicirt und von dem Producte $13\frac{5}{6}$ subtrahirt, erhält man $2\frac{5}{9}$; welches ist diese Zahl?

59) $5\frac{3}{4}$ mal eine unbekannte Zahl, zu $19\frac{1}{3}$ addirt, giebt $26\frac{11}{12}$; welches ist diese Zahl?

60) $73\frac{1}{2}$ mal eine unbekannte Zahl, von $127\frac{3}{4}$ subtrahirt, giebt $12\frac{3}{5}$; welches ist diese Zahl?

61) Subtrahirt man $3\frac{5}{9}$ von $\frac{5}{6}$ mal eine unbekannte Zahl, so erhält man $22\frac{3}{8}$; welches ist diese Zahl?

62) Addirt man 15,9mal eine unbekannte Zahl zu $32\frac{1}{3}$; so erhält man $137\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl?

63) Subtrahirt man $5\frac{5}{8}$ mal eine unbekannte Zahl von $29\frac{3}{4}$, so erhält man $13\frac{5}{9}$; welches ist diese Zahl?

(Zu §. 259.)

64) Wenn von einer unbekannten Zahl $16\frac{2}{3}$ subtrahirt werden, erhält man $\frac{3}{5}$ der unbekannten Zahl; welches ist diese Zahl?

65) Wenn man von 5mal eine unbekannte Zahl $22\frac{3}{4}$ subtrahirt, erhält man $3\frac{2}{3}$mal die unbekannte Zahl; welches ist diese Zahl?

66) Wenn man zu einer unbekannten Zahl $43\frac{1}{2}$ addirt, erhält man $4\frac{1}{3}$mal die unbekannte Zahl; welches ist diese Zahl?

67) Wenn man $4\frac{2}{3}$mal eine unbekannte Zahl zu $32\frac{3}{4}$ addirt, so erhält man $5\frac{1}{8}$mal die unbekannte Zahl; welches ist die gesuchte Zahl?

68) Wenn man eine unbekannte Zahl von $43\frac{1}{2}$ subtrahirt, so erhält man 3mal die unbekannte Zahl; welches ist diese Zahl?

69) Wenn man $5\frac{1}{2}$mal eine unbekannte Zahl von $131\frac{3}{4}$ subtrahirt, erhält man $8\frac{1}{3}$mal die unbekannte Zahl; welches ist diese Zahl?

(Zu §. 260.)

70) Wenn von einer unbekannten Zahl $13\frac{3}{8}$ subtrahirt werden, erhält man die unbekannte Zahl, dividirt durch $4\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

71) Wenn von $2\frac{1}{2}$mal eine unbekannte Zahl $5\frac{5}{6}$ subtrahirt werden, erhält man 6mal die unbekannte Zahl, dividirt durch $2\frac{2}{3}$; welches ist diese Zahl?

72) Wenn man eine unbekannte Zahl durch $4\frac{1}{2}$ dividirt, erhält man die unbekannte Zahl weniger $9\frac{3}{4}$; welches ist diese Zahl?

73) Wenn man eine unbekannte Zahl von $12\frac{3}{4}$ subtrahirt, erhält

man die unbekannte Zahl, dividirt durch $3\frac{5}{6}$; welches ist diese Zahl?

74) Wird eine unbekannte Zahl durch $\frac{5}{6}$ dividirt, so erhält man $3\frac{1}{2}$ mehr als die unbekannte Zahl; welches ist diese Zahl?

75) Subtrahirt man eine unbekannte Zahl von $109\frac{2}{3}$, so erhält man die unbekannte Zahl, dividirt durch $3\frac{1}{2}$; welches ist diese Zahl?

(Zu §. 261—263.)

76) Man soll 84 so in 2 Theile theilen, daß der erste um 12 größer wird, als der zweite.

77) 113 so in 2 Theile zu theilen, daß der erste um $29\frac{3}{4}$ kleiner wird, als der zweite.

78) $1412\frac{2}{3}$ so in zwei Theile zu theilen, daß der erste um $123\frac{5}{8}$ größer wird, als der andere.

79) Die Zahl 96 so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um 18 größer wird als der zweite, der zweite um 11 größer als der dritte.

80) $417\frac{3}{4}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um $16\frac{1}{2}$ größer wird als der zweite, und um $51\frac{2}{3}$ kleiner als der dritte.

81) $2309\frac{7}{8}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um $17\frac{3}{5}$ kleiner wird als der zweite, und der zweite um $35\frac{3}{8}$ größer als der dritte.

82) $779\frac{2}{5}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um $112\frac{1}{2}$ größer wird als der zweite, der dritte um $13\frac{5}{6}$ kleiner als der erste.

83) Die Zahl 695 so in 4 Theile zu theilen, daß der erste um $12\frac{1}{2}$ kleiner wird als der zweite, der zweite um $25\frac{3}{4}$ größer als der dritte, und der dritte um $7\frac{1}{4}$ kleiner als der vierte.

84) 77900 so in 4 Theile zu theilen, daß der erste um $72\frac{8}{9}$ größer wird als der zweite, der zweite um $15\frac{3}{8}$ größer als der dritte und der dritte um $16\frac{5}{6}$ größer als der vierte.

85) $496\frac{3}{4}$ so in 4 Theile zu theilen, daß der erste Theil um $19\frac{1}{4}$ kleiner wird als der zweite, der zweite um $3\frac{4}{5}$ größer als der dritte und der dritte um $6\frac{5}{7}$ größer als der vierte.

86) 1715 Thlr. 15 Sgr. so in zwei Theile zu theilen, daß der erste Theil um $56\frac{1}{2}$ Thlr. mehr wird, als der zweite.

87) 4916 Fl. $50\frac{3}{4}$ Xr. so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil um $617\frac{3}{4}$ Fl. mehr wird, als der zweite, und der zweite um $67\frac{1}{3}$ Fl. mehr, als der dritte.

88) 85 Wspl. $18\frac{4}{5}$ Schfl. so in 2 Theile zu theilen, daß der erste um 3 Wspl. $15\frac{3}{4}$ Schfl. mehr wird, als der zweite.

89) 68 Ctr. 79 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um $101\frac{2}{3}$ Pfd. mehr wird, als der zweite, und der zweite um 1 Ctr. $15\frac{3}{4}$ Pfd. weniger als der dritte.

90) 3 Pfd. 9 ℥ 4 ʒ $1\frac{2}{3}$ ℈ so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil um 11 ℥ $6\frac{5}{6}$ ʒ mehr wird, als der andere.

91) 25 Mk. 17 Krt. $5\frac{1}{4}$ Gr. so in 4 Theile zu theilen, daß der erste um 6 Krt. $7\frac{1}{2}$ Gr. mehr wird, als der zweite, der zweite um $\frac{3}{5}$ Krt. weniger, als der dritte, der dritte um 1 Krt. $11\frac{1}{2}$ Gr. mehr, als der vierte.

92) 38 Mk. 12 Loth 10 Gr. so in 3 Theile zu theilen, daß der

erste um 5 Mk. $3\frac{3}{4}$ Loth weniger wird, als der zweite, der zweite um 3 Mk. — Loth 15 Gr. mehr, als der dritte.

93) 12 Ball. 4 Rß. $16\frac{1}{2}$ Bch. Schreibpapier so in 2 Theile zu theilen, daß der erste um 2 Ball. 9 Rß. $12\frac{2}{3}$ Bch. mehr wird, als der zweite.

94) 16 Morg. $124\frac{1}{2}$ Q.Ruthen so in 3 Theile zu theilen, daß der erste um 2 Morg. $59\frac{2}{3}$ Q.Ruth. mehr wird, als der zweite, der zweite um 170 Q.Ruth. mehr, als der dritte.

95) 9876 Thlr. $24\frac{1}{2}$ Sgr. so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil um 516 Thlr. 10 Sgr. 8 Pf. mehr wird, als der zweite.

(Zu §. 264 — 266.)

96) 95 so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil 2 mal so groß wird, als der andere.

97) 127 so in 2 Theile zu theilen, daß der erste 7 mal so groß wird als der andere.

98) $13\frac{3}{4}$ so in 2 Theile zu theilen, daß der erste $\frac{1}{2}$ mal so groß wird, als der zweite.

99) 25 so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil $\frac{2}{3}$ des zweiten wird.

100) 139 so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil $3\frac{5}{6}$ mal so groß, als der zweite wird.

101) $779\frac{5}{8}$ so in zwei Theile zu theilen, daß der erste Theil $\frac{13}{16}$ des andern wird.

102) $4459\frac{3}{5}$ so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil $7\frac{3}{8}$ mal so groß, als der zweite wird.

103) $68494\frac{3}{4}$ so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil $8\frac{5}{6}$ mal so groß, als der zweite wird.

104) 235 Thlr. $16\frac{2}{3}$ Sgr. so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil $3\frac{1}{2}$ mal so groß wird, als der zweite.

105) 97 Pfd. $12\frac{3}{4}$ Loth so in 2 Theile zu theilen, daß der erste Theil $5\frac{4}{5}$ mal so groß wird, als der zweite.

106) $92\frac{1}{2}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste $\frac{1}{2}$ mal so groß wird, als der zweite, der zweite 3 mal so groß, als der dritte.

107) $1729\frac{3}{8}$ so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil $\frac{3}{4}$ des zweiten, der zweite $3\frac{2}{3}$ mal so groß, als der dritte wird.

108) 946 Thlr. 24 Sgr. 9 Pf. so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil $\frac{2}{3}$ des zweiten, und der zweite $1\frac{3}{4}$ mal so groß, als der dritte wird.

109) 25 Ctr. $64\frac{2}{3}$ Pfd. so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil $3\frac{2}{5}$ mal so groß, als der zweite, und der zweite $1\frac{4}{9}$ mal so groß, als der dritte wird.

110) 45 Mk. 14 Loth $10\frac{1}{2}$ Gr. so in 3 Theile zu theilen, daß der erste Theil $\frac{3}{7}$ des zweiten, der zweite $11\frac{1}{2}$ mal so groß, als der dritte wird.

111) 1500 so in 4 Theile, A, B, C, D, zu theilen, daß A $\frac{2}{3}$ von B, B 3 mal so groß als C, und C $1\frac{1}{2}$ mal so groß, als D wird.

112) $4708\frac{3}{4}$ so in 4 Theile, A, B, C und D, zu theilen, daß A $3\frac{5}{6}$ mal so groß, als B, B $2\frac{1}{8}$ mal so groß, als C, und C $3\frac{1}{5}$ mal so groß, als D wird.

113) 17490 Thlr. $18\frac{1}{2}$ Sgr. so in 4 Theile, A, B, C, D, zu

theilen, daß A $\frac{7}{8}$ mal so groß, als B, B $1\frac{2}{3}$ mal so groß, als C, und C $7\frac{1}{2}$ mal so groß, als D wird.

(Zu §. 267 — 268.)

114) Zwei Zahlen so zu finden, daß die erste $\frac{3}{4}$ der anderen, und um $3\frac{1}{2}$ kleiner ist, als die andere.

115) Zwei Zahlen zu finden, so, daß die erste $3\frac{3}{5}$ mal so groß ist, als die andere, und um $15\frac{1}{4}$ größer, als die andere.

116) Zwei Zahlen so zu finden, daß 3 mal die erste = 5 mal die zweite, und die zweite um $34\frac{3}{4}$ kleiner ist, als die erste.

117) Zwei Zahlen so zu finden, daß die erste $12\frac{5}{6}$ mal so groß ist, als die andere, und um $1312\frac{3}{4}$ größer, als die andere.

118) Zwei Zahlen so zu finden, daß $\frac{3}{4}$ mal die erste = $1\frac{5}{6}$ mal die zweite, und die zweite um $16\frac{3}{7}$ kleiner ist, als die erste.

119) Zwei Zahlen so zu finden, daß $4\frac{2}{3}$ mal die erste = $3\frac{5}{8}$ mal die zweite, und die zweite um $19\frac{1}{2}$ größer ist, als die erste.

120) Zwei Zahlen so zu finden, daß 3 mal die erste = 4 mal die zweite, und die erste um 7 größer, als $\frac{1}{2}$ mal die zweite.

121) Zwei Zahlen so zu finden, daß $2\frac{1}{2}$ mal die erste = $3\frac{4}{5}$ mal die zweite, und die erste um $3\frac{1}{2}$ größer, als $\frac{5}{6}$ mal die zweite.

122) Drei Zahlen, A, B, C, so zu finden, daß A 2 mal so groß, als B, B $\frac{2}{3}$ mal so groß, als C, und C um 12 kleiner, als A.

123) Drei Zahlen, A, B, C, so zu finden, daß A $1\frac{1}{2}$ mal so groß als

als B, B $2\frac{1}{4}$ mal so groß als C, und B um $13\frac{1}{3}$ größer ist als C.

124) Drei Zahlen, A, B, C, so zu finden, daß A um $15\frac{1}{2}$ größer als B ist, B $\frac{3}{5}$ mal so groß als A und $1\frac{1}{2}$ mal so groß als C.

125) Drei Zahlen, A, B, C, so zu finden, daß A $\frac{4}{5}$ mal so groß als B, und um $13\frac{2}{3}$ kleiner als B, und B um $12\frac{1}{4}$ größe als C ist.

Practische Aufgaben über die Addition und Subtraction.

Zu §. 274. Addition.

1) Die Einnahme Großbritanniens betrug nach dem Budget für das Jahr 1824: an Zöllen 11550000 Lstrl.; Tranksteuer 25605000 Lstrl.; Stempel 6800000 Lstrl.; feste Taxen 5100000 Lstrl.; Post 1460000 Lstrl.; Verschiedenes 730000 Lstrl.; die von Oestreich bezahlte Schuld 1500000 Lstrl.; Ersparniß an Pensionen u. dergl. 4620000 Lstrl.; wie hoch beläuft sich die Gesammteinnahme?

2) Man rechnet die Zahl der Bewohner Europa's gewöhnlich zu 204 Millionen Seelen, in Asien 536517000 Seelen, in Afrika 109288000 Seelen, in Amerika 38 Millionen Seelen und in Australien 3712000 Seelen; wie groß ist die Zahl der Erdbewohner nach dieser Schätzung?

3) Ein im luftleeren Raume fallender Körper legt

in der ersten Secunde seines Falles			15′	7″	5‴	zurück,
in der zweiten	—	—	—	46′	10″	5‴	—
in der dritten	—	—	—	78′	1″	5‴	—
in der vierten	—	—	—	109′	4″	5‴	—
in der fünften	—	—	—	140′	7″	5‴	—

welchen Raum wird derselbe in den 5 ersten Secunden zusammen zurücklegen?

4) Es hat Jemand eine Sammlung von folgenden wirklich ge-

prägten Goldmünzen; folgendes Verzeichniß giebt ihren Werth in Gold (die Passirpistole zu 5 Thlr.) und in preuß. Silbercourant (die Passirpistole zu $5\frac{2}{3}$ Thlr.); nämlich:

	Werth in Gold.			Werth in Silbercourant.		
	Thlr.	Sgr.	Pf.	Thlr.	Sgr.	Pf.
Einen dänischen Speciesducaten	2	26	5	3	7	11
— rheinischen Goldgulden	2	3	4	2	11	9
Eine englische Guinee	6	10	3	7	5	7
Einen französischen Louisd'or	5	24	2	6	17	5
— holländischen Ducaten	2	26	9	3	8	4
— — Ruyder	7	20	9	8	21	6
Ein neapolitan. 6 Ducati-Stück . . .	6	14	1	7	9	11
Einen nordamerikan. Eagle	13	15	9	15	9	11
Eine römische Zecchine	2	24	9	3	6	2
Einen portugiesischen Dobraon	41	17	8	48	3	11
— russischen Imperial	10	1	3	11	15	7
Eine spanische Pistole	5	14	4	6	4	9
Einen toskanischen Ruspono	8	24	2	10	—	5

Wie viel beträgt der Werth dieses Münzkabinets, a) in Gold? b) in preuß. Silbercourant?

5) In einer englischen Guinee sind $156\frac{5}{36}$ holl. Aß feines Gold und $14\frac{7}{36}$ holl. Aß Zusatz enthalten; wie viel wiegt eine Guinee?

6) Ein baierischer Maxd'or enthält $6\frac{1}{6}$ Gr. Gold, $1\frac{1}{3}$ Gr. Silber und $\frac{1}{2}$ Gr. Kupfer; wie viel wiegt dieses Goldstück?

7) Jemand verbrauchte in seiner Haushaltung im ersten Quartal eines gewissen Jahres 139 Thlr. $25\frac{1}{2}$ Sgr.; im zweiten Quartal 219 Thlr. $16\frac{2}{3}$ Sgr.; im dritten Quartal $172\frac{5}{8}$ Thlr.; im vierten Quartal 206 Thlr. 17 Sgr. 8 Pf. und behält von seiner Einnahme noch 217 Thlr. $25\frac{1}{3}$ Sgr. übrig; wie groß war seine Einnahme?

8) Ein Kaufmann in Berlin erhält von Hamburg: 13 Ctr. 37 Pfd. 12 Loth Zucker für 293 Thlr. $10\frac{2}{3}$ Sgr.; 4 Ctr. $56\frac{5}{8}$ Pfd. Kaffee für 69 Thlr. $24\frac{1}{2}$ Sgr.; $3\frac{3}{4}$ Ctr. Rauchtaback für 157 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr.; wie viel Waare hat er erhalten? und wie viel muß er dafür bezahlen?

9) Ein Weinhändler vermischt 4 Eimer $33\frac{3}{5}$ Qrt. eines besseren Weins mit 8 Eimer $47\frac{5}{6}$ Qrt. schlechteren und gießt noch 1 Eimer $43\frac{3}{4}$ Qrt. Wasser hinzu; wie viel schlechten Wein erhält derselbe?

10) Im Jahre 1816 hatte

England	17422	Schiffe*)	von	2152968	Ton.	mit	134060 Mann.
Schottland	2958	"	"	263536	"	"	18775 "
Irland	1178	"	"	63229	"	"	5681 "
die Kolonien	3775	"	"	279643	"	"	16859 "
Guernsey	65	"	"	7237	"	"	494 "
Jersey	77	"	"	7992	"	"	636 "
Man	369	"	"	9335	"	"	2315 "

Wie viel Schiffe hat demnach Großbritannien, mit wie viel Tonnen Last können sie belastet werden und wie viel Mann sind darauf beschäftigt?

11) In eine Druckerei wurden geliefert: 21 Bll. 8 Rß. 12 Bch. Druckpapier; ein andermal 33 Bll. $2\frac{3}{4}$ Rß.; ein drittes Mal 17 Bll. $7\frac{3}{5}$ Rß. und dann wieder 49 Bll. $4\frac{1}{2}$ Rß.; wie viel Papier hat die Druckerei erhalten?

12) Ein Pächter erndtet: 1 Lst. 2 Wspl. 19 Schfl. $12\frac{1}{2}$ Mtz. Weizen, welchen er für 343 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. verkauft; 3 Lst. 1 Wspl. $21\frac{2}{3}$ Schfl. Roggen, den er für 465 Thlr. $26\frac{2}{3}$ Sgr.

*) Kauffahrteischiffe.

verkauft; 15 Wspl. $11\frac{3}{8}$ Schfl. Gerste, die er für 860 Thlr. $20\frac{3}{4}$ Sgr. verkauft; wie viel hat er überhaupt eingeerndtet, und wie viel dafür gelöst?

13) Ein Kaufmann verkauft von einer Waare: 1 Ctr. $25\frac{3}{8}$ Pfd.; dann 2 Ctr. $19\frac{2}{3}$ Pfd.; ferner 98 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth; 3 Ctr. 29 Pfd. 13 Loth; 86 Pfd. $12\frac{1}{4}$ Loth; 1 Ctr. $75\frac{7}{8}$ Pfd. und endlich 1 Ctr. $14\frac{2}{3}$ Pfd.; wie viel hat er im Ganzen davon verkauft?

Zu §. 275. Subtraction.

14) Ein Bauer bringt 3 Wspl. $19\frac{3}{4}$ Schfl. Getreide auf den Markt und verkauft davon 2 Wspl. $21\frac{1}{2}$ Schfl.; wie viel behält er noch?

15) A. ist 54 Jahr 9 Monat $21\frac{3}{8}$ Tage, B. 36 Jahr 10 Monat $29\frac{1}{2}$ Tage alt; um wie viel ist B. jünger als A.?

16) In unseren Gegenden dauert der längste Tag $16\frac{256}{675}$ Stunden und der kürzeste $7\frac{419}{675}$ Stunden; wie viel beträgt der Unterschied?

17) Ein Kubikzoll Wasser wiegt $1\frac{2}{9}$ Loth; ein Kubikzoll Gold $23\frac{19}{36}$ Loth; ein Kubikzoll Quecksilber $16\frac{28}{45}$ Loth; ein Kubikzoll Silber $13\frac{1}{5}$ Loth und ein Kubikzoll Korkholz $\frac{11}{36}$ Loth; um wie viel ist ein Kubikzoll eines jeden dieser Körper schwerer oder leichter als 1 Kubikzoll eines jeden der übrigen? (10 Aufgaben.)

18) Ein im luftleeren Raume fallender Körper legt in jeder Secunde $31\frac{1}{4}$ Fuß mehr zurück, als in der unmittelbar vorhergehenden Secunde; wenn er nun in der sechsten Secunde $171\frac{7}{8}$ Fuß fällt,

wie groß wird der Raum sein, den er in jeder der vorhergehenden Secunden zurückgelegt hat? (5 Aufgaben.)

19) Von 27 Ctr. $4\frac{5}{7}$ Stein Wolle verkauft man 3 Ctr. 2 Stein $17\frac{5}{6}$ Pfund; wie viel behält man noch übrig?

20) A. war 1427 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr. an B. schuldig und bezahlte ihm 779 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel hat B. noch zu fordern?

21) C. besitzt ein Haus, auf welches er jährlich 2517 Thlr. Zinsen rechnen muß, welche ihm das Geld, welches dasselbe gekostet hat, einbrächte, wenn er es ausleihen könnte; das Haus trägt ihm aber über alle Kosten noch $3109\frac{1}{2}$ Thlr. an Miethe; wie viel hat er Gewinn?

22) Die Zeit, welche die Planeten zu ihrem Umlauf um die Sonne gebrauchen, so wie der Weg, welchen sie im Durchschnitt in einer Secunde zurücklegen, d. h. ihre Geschwindigkeit, ist:

	Umlaufszeit.				Geschwindigkeit.	
bei dem Merkur	87	Tg.	$23\frac{3}{4}$	Std.	$6\frac{59}{98}$	Meilen.
„ der Venus	224	„	$16\frac{3}{4}$	„	$4\frac{39}{47}$	„
„ der Erde	365	„	$5\frac{4}{5}$	„	$4\frac{4}{37}$	„
„ dem Mars	686	„	$10\frac{2}{3}$	„	$3\frac{16}{49}$	„
„ der Vesta	1324	„	4	„	$2\frac{17}{28}$	„
„ der Juno	1591	„	18	„	$2\frac{69}{152}$	„
„ der Pallas	1679	„	18	„	$2\frac{16}{39}$	„
„ der Ceres	1681	„	9	„	$2\frac{7}{17}$	„
„ dem Jupiter	4332	„	$14\frac{1}{3}$	„	$1\frac{321}{400}$	„
„ dem Saturn	10758	„	$23\frac{1}{4}$	„	$1\frac{239}{714}$	„
„ dem Uranus	30688	„	17	„	$\frac{33}{35}$	„

Um wie viel größer oder kleiner ist a) die Umlaufszeit, b) die Geschwindigkeit eines jeden Planeten, als die der Erde? (20 Aufgaben.)

23) Jemand hat in einem Jahre eingenommen 927 Thlr. $25\frac{3}{4}$ Sgr. und ausgegeben $859\frac{1}{2}$ Thlr.; wie viel hat er Ueberschuß?

24) Eine Waare ist für $125\frac{5}{8}$ Thlr. gekauft und für 119 Thlr. $26\frac{3}{4}$ Sgr. verkauft worden; wie viel beträgt der daran erlittene Verlust?

25) Man rechnet das Jahr gewöhnlich zu $365\frac{1}{4}$ Tag (indem nämlich in jedem vierten Jahr 1 Tag eingeschaltet wird), genau enthält es aber 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48 Secunden; um wie viel wird das Jahr zu groß gerechnet?

26) Ein Landmann läßt 16 Wspl. $12\frac{3}{4}$ Schfl. aussäen und erndtet 43 Wspl. $9\frac{2}{3}$ Schfl.; wie viel hat er dadurch gewonnen?

27) Ein Kaufmann erhält für ein gewisses Geld 3 Ctr. $41\frac{5}{6}$ Pfd. von einer Waare, und verkauft für dasselbe Geld nur 2 Ctr. 105 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth; wie viel Waare behält er übrig?

Vermischte Beispiele über Addition und Subtraction.

28) Ein Hausvater hatte am Anfang des Monats in seiner Kasse 97 Thlr. 22 Sgr., nahm in diesem Monat ein 113 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. und gab 139 Thlr. $25\frac{3}{4}$ Sgr. aus; wie viel bleibt ihm am Ende des Monats noch übrig?

29) Jemand hinterließ an baarem Gelde 1219 Thlr. $16\frac{3}{4}$ Sgr., an Waaren $519\frac{1}{6}$ Thlr., an Hausgeräthe 974 Thlr. $14\frac{5}{6}$ Sgr.; er ist aber schuldig 819 Thlr. $28\frac{1}{2}$ Sgr., und die Beerdigungs-

kosten belaufen sich auf 111 Thlr. $22\frac{1}{3}$ Sgr.; wie viel behalten die Erben noch übrig?

30) Jemand hatte in seinem Buche folgende Einnahme und Ausgabe für jeden Monat des Jahres verzeichnet:

	Einnahme.			Ausgabe.		
	Thlr.	Sgr.	Pf.	Thlr.	Sgr.	Pf.
Im Januar	153	26	5	110	16	9
" Februar	94	12	8	105	13	2
" März	87	21	4	73	25	—
" April	203	5	6	185	12	11
" Mai	69	24	—	76	12	6
" Juni	98	18	4	79	24	10
" Juli	149	—	—	137	8	8
" August	123	27	6	118	14	9
" September	96	11	4	103	27	—
" October	168	15	—	199	28	4
" November	202	4	6	132	16	8
" December	152	26	6	77	19	6

Wie viel beträgt der Ueberschuß seiner Einnahme über die Ausgabe?

31) F. kauft ein Lotterieloos für 5 Thlr. 5 sgr. in Gold; es kommt dasselbe mit 80 Thlr. heraus, wovon aber 12 Thlr. 20 Sgr. abgezogen werden; überdieß bezahlt er für die erste Klasse eines Freilooses zur zweiten Klasse noch 5 Thlr. 5 Sgr.; später für ein Loos zur dritten Klasse wieder 5 Thlr. 5 Sgr.; dann für die vierte Klasse 7 Thlr. 20 Sgr. und für die fünfte Klasse 7 Thlr. 20 Sgr.; wie viel bleibt ihm nun noch von seinem Gewinne übrig, da sein Loos in den folgenden Klassen nicht gezogen wird?

32) G. hatte $469\frac{5}{8}$ Thlr. Schulden; davon trägt er im ersten Jahr 98 Thlr. $13\frac{1}{2}$ Sgr. ab, im zweiten Jahr $174\frac{2}{3}$ Thlr. und im dritten Jahr den Rest; wie viel hatte er das letzte Mal noch zu bezahlen?

33) Zwei Kaufleute lassen zusammen von einer Waare 25 Ctr.

2 Stein $9\frac{5}{7}$ Pfd. kommen; der eine behält davon 15 Ctr. 3 Stn. $17\frac{5}{8}$ Pfd.; wie viel bekommt der andere?

34) Ein Weinhändler hat 103 Oxh. 1 Eim. $35\frac{3}{4}$ Qrt. Wein; davon verkauft er a) 34 Oxh. 2 Eim. $52\frac{1}{2}$ Qrt.; b) 43 Eim. $1\frac{1}{4}$ Qrt.; c) 5 Oxh. $19\frac{1}{2}$ Qrt.; d) 6 Oxh. 1 Eim. $49\frac{3}{8}$ Qrt.; wie viel behält er noch übrig?

35) Der Chimboraço in Amerika ist $\frac{91}{103}$ geographische Meilen hoch, der Montblanc in der Alpenkette $\frac{37}{57}$ geographische Meilen; wie viel ist ersterer höher als letzterer?

36) Ein Kaufmann kauft eine Waare für $327\frac{3}{5}$ Thlr. und verkauft sie so, daß er aus dem Ganzen $349\frac{5}{8}$ Thlr. lösen müßte; er verliert aber durch das Auswägen und andere Umstände für 4 Thlr. Waare; wie viel gewinnt er dennoch überhaupt?

37) Einem Herrn kostet seine Dienerschaft 485 Thlr. $23\frac{1}{2}$ Sgr.; er rechnet auf Kost $173\frac{5}{8}$ Thlr., auf Livree und Anderes $95\frac{2}{3}$ Thlr.; wie viel beträgt der Lohn?

38) Ein Weinhändler hatte 19 Oxh. 1 Eim. $13\frac{5}{6}$ Qrt. Wein im Keller; A. kauft von ihm 3 Oxh. $2\frac{7}{9}$ Eimer; B. 2 Eimer $50\frac{1}{2}$ Qrt. weniger als A., und C. 4 Oxh. 2 Eim. $48\frac{2}{3}$ Qrt. mehr als A. und B. zusammen; wie viel behält er noch?

Anwendung auf Zeitbenennungen.

Da die Stunden des Tages von Mitternacht an gerechnet werden, wie schreibt man:

39) 5 Uhr Morgens?

40) 10 Uhr Morgens?

41) Halb 12 Uhr Vormittags?
42) 3 Uhr Nachmittags?
43) $\frac{1}{4}$ auf 7 Uhr Abends?
44) $\frac{3}{4}$ auf 10 Uhr Abends?
45) 8 Uhr 20 Min. Morgens?
46) 11 Uhr 25 Min. Abends?
47) 10 Min. über halb 6 Uhr Abends?

Wie schreibt man ferner:

48) Den 5. April?
49) Den 22. März?
50) Den 19. October?
51) Den 14. September 10 Uhr Abends?
52) Den 4. November 4 Uhr 25 Min. Morgens?
53) Den 18. Juni $\frac{3}{4}$ auf 1 Uhr Nachts?
54) Den 25. Juli halb 3 Uhr Nachmittags?
55) Den 30. Decemb. halb 12 Uhr Nachts?
56) Den 25. Januar $\frac{3}{4}$ auf 9 Uhr Abends?

Wie viel Zeit ist seit Anfang der christl. Zeitrechnung verflossen:

57) Den 12. April 1813?
58) Den 29. Januar 1746?
59) 1503 den 11. Februar 5 Uhr Morgens?
60) 1748 den 29. Februar 12 Uhr Nachts?
61) 1807 den 1. März $1\frac{1}{2}$ Uhr Nachts?
62) 1638 den 24. Octob. $9\frac{1}{2}$ Uhr Morgens?
63) 923 den 17. Mai halb 8 Uhr Abends?
64) 8 Stunden nach 5 Uhr Abends den 4. März 1824?
65) $12\frac{3}{4}$ Stunden nach $\frac{3}{4}$ auf 7 Uhr Abends den 7. Octbr. 1799?
66) 5 Tg. $12\frac{3}{4}$ Std. nach 9 Uhr Morgens den 5. März 1432?

67) 3 Mon. 15 Tg. $18\frac{1}{2}$ Std. vor $3\frac{1}{2}$ Uhr Morgens den 18. März 1799?

68) 8 Jahr 9 Mon. 27 Tg. $12\frac{1}{2}$ Std. nach $\frac{3}{4}$ auf 10 Uhr Abends den 13. Juli 1816?

69) 23 Jhr. 6 Mon. 13 Tg. $19\frac{3}{4}$ Std. vor $6\frac{1}{2}$ Uhr Morgens den 25. April 1618?

Wie viel Zeit war seit Christi Geburt verflossen:

70) Am Anfang des dreißigjährigen Krieges den 23. Mai 1618?

71) Als der berühmte französische Chemiker Lavoisier hingerichtet wurde den 8. Mai 1794?

72) Als der Astronom Keppler das Gesetz über die Umlaufszeiten der Planeten entdeckte den 15. Mai 1618?

73) Als der westphälische Friede geschlossen wurde den 24. October 1648?

74) Als Friedrich der Große geboren wurde den 24. Jan. 1712?

75) Als derselbe starb den 17. August 1786?

76) Bis zur Schlacht bei Leipzig den 19. Octob. 1813?

77) Bis zur Krönung Napoleons als Kaiser der Franzosen den 2. Decemb. 1804?

78) Bis zu Luthers Tod den 18. Februar 1546?

79) Als Luther geboren wurde den 10 November 1483?

---

80) G. ward geboren den 17. August 1714 und starb als er 45 Jahr 8 Mon. 12 Tg. alt war, an welchem Tag war dies?

81) H. starb den 24. März 1807, 82 Jhr. $9\frac{5}{6}$ Mon. alt; wann war er geboren?

82) J. ward geboren den 22. März 1724 und wurde 39 Jahr 4 Mon. 14 Tg. alt; wann starb er?

83) Wie viel Zeit verfließt zwischen dem 23. Mai 1812 und dem 3. März 1830?

84) Jemand ist 1741 den 31. Oktbr. Mittags um 1 Uhr geboren, und wurde 43 Jhr. 29 Tg. $19\frac{1}{2}$ Std. alt; wann starb er?

85) Wie alt ist Luther geworden? (Siehe Nr. 78 und 79.)
86) Wie alt wurde Friedrich der Große? (Siehe Nr. 74 u. 75.)
87) Jemand leiht ein Kapital aus den 13. Nov. 1821 und fordert dasselbe zurück den 7. Febr. 1827; für wie lange kann er Zinsen erhalten? *)
88) Wenn sich eine Begebenheit den 29. Dec. 1816, 5 Min. nach halb 10 Uhr Morgens ereignete und nach 3 Jahren 113 Tg. 9 Std. 15 Min. sich wieder zutragen sollte; wann war das?
89) Jemand borgt ein gewisses Kapital den 15. Dec. 1804 auf 8 Jahr 4 Mon. 5 Tg.; wann mußte er es zurückgeben?
90) P. ward den 31. Dec. 1734 Nachmittags um $5\frac{3}{4}$ Uhr geboren und starb 1793 den 1. Octbr. um $4\frac{1}{2}$ Uhr Morgens; wie alt wurde er?
91) Wie viel Zeit liegt zwischen $\frac{3}{4}$ auf 10 Uhr Abends den 30. October 1421 und dem 1. August 1830 halb 3 Uhr Nachts?

Practische Aufgaben über die Multiplication und Division.

A. Multiplication.

(Zu §. 277—289.)

1) 1 Pfd. Butter kostet 6 Sgr.; wie viel kosten 12 Pfd.?
2) Wie viel kosten 65 Pfd. Zucker à 8 Sgr. das Pfd.?
3) 35 Ellen Tuch à $4\frac{1}{2}$ Thlr. die Elle.
4) 19 Schfl. Gerste à $1\frac{2}{3}$ Thlr. der Schfl.
5) 74 Ell. Leinewand à $14\frac{1}{2}$ Sgr. die Elle.
6) 12 Buch Papier à 4 Sgr. d. Bch.
7) 8 Stein Wolle à 5 Thlr. $23\frac{2}{3}$ Sgr. d. Stn.
8) $16\frac{1}{2}$ Pfd. Kaffee à $6\frac{1}{2}$ Sgr.

*) Bei Aufgaben aus dem kaufmännischen Gebiete, wie diese, wird jeder Monat zu 30 Tg. gerechnet.

9) 1 Ctr. $24\frac{2}{3}$ Pfd. Rauchtaback à 12 Sgr. 6 Pf. das Pfd.

10) $5\frac{3}{8}$ Pfd. Baumwolle à $17\frac{5}{6}$ Sgr.

11) $\frac{5}{8}$ Ell. Tuch à 3 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Sgr.

12) $17\frac{3}{4}$ Loth Silber à $21\frac{1}{2}$ Sgr.

13) 213 ruſſ. Rubel à $122\frac{1}{2}$ Sgr.

14) $103\frac{1}{2}$ Fr.d'or à 5 Thlr. 19 Sgr. 8 Pf.

15) $4631\frac{3}{4}$ Franken à 7 Sgr. 9 Pf.

16) $129\frac{1}{2}$ Fr.d'or à 5 Thlr. $20\frac{2}{3}$ Sgr.

17) 473 Species Duc. à $2\frac{4}{5}$ Thlr. Gold.

18) 36 Kronenthaler à 1 Thlr. 17 Sgr. 9 Pf.

19) 65 Duc. à 3 Thlr. $5\frac{3}{4}$ Sgr.

20) 422 engl. Kronen à 1 Thlr. 19 Sgr. 5 Pf.

21) $3\frac{3}{4}$ Ell. à $25\frac{1}{2}$ Zoll.

22) 379 portugieſ. Cruſaden à 23 Sgr. 6 Pf.

23) 1419 ruſſ. Rubel à 1 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr.

24) 975 ſchwed. Spec. Thlr. à 1 Thlr. $15\frac{11}{12}$ Sgr.

25) 312 Mrk. in Hamburg à $12\frac{1}{2}$ Sgr.

26) $79\frac{3}{8}$ engl. Yards à $1\frac{7}{19}$ Berl. Ell.

27) $637\frac{7}{9}$ engl. Fuß à $\frac{32}{33}$ preuß. Fuß.

28) 65 Spec. Duc. à 7 Mrk. $13\frac{5}{6}$ ßl. in Hamburg.

29) $79\frac{1}{2}$ Carolin à 11 Fl. 43 Cents in Amſterdam.

30) $13\frac{7}{8}$ Mark fein Silber à 13 Thlr. $17\frac{3}{4}$ Sgr.

31) $17\frac{1}{2}$ Schfl. Hafer à 23 Thlr. der Wiſpl.

32) 48 Wspl. $16\frac{1}{2}$ Schfl. Roggen à 2 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. der Schfl.

33) 29 Ctr. 67 Pfd. 12 Lth. Syrup à $14\frac{3}{8}$ Thlr. d. Ctr.

34) 14 Bll. $5\frac{3}{8}$ Rß. Papier à 3 Thlr. $19\frac{1}{2}$ Sgr. d. Rß.

35) $53\frac{2}{3}$ Brab. Ell. à 26 Zoll $4\frac{7}{10}$ Lin. preuß.

36) 5 Oxh. 2 Eim. $27\frac{3}{4}$ Qrt. Wein à 1 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Sgr. d. Q.

37) Jemand bezahlt vierteljährlich 29 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr. Miethe; wie viel in 1 Jahr?

38) Ein Haus ist für jährlich $732\frac{3}{8}$ Thlr. vermiethet; wie viel Miethe trägt es in $5\frac{1}{2}$ Jahr?

39) Ein Kapital trägt jährlich 79 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen; wie viel in 3 Jhr. $8\frac{2}{3}$ Mon.?

40) Von 1 Thlr. bekommt man jährlich 1 Sgr. 9 Pf. Zinsen; wie viel von 326 Thlr. 12 Sgr. 6 Pf.?

41) Jemand verdient täglich 1 Thlr. $13\frac{2}{3}$ Sgr.; wie viel verdient er in 1 Jahr (in 365 Tg.)?

42) Ein Anderer hat eine monatliche Einnahme von 59 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Sgr.; wie viel nimmt er in $2\frac{3}{4}$ Jhr. ein?

43) Wenn ein Arbeiter wöchentlich $4\frac{3}{5}$ Thlr. Lohn bekommt; wie viel muß man 36 Arbeitern bezahlen?

44) Wenn ein Arbeiter täglich $19\frac{1}{2}$ Sgr. bekommt; wie viel muß man 13 Arbeitern bezahlen?

45) Ein Arbeiter bekommt in $1\frac{1}{2}$ Tg. 1 Thlr. Lohn; wie lange muß er für 29 Thlr. $17\frac{2}{3}$ Sgr. arbeiten?

46) Von 1 Thlr. Kapital erhält man $3\frac{4}{5}$ Sgr. Zinsen; wie viel Zinsen bekommt man von 349 Thlr. 25 Sgr.?

2 Stein $9\frac{5}{7}$ Pfd. kommen; der eine behält davon 15 Ctr. 3 Stn. $17\frac{5}{8}$ Pfd.; wie viel bekommt der andere?

34) Ein Weinhändler hat 103 Oxh. 1 Eim. $35\frac{3}{4}$ Qrt. Wein; davon verkauft er a) 34 Oxh. 2 Eim. $52\frac{1}{2}$ Qrt.; b) 43 Eim. $1\frac{1}{4}$ Qrt.; c) 5 Oxh. $19\frac{1}{2}$ Qrt.; d) 6 Oxh. 1 Eim. $49\frac{3}{8}$ Qrt.; wie viel behält er noch übrig?

35) Der Chimboraço in Amerika ist $\frac{91}{103}$ geographische Meilen hoch, der Montblanc in der Alpenkette $\frac{37}{57}$ geographische Meilen; wie viel ist ersterer höher als letzterer?

36) Ein Kaufmann kauft eine Waare für $327\frac{3}{5}$ Thlr. und verkauft sie so, daß er aus dem Ganzen $349\frac{5}{8}$ Thlr. lösen müßte; er verliert aber durch das Auswägen und andere Umstände für 4 Thlr. Waare; wie viel gewinnt er dennoch überhaupt?

37) Einem Herrn kostet seine Dienerschaft 485 Thlr. $23\frac{1}{2}$ Sgr.; er rechnet auf Kost $173\frac{5}{8}$ Thlr., auf Livree und Anderes $95\frac{2}{3}$ Thlr.; wie viel beträgt der Lohn?

38) Ein Weinhändler hatte 19 Oxh. 1 Eim. $13\frac{5}{6}$ Qrt. Wein im Keller; A. kauft von ihm 3 Oxh. $2\frac{7}{9}$ Eimer; B. 2 Eimer $50\frac{1}{2}$ Qrt. weniger als A., und C. 4 Oxh. 2 Eim. $48\frac{2}{3}$ Qrt. mehr als A. und B. zusammen; wie viel behält er noch?

Anwendung auf Zeitbenennungen.

Da die Stunden des Tages von Mitternacht an gerechnet werden, wie schreibt man:

39) 5 Uhr Morgens?

40) 10 Uhr Morgens?

60) Der Durchmesser der Erde beträgt 1719 geogr. Meilen;
a) der Durchmesser des Mondes ist $\frac{7}{25}$ mal so groß als der der Erde;
b) = = = der Sonne = 109,247 = = = = = = =
c) = = = des Merkur = 0,34 = = = = = = =
d) = = = der Venus = 0,95 = = = = = = =
e) = = = des Mars = 0,56 = = = = = = =
f) = = = der Vesta = 0,033 = = = = = = =
g) = = = = Juno = 0,17 = = = = = = =
h) = = = = Ceres = 0,2 = = = = = = =
i) = = = = Pallas = 0,25 = = = = = = =
k) = = = des Jupiter = 11,004 = = = = = = =
l) = = = = Saturn = 9,76 = = = = = = =
m) = = = = Uranus = 4,23 = = = = = = =

Wie viel geographische Meilen beträgt der Durchmesser eines jeden dieser Weltkörper?

61) Ein Garten ist 45° lang und $32\frac{1}{2}$° breit; wie viel Q.Ruth. enthält derselbe?

62) Ein Feld beträgt in der Länge 12° $8\frac{1}{2}$′, in der Breite 9° $4\frac{2}{3}$′ Decimalmaaß; wie groß ist sein Flächeninhalt?

63) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Körpers, der 3″ lang, $1\frac{1}{2}$″ breit und 4″ hoch ist?

64) Ein Tisch ist 4′ 8″ lang, 3′ $5\frac{1}{2}$″ breit (Duodecimalmaaß); wie viel Flächeninhalt hat derselbe?

65) Welches ist der Inhalt eines Quadrats, wovon jede Seite 6′ $3\frac{2}{3}$″ beträgt?

66) Welches ist der Kubikinhalt eines Würfels, wovon jede Seite 1′ 7″ $9\frac{1}{2}$‴ beträgt?

67) Es soll ein Acker umgegraben werden, der 23° $7\frac{1}{2}$′ lang und 19° $5\frac{3}{4}$′ Dc. breit ist; für die Q.Ruthe wird $2\frac{1}{2}$ Sgr. bezahlt; wie viel kostet die ganze Arbeit?

9) 1 Ctr. $24\frac{2}{3}$ Pfd. Rauchtaback à 12 Sgr. 6 Pf. das Pfd.

10) $5\frac{3}{8}$ Pfd. Baumwolle à $17\frac{5}{6}$ Sgr.

11) $\frac{5}{8}$ Ell. Tuch à 3 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Sgr.

12) $17\frac{3}{4}$ Loth Silber à $21\frac{1}{2}$ Sgr.

13) 213 ruff. Rubel à $122\frac{1}{2}$ Sgr.

14) $103\frac{1}{2}$ Fr.d'or à 5 Thlr. 19 Sgr. 8 Pf.

15) $4631\frac{3}{4}$ Franken à 7 Sgr. 9 Pf.

16) $129\frac{1}{2}$ Fr.d'or à 5 Thlr. $20\frac{2}{3}$ Sgr.

17) 473 Species Duc. à $2\frac{4}{5}$ Thlr. Gold.

18) 36 Kronenthaler à 1 Thlr. 17 Sgr. 9 Pf.

19) 65 Duc. à 3 Thlr. $5\frac{3}{4}$ Sgr.

20) 422 engl. Kronen à 1 Thlr. 19 Sgr. 5 Pf.

21) $3\frac{3}{4}$ Ell. à $25\frac{1}{2}$ Zoll.

22) 379 portugies. Crusaden à 23 Sgr. 6 Pf.

23) 1419 russ. Rubel à 1 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr.

24) 975 schwed. Spec. Thlr. à 1 Thlr. $15\frac{11}{12}$ Sgr.

25) 312 Mrk. in Hamburg à $12\frac{1}{2}$ Sgr.

26) $79\frac{3}{8}$ engl. Yards à $1\frac{7}{19}$ Berl. Ell.

27) $637\frac{7}{9}$ engl. Fuß à $\frac{32}{33}$ preuß. Fuß.

28) 65 Spec. Duc. à 7 Mrk. $13\frac{5}{6}$ ßl. in Hamburg.

29) $79\frac{1}{2}$ Carolin à 11 Fl. 43 Cents in Amsterdam.

30) $13\frac{7}{8}$ Mark fein Silber à 13 Thlr. $17\frac{3}{4}$ Sgr.

31) $17\frac{1}{2}$ Schfl. Hafer à 23 Thlr. der Wispl.

32) 48 Wspl. $16\frac{1}{2}$ Schfl. Roggen à 2 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. der Schfl.

33) 29 Ctr. 67 Pfd. 12 Lth. Syrup à $14\frac{3}{8}$ Thlr. d. Ctr.

34) 14 Bll. $5\frac{3}{8}$ Rß. Papier à 3 Thlr. $19\frac{1}{2}$ Sgr. d. Rß.

35) $53\frac{2}{3}$ Brab. Ell. à 26 Zoll $4\frac{7}{10}$ Lin. preuß.

36) 5 Oxh. 2 Eim. $27\frac{3}{4}$ Qrt. Wein à 1 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Sgr. d. Q.

37) Jemand bezahlt vierteljährlich 29 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr. Miethe; wie viel in 1 Jahr?

38) Ein Haus ist für jährlich $732\frac{3}{8}$ Thlr. vermiethet; wie viel Miethe trägt es in $5\frac{1}{2}$ Jahr?

39) Ein Kapital trägt jährlich 79 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen; wie viel in 3 Jhr. $8\frac{2}{3}$ Mon.?

40) Von 1 Thlr. bekommt man jährlich 1 Sgr. 9 Pf. Zinsen; wie viel von 326 Thlr. 12 Sgr. 6 Pf.?

41) Jemand verdient täglich 1 Thlr. $13\frac{2}{3}$ Sgr.; wie viel verdient er in 1 Jahr (in 365 Tg.)?

42) Ein Anderer hat eine monatliche Einnahme von 59 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Sgr.; wie viel nimmt er in $2\frac{3}{4}$ Jhr. ein?

43) Wenn ein Arbeiter wöchentlich $4\frac{3}{5}$ Thlr. Lohn bekommt; wie viel muß man 36 Arbeitern bezahlen?

44) Wenn ein Arbeiter täglich $19\frac{1}{2}$ Sgr. bekommt; wie viel muß man 13 Arbeitern bezahlen?

45) Ein Arbeiter bekommt in $1\frac{1}{2}$ Tg. 1 Thlr. Lohn; wie lange muß er für 29 Thlr. $17\frac{2}{3}$ Sgr. arbeiten?

46) Von 1 Thlr. Kapital erhält man $3\frac{4}{5}$ Sgr. Zinsen; wie viel Zinsen bekommt man von 349 Thlr. 25 Sgr.?

68) 1 französischer Louisd'or gilt 6 Thlr. 5 Sgr.; was ist der Werth von 23 Ld'or.?

69) Was kosten 5 Ctr. $67\frac{3}{4}$ Pfd. à $1\frac{1}{2}$ Sgr. das Loth?

70) 9 Mltr. 4 Schfl. 8 Mtz. Getreide à 12 Xr. die Metze.

71) 8 Stein $14\frac{2}{3}$ Pfd. Wolle à 13 Thlr. $28\frac{1}{2}$ Sgr. der Stein.

72) $3\frac{3}{4}$ Haufen Holz à $34\frac{2}{3}$ Thlr. der Haufen.

73) $9\frac{7}{8}$ Ellen Tuch à 4 Thlr. $13\frac{2}{3}$ Sgr.

74) Jemand bezahlt $174\frac{1}{2}$ Thlr. jährliche Miethe; wie viel beträgt's in 12 Jhr. 3 Mon.?

75) 4 Ton. 3 Oehmch. $17\frac{1}{2}$ Qrt. Bier à $\frac{3}{4}$ Sgr. das Qrt.

76) 5 Ton. 1 Oehmch. $21\frac{3}{4}$ Qrt. à 3 Thlr. $9\frac{1}{2}$ Sgr. die Ton.

77) 23 Pfd. $12\frac{2}{3}$ Loth Quecksilber à 17 Sgr. 9 Pf. das Pfd.

78) 8 Pfd. $22\frac{2}{3}$ Loth Thee à $2\frac{1}{2}$ Sgr. das Loth.

79) 3 Ctr. $69\frac{3}{5}$ Pfd. Kaffee à 14 Sgr. 8 Pf. das Pfd.

80) 12 Pfd. $13\frac{2}{3}$ Loth Kaffee à 13 Sgr. 6 Pf. das Pfd.

81) $29\frac{3}{4}$ Mk. Hamb. Cour. à $16\frac{2}{3}$ Sgr. die Mk.

82) $25\frac{3}{8}$ Ellen Leinewand à 7 Sgr. 4 Pf. die Elle.

83) 63 span. Piaster à 1 Thlr. $13\frac{2}{3}$ Sgr.

84) 72 Zimmer 2 Dech. 7 St. Felle à 2 Thlr. 21 Sgr. das Fell.

85) 472 Wspl. 18 Schfl. $12\frac{1}{2}$ Mtz. Getreide à 1 Thlr. 19 Sgr. der Scheffel.

86) 3 Oxh. 2 Eim. 20 Qrt. Wein à 16 Sgr. 6 Pf. das Qrt.

87) 5 Oxh. 1 Eim. $12\frac{1}{2}$ Qrt. Wein à $26\frac{1}{2}$ Thlr. der Eim.

88) 7 Oxh. $2\frac{2}{3}$ Eim. Wein à $94\frac{1}{2}$ Thlr. der Oxh.

37) Der Mond legt auf seiner Bahn um die Erde in 1 Secunde $\frac{1}{7}$ Meile zurück, der Erdäquator um die Axe aber $\frac{1}{16}$ Meile in derselben Zeit, und die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne $4\frac{1}{6}$ Meilen; wie viel mal geschwinder ist also a) die Bewegung des Mondes als die der Erde um ihre Axe? b) die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn als die des Mondes? und c) die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn als die um ihre Axe?

38) Ein Kubikfuß Wasser wiegt 66 Pfund, ein Kubikfuß Quecksilber 891 Pfd.; wie viel mal ist das Quecksilber so schwer als Wasser (d. h. also, welches ist das specifische Gewicht des Quecksilbers)?

39)

a) Der Plan. Merkur bewegt sich u. d. Sonne in	87 Tg.	$23\frac{3}{4}$	Std.
b) „ „ Venus „ „ „ „ „ „	224 „	$16\frac{3}{4}$	„
c) „ „ Erde „ „ „ „ „ „	365 „	$5\frac{4}{5}$	„
d) „ „ Mars „ „ „ „ „ „	686 „	$23\frac{1}{2}$	„
e) „ „ Vesta „ „ „ „ „ „	1324 „	4	„
f) „ „ Juno „ „ „ „ „ „	1591 „	18	„
g) „ „ Pallas „ „ „ „ „ „	1679 „	18	„
h) „ „ Ceres „ „ „ „ „ „	1681 „	9	„
i) „ „ Jupiter „ „ „ „ „ „	4332 „	$14\frac{1}{3}$	„
k) „ „ Saturn „ „ „ „ „ „	10758 „	$23\frac{1}{4}$	„
l) „ „ Uranus „ „ „ „ „ „	30688 „	17	„

Wie viel mal ist das Jahr eines jeden dieser Planeten so lang als das der Erde?

40)

a) Die mittl. Entfernung des Merkur v. d. Sonne ist	7798000	Meil.
b) „ „ „ der Venus „ „ „ „	14571000	„
c) „ „ „ der Erde „ „ „ „	20144000	„
d) „ „ „ des Mars „ „ „ „	30693000	„
e) „ „ „ der Vesta „ „ „ „	47537000	„
f) „ „ „ der Juno „ „ „ „	53743000	„
g) „ „ „ der Pallas „ „ „ „	55706000	„

21) 1 Thlr. Gold à $113\frac{1}{8}$ Thlr. Cour. d. 100 Thlr. Gold.
22) 1 Pfd. Wolle à 12 Thlr. 23 Sgr. d. Stein.
23) 1 Ballen Papier à 42 Thlr. d. 2 Bll. 5 Rß. 12 Bch.
24) 1 Pf. Sterl. in London à $6\frac{3}{4}$ Thlr. d. Lstrl.
25) 1 Mk. Silber à 75 Thlr. 16 Sgr. 8 Pf. d. 5 Mk. $10\frac{2}{3}$ Lth.
26) A nimmt jährlich $512\frac{1}{2}$ Thlr. ein; wie viel in 1 Monat?
27) B verdient wöchentlich 5 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel in 1 Tg.?
28) Wenn 100 Thlr. jährlich 4 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen einbringen, wie viel Zinsen bekommt man von 1 Thlr.?
29) 100 Thlr. geben jährlich $3\frac{4}{5}$ Thlr. Zinsen, wie viel in 1 Woche?
30) Jemand hat in 5 Jhr. $6\frac{3}{5}$ Mont. 3672 Thlr. $11\frac{1}{3}$ Sgr. verbraucht; wie viel beträgt dies auf 1 Tg. (den Mont. zu 30 Tg.)?
31) Für $23\frac{1}{2}$ Ml. bezahlt man 7 Thlr. 4 Sgr. 6 Pf. Postgeld für die Person; wie viel für 1 Ml.?
32) 1 Kubikfuß Quecksilber wiegt 891 Pfd.; wie viel wiegt 1 Kubikzoll?
33) Wie viel Kubiklinien Quecksilber wiegen 1 Loth?
34) Das Licht legt den Weg von der Sonne nach der Erde, welcher 20144000 Meilen beträgt, in $7\frac{1}{2}$ Minuten zurück; wie viel Meilen durchläuft es in 1 Secunde?
35) Die Erde legt auf ihrer Bahn um die Sonne den Weg von 126504320 Meilen in 365 Tg. 5 Std. 48 Min. 48 Sec. zurück; wie viele Meilen durchläuft sie a) in 1 Tg., b) in 1 Std., c) in 1 Min., d) in 1 Sec.?
36) Man schätzt das Gewicht eines großen Wallfisches auf 100000 Pfd. Wenn er im Meere schwimmt, so muß er dasselbe specifische (eigenthümliche) Gewicht haben, wie das Meerwasser. Da nun 1 Kubikfuß Meerwasser $67\frac{39}{46}$ Pfd. wiegt, wie viel Kubikfuß Raum nimmt der Wallfisch ein?

37) Der Mond legt auf seiner Bahn um die Erde in 1 Secunde $\frac{1}{7}$ Meile zurück, der Erdäquator um die Axe aber $\frac{1}{16}$ Meile in derselben Zeit, und die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne $4\frac{1}{6}$ Meilen; wie viel mal geschwinder ist also a) die Bewegung des Mondes als die der Erde um ihre Axe? b) die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn als die des Mondes? und c) die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn als die um ihre Axe?

38) Ein Kubikfuß Wasser wiegt 66 Pfund, ein Kubikfuß Quecksilber 891 Pfd.; wie viel mal ist das Quecksilber so schwer als Wasser (d. h. also, welches ist das specifische Gewicht des Quecksilbers)?

39)

a)	Der Plan.	Merkur	bewegt sich u. d. Sonne in	87	Tg.	$23\frac{3}{4}$	Std.
b)	„ „	Venus	„ „ „ „ „ „	224	„	$16\frac{3}{4}$	„
c)	„ „	Erde	„ „ „ „ „ „	365	„	$5\frac{4}{5}$	„
d)	„ „	Mars	„ „ „ „ „ „	686	„	$23\frac{1}{2}$	„
e)	„ „	Vesta	„ „ „ „ „ „	1324	„	4	„
f)	„ „	Juno	„ „ „ „ „ „	1591	„	18	„
g)	„ „	Pallas	„ „ „ „ „ „	1679	„	18	„
h)	„ „	Ceres	„ „ „ „ „ „	1681	„	9	„
i)	„ „	Jupiter	„ „ „ „ „ „	4332	„	$14\frac{1}{3}$	„
k)	„ „	Saturn	„ „ „ „ „ „	10758	„	$23\frac{1}{4}$	„
l)	„ „	Uranus	„ „ „ „ „ „	30688	„	17	„

Wie viel mal ist das Jahr eines jeden dieser Planeten so lang als das der Erde?

40)

a)	Die mittl. Entfernung	des Merkur	v. d. Sonne ist	7798000	Meil.
b)	„ „ „	der Venus	„ „ „ „	14571000	„
c)	„ „ „	der Erde	„ „ „ „	20144000	„
d)	„ „ „	des Mars	„ „ „ „	30693000	„
e)	„ „ „	der Vesta	„ „ „ „	47537000	„
f)	„ „ „	der Juno	„ „ „ „	53743000	„
g)	„ „ „	der Pallas	„ „ „ „	55706000	„

h) Die mittl. Entfernung der Ceres v. d. Sonne ist 55742000 •
i) • • • des Jupiter • • • • 104803000 •
k) • • • des Saturn • • • • 192145000 •
l) • • • des Uranus • • • • 386421000 •

Wenn nun das Licht in der Secunde 45000 Meilen zurücklegt, in wie viel Zeit langt es von der Sonne auf jedem der Planeten an?

41) Was kostet 1 Loth Seide, wenn 2 Pfd. $12\frac{1}{2}$ Loth 21 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr. kosten?

42) 1 Pfd. Zucker à 26 Thlr. 10 Sgr. d. $\frac{8}{9}$ Ctr.

43) Ein Garten ist 120 □Ruthen groß, dabei 19 Ruthen lang; wie breit ist er?

44) $12\frac{1}{2}$ französische Louisd'or sind für 77 Thlr. $3\frac{3}{4}$ Sgr. gekauft worden; wie viel hat 1 Louisd'or gekostet?

45) 2 Eim. $24\frac{1}{2}$ Qrt. Wein kosten 132 Thlr. 18 Sgr.; was kostet 1 Qrt.?

46) Jemand hat in 5 Jhr. 6 Mont. $1417\frac{2}{7}$ Thlr. Miethe bezahlt; wie viel beträgt dies in 1 Jahr?

47) 124 Mrk. 5 ßl. Hamburger Cour. gelten 69 Thlr. $1\frac{7}{8}$ Sgr.; wie viel ist a) 1 Mark Hamb. in preuß. Silbercourant? b) 1 Thlr. preuß. Cour. in Hamb. Cour.?

48) Ein Vater hinterläßt seinen 3 Kindern 1476 Thlr. 14 Sgr.; wie viel bekommt jedes?

49) Jemand kann wöchentlich 6 Thlr. 15 Sgr. ausgeben; wie viel täglich?

50) Zu einem Dutzend Hemden kaufte eine Frau $58\frac{1}{2}$ Ellen Leinewand; wie viel braucht sie demnach zu jedem Hemde?

51) Wenn man aber zu einem Hemde $5\frac{1}{8}$ Ellen braucht; wie viel Hemden kann man aus 123 Ellen Leinewand machen?

52) 10 Oxhoft $1\frac{3}{8}$ Eimer Wein soll in Flaschen gefüllt werden,

jede zu $\frac{3}{4}$ Quart; wie viele solcher Flaschen sind dazu erforderlich?

53) Jemand erspart jährlich $\frac{1}{5}$ seines Einkommens, die übrigen $572\frac{1}{4}$ Thlr. verbraucht er; wie viel beträgt das jährlich Ersparte?

54) $6\frac{5}{12}$ Thlr. in Berlin machen 11 Fl. in Frankfurt a. M.; a) wie viel Fl. macht 1 Thlr.? und b) wie viel gilt 1 Fl. in preuß. Silbercourant?

55) $143\frac{3}{5}$ Thlr. preuß. Courant sind 250 Fl. holl. Cour. werth; a) wie viel holl. Cour. macht ein preuß. Thlr.; b) wie viel beträgt 1 Fl. holl. Cour. in preuß. Silbercourant?

56) 120 Mrk. Hamb. Bco. machen $105\frac{4}{5}$ Fl. holl. Cour.; a) wie viel holl. Cour. macht 1 Fl. Hamb. Bco.? b) wie viel beträgt 1 Fl. holl. Cour. in Hamb. Bco.?

57) 1 Franken in Paris à $80\frac{4}{5}$ Thlr. die 300 Frk.

58) 1 preuß. Fuß; 14400 preuß. Fuß = 13913 Pariser Fuß.

59) 1 Shstrl.; 1 Lstrl. = $6\frac{3}{5}$ Thlr. preuß. Cour.

60) 1 Thlr. preuß. Cour.; $6\frac{3}{5}$ Thlr. = 1 Lstrl.

61) 12 Schfl. $7\frac{3}{5}$ Mtz. Hafer kosten 14 Thlr. $12\frac{8}{9}$ Sgr.; wie viel kostet 1 Metze?

62) Für 5 Ctr. $69\frac{3}{8}$ Pfd. Kaffee bezahlte ein Kaufmann 96 Thlr. $24\frac{5}{6}$ Sgr.; wie hoch kommt ihm 1 Pfd. zu stehen?

63) 54 Ctr. $101\frac{4}{5}$ Pfd. Butter sind für 1209 Thlr. $16\frac{3}{8}$ Sgr. verkauft worden; wie viel kostet 1 Ctr.?

64) Ein Dutzend silberne Löffel wog 6 Mrk. 9 Loth 12 Gr.; wie viel wiegt jeder davon, wenn sie alle gleich schwer sind?

65) Für $\frac{5}{13}$ Ctr. einer Waare hat man 24 Thlr. $16\frac{1}{3}$ Sgr. bezahlt; was kostet 1 Ctr.?

9) Für 300 Mrk. Hamb. Bco. giebt man $152\frac{3}{8}$ Thlr. preuß. Cour.; wie viel für $1213\frac{3}{4}$ Mrk. Bco?

10) 3 Ball. $8\frac{3}{4}$ Rß. Druckpapier kosten 71 Thlr. 18 Sgr.; wie viel 5 Ball. 6 Rß. $12\frac{3}{4}$ Bch?

11) 100 Pfd. Talg werden mit 13 Thlr. 10 Sgr. bezahlt; was kosten 5 Ctr. $69\frac{3}{4}$ Pfd?

12) Was kosten 5 Mtz. Hafer, wenn 1 Wspl. 22 Thlr. $24\frac{3}{4}$ Sgr. kostet?

13) Was kostet 1 Oxh. Wein, wenn 2 Eim. 36 Qrt. 208 Thlr. kosten?

14) Was kosten $3\frac{1}{2}$ Pfd. Oel, wenn $1\frac{3}{4}$ Ctr. 13 Thlr. 20 Sgr. kosten?

15) Was kosten $15\frac{1}{2}$ Pfd. Gummi elasticum, das Pfd. zu $2\frac{2}{3}$ Thlr.?

16) Was kosten 3 Wspl. 19 Schfl. $1\frac{1}{2}$ Mtz. Getreide, den Wspl. zu 46 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr.?

17) Was kosten $5\frac{1}{2}$ Ctr. und $6\frac{5}{8}$ Pfd. Baumöl, $4\frac{1}{2}$ Pfd. zu 1 Thlr.?

18) Was kosten 69 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth Kochsalz, d. Ctr. zu 2 Thlr. $4\frac{1}{6}$ Sgr.?

19) $479\frac{3}{8}$ Pf. Rauchtaback, den $\frac{1}{2}$ Ctr. zu 36 Thlr. 15 Sgr.

20) 4 Wspl. 18 Schfl. 8 Mtz. Waizen, d. Mtz. zu 4 Sgr. 9 Pf.

21) 3 Pfd. $26\frac{3}{4}$ Loth Rhabarber, $8\frac{3}{4}$ Loth zu 20 Sgr. 5 Pf.

22) $7\frac{5}{8}$ Ctr. $16\frac{1}{2}$ Pfd. Butter, d. Pfd. zu $8\frac{1}{2}$ Sgr.

23) 16 Pfd. $29\frac{1}{2}$ Loth Hanföl, d. Ctr. zu $22\frac{3}{4}$ Thlr.

24) 212 Pfd. Berlinerblau, das Pfd. zu $18\frac{3}{4}$ Sgr.

25) 427 Pfd. Kaffee, d. Ctr. zu 18 Thlr.

26) $438\frac{1}{2}$ Pfd. Muskatnüsse, das Loth zu $5\frac{1}{6}$ Sgr.

27) 7 Pfd. 20 Loth Wolle, $1\frac{1}{2}$ Stein zu $13\frac{3}{4}$ Thlr.

28) $63\frac{7}{8}$ Ellen Tuch, $3\frac{3}{4}$ Ellen zu 16 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr.

29) 479 Wspl. $18\frac{3}{8}$ Schfl. Getreide, $15\frac{4}{5}$ Schfl. zu 34 Thlr. $25\frac{1}{2}$ Sgr.

30) 12 Oxh. 27 Qrt. Wein, 1 Eim. $31\frac{2}{3}$ Quart zu 61 Thlr. 12 Sgr.

31) Für 3 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. erhält man $6\frac{5}{8}$ Ellen seidenes Band, wie viel für 8 Thlr. $21\frac{5}{6}$ Sgr.?

32) $136\frac{3}{4}$ Rthlr. in Leipzig machen 100 Thlr. holl. Cour.; wie viel betragen 100 Rthlr. in holl. Cour.?

33) $112\frac{3}{4}$ Thlr. Cour. sind 100 Thlr. in Gold; wie viel betragen $7493\frac{7}{8}$ Thlr. Gold in Cour.?

34) 100 Pfd. Leipziger Gewicht sind $99\frac{4}{5}$ Pfd. in Berlin; wie viel betragen 879 Pfd. 24 Loth Berliner Gewicht in Leipzig?

35) 100 Leipziger Ellen sind $84\frac{2}{3}$ Berliner Ellen; wie viel betragen $332\frac{3}{4}$ Leipz. Ellen in Berlin?

36) 5 Sgr. machen 4 Gr. Cour.; wie viel sind $13\frac{3}{4}$ Sgr. in Cour.?

37) Wie viel sind $19\frac{1}{2}$ Gr. Cour. in Silbergeld?

38) 300 Mrk. Hamburger Bco. machen $152\frac{1}{4}$ Thlr. preuß. Cour.; wie viel betragen 4396 Mrk. $12\frac{1}{2}$ ßl. Hamb. Bco. in preuß. Gelde?

39) Von 100 Thlr. Kapital hat man 4 Thlr. 15 Sgr. Zinsen bekommen; wie viel muß man demnach von 6094 Thlr. erhalten?

40) In $3\frac{3}{4}$ Jahr nimmt Jemand $2642\frac{5}{8}$ Thlr. Miethzins ein; wie viel in $1\frac{1}{2}$ Jahr?

41) In 5 Woch. 3 Tg. (1 Woche = 6 Tg.) verdient ein Arbeiter 27 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr.; wie viel verdient er demnach in 1 Jahr? (Zu 52 Wochen à 6 Tg.)

42) Ein Copist schreibt $3\frac{1}{2}$ Seiten in 45 Minuten; in welcher Zeit wird er $72\frac{3}{4}$ Seiten abschreiben?

43) Wie viel Seiten wird derselbe in 16 Std. 25 Minuten zu Stande bringen?

44) Von $3974\frac{3}{8}$ Thlr. Kapital hat Jemand in einer gewissen Zeit $741\frac{5}{6}$ Thlr. Zinsen eingenommen; von welchem Kapital würde man in derselben Zeit 1923 Thlr. 16 Sgr. Zinsen bekommen?

45) Für $3\frac{3}{4}$ Sgr. bekommt man $4\frac{1}{2}$ Loth Schnupftaback; wie viel bekommt man für $5\frac{2}{3}$ Sgr?

46) Ein Arbeiter verdient in $5\frac{1}{2}$ Tg. 4 Thlr. 20 Sgr.; wie lange muß er arbeiten um $25\frac{1}{2}$ Thlr. zu verdienen?

47) $\frac{3}{4}$ des Vermögens von A beträgt $7910\frac{5}{8}$ Thlr.; wie viel beträgt $\frac{5}{6}$ seines Vermögens?

48) In $1\frac{3}{4}$ Jahr bekommt Jemand 2400 Thlr. Zinsen; in welcher Zeit nimmt er 6000 Thlr. ein?

49) 5 Arbeiter verdienen täglich 4 Thlr. 15 Sgr.; wie viel verdienen demnach 9 Arbeiter?

50) In 10 Tagen hat Jemand 5 Thlr. verdient; wie viel wird derselbe in 4 Wochen (zu 6 Tg.) verdienen?

51) Wie viel Lohn bekommen 36 Arbeiter, wenn 20 Arbeiter 15 Thlr. erhalten?

52) 5 Wiener Fl. machen 6 Fl. in Baden; wie viele Wiener Fl. sind 4945 Fl. in Baden?

53) 100 Thlr. in Fr.d'or à 5 Thlr. gelten $113\frac{1}{3}$ Thlr. Cour.; wie viel betragen 1746 Thlr. Fr.d'or in Cour.?

54) Für 105 Fl. holl. Cour. bekommt man 120 Mrk. Hamb. Bco.; wie viel für $8936\frac{3}{8}$ Fl. holl. Cour.?

55) Für 300 Mk. Hamb. Bco giebt man $151\frac{7}{8}$ Thlr. preuß. Cour.; wie viel für $137\frac{1}{2}$ Mrk.?

56) Wie viel Wein bekommt man für $943\frac{2}{3}$ Thlr., wenn der Oxh. 87 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. kostet?

57) Wie viel Zucker bekommt man für 68 Thlr. 9 Sgr., wenn 3 Pfd. 12 Loth 1 Thlr. $3\frac{1}{2}$ Sgr. kosten?

58) Wie viel Taback bekommt man für $\frac{7}{8}$ Thlr., wenn $\frac{5}{6}$ Pfund $\frac{3}{4}$ Thlr. kosten?

59) 250 Fl. holl. Cour. machen $143\frac{3}{5}$ Thlr. preuß. Cour.; wie viel betragen 1800 Thlr. preuß. Cour. in holl. Cour.?

60) 3670 Thlr. sollen in ganzen und haben Fr.d'or à 5 Thlr. 20 Sgr. bezahlt werden; wie viele Fr.d'or beträgt dies, und wie viel muß noch in Cour. bezahlt werden?

61) Für 118 Thlr. Cour. kauft man 100 Thlr. in Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr.; wie viel muß man für $3741\frac{1}{2}$ Thlr. Duc. in Cour. bezahlen?

62) Für $112\frac{5}{6}$ Thlr. Cour. giebt man 100 Thlr. in Fr.d'or à 5 Thlr.; wie viel muß man für $3668\frac{1}{2}$ Thlr. Cour. in Fr.d'or bezahlen?

63) Für $93\frac{2}{3}$ Thlr. erhält man 100 Thlr. in Staatsschuldscheinen;

wie viel bekommt man in Staatsschuldscheinen für $2796\frac{1}{2}$ Thlr. Cour.?

64) 79 Rthlr. Cour. in Frankfurt am Main gelten 300 Franken in Bordeaux; wie viel sind 7916 Fr. 54 Cent. in Frankfurt am M.?

65) Für $95\frac{1}{2}$ Thlr. Cour. bekommt man 100 Thlr. Berl. Stadt-Obligationen; wie viel muß man für 3750 Thlr. Berliner Stadt-Obl. bezahlen?

66) Der Umfang der Erde beträgt 5400 geogr. Meilen; wie viele englische Meilen sind dies, wenn 15 geogr. Ml. = $69\frac{3}{25}$ engl. Ml. ausmachen?

67) Man kann die Geschwindigkeit des Lichts zu 45000 Meilen in der Secunde annehmen. Man hat sich aber die Lichtstrahlen wohl nicht als einen ununterbrochenen Strom zu denken; denn bei dieser großen Geschwindigkeit derselben wird das Sehen nicht unterbrochen werden, wenn auch in kleinen Zeiträumen immer nur Ein Eindruck auf unser Auge gemacht wird. Gesetzt nun, daß von einem Lichtstrahle nur alle $\frac{1}{10}$ Secunden Ein Theilchen unser Auge träfe: in wie großer Entfernung könnten die Theilchen desselben auf einander folgen, ohne daß die Empfindung des Lichts im Auge unterbrochen würde?

68) Eine Fläche von $3\frac{1}{2}$ Quad. Zoll wird von der Luft mit $50\frac{3}{4}$ Pfd. gedrückt; wie stark wird ein Mensch rings herum von der Luft gedrückt, wenn seine Haut $12\frac{1}{2}$ Quadrat-Fuß Oberfläche hat?

69) Wenn man das Wasser von seinem Gefrierpunkte bis zum Siedepunkte erwärmt, so dehnt es sich um $\frac{1}{27}$ des Volumens, welches dasselbe beim Gefrierpunkte hat, aus; um wie viel wird sich das Wasser ausdehnen, wenn es vom Gefrierpunkte bis zu 15 Grad der Reaumürschen Thermometerscale (bei welcher der Abstand des Gefrierpunkts des Wassers vom Siedepunkte desselben in 80 Grade getheilt wird) erwärmt wird?

70) Wenn man von $7\frac{1}{2}$ Thlr. Kapital $3\frac{2}{3}$ Sgr. Zinsen bekommt, wie viel Kapital muß man haben, um $13\frac{2}{7}$ Thlr. Zinsen zu bekommen?

71) Ein Bote geht in $5\frac{1}{2}$ Std. $3\frac{3}{4}$ Meilen; wie viel Meilen legt er in $10\frac{5}{7}$ Std. zurück?

72) Wie viel Zeit wird derselbe gebrauchen, um $2\frac{1}{2}$ Ml. zu gehen?

73) Ein Kaufmann gewinnt an 24 Loth einer Waare $4\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel muß er verkaufen, um 23 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr. zu gewinnen?

74) An einer Forderung von 1719 Thlr. verliert Jemand 337 Thlr. 18 Sgr.; wie viel verliert er auf jede 100 Thlr.?

75) 14400 preuß. Fuß machen 13913 Pariser Fuß; wie viel preuß. Fuß sind 125 Fuß 9 Zoll 8 Lin. Paris.?

76) Wie viel Pariser Fuß sind 412 Fuß $6\frac{3}{4}$ Zoll preuß.?

77) $3\frac{1}{2}$ Loth Kampher kosten 12 Sgr. 3 Pf., wie viel kosten $5\frac{7}{9}$ Pfd.?

78) Für 1 Fr.d'or bezahlt man 5 Thlr. 20 Sgr. und für 1 Ducaten 3 Thlr. 7 Sgr. 4 Pf. Cour.; wie viel Stück Ducaten kann man für 59 Stück Fr.d'or einwechseln, und wie viel Courant behält man noch übrig?

79) Für 100 Thlr. Hamb. Bco. zahlt man 146 Thlr. in Wien, wie viel für 174 Thlr. 14 ßl. Hamb. Bco.?

80) Was kosten 5 Ohm 1 Eim. 1 Ank. 13 Qrt. Wein, wenn $3\frac{3}{4}$ Ohm 426 Thlr. 25 Sgr. kostet?

81) Was kosten 4 Bll. $3\frac{5}{6}$ Rß. Schreibpapier, 6 Rß. $12\frac{2}{3}$ Bch. à 15 Thlr. $13\frac{1}{2}$ Sgr.?

82) Wie viel Papier erhält man für $236\frac{5}{9}$ Thlr., wenn $13\frac{1}{2}$ Bch. 2 Thlr. 12 Sgr. kosten?

83) Der Durchmesser der Erde beträgt 1719 geographische Meilen;
a) der Dhawalagiri im Himalaya-Gebirge ist 26340 Par. F. hoch;
b) der Chimboraço in Quito . . . . 20148 " " "
c) der Montblanc in Savoyen . . . . . . 14800 " " "
d) der Monte Rosa . . . . 14222 " " "
e) die Oertler-Spitze in Tyrol . . . . . 12019 " " "
f) das Finsterarhorn in der Schweiz . . . 13205 " " "
g) der Mont Cenis in den Cottischen Alpen . 11058 " " "
h) die Lomnitzerspitze in den Karpathen . . 8100 " " "
i) das Kloster St. Bernhard in der Schweiz 7668 " " "
k) die Spitze des großen St. Bernhard . . 8460 " " "
l) die Jungfrau in den Berneralpen . . . 12850 " " "

Wenn nun 1 Meile = 22803,3 Pariser Fuß ist; wie hoch würden diese Höhen auf einen Globus von 2 Par. Fuß Durchmesser aufzutragen sein? (In Linien zu berechnen, deren 144 einen Fuß machen).

84) Wenn Jemand täglich 2 Thlr. 15 Sgr. ausgiebt, so macht er im Jahr 110 Thlr. Schulden; wie viel darf er täglich nur ausgeben, damit er im Jahr 150 Thlr. erspart?

85) 100 Pfd. Berliner Handelsgewicht geben 46,75 franz. Kilogrammes; wie viel beträgt a) 1 Gramme, b) 1 Centigramme, c) 1 Milligramme in Berlinergewicht?

86) $3\frac{7}{16}$ Ellen Tuch kosten 16 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel $13\frac{3}{4}$ Ellen?

87) Für $114\frac{3}{8}$ Thlr. bekommt man $20\frac{1}{2}$ Fr.d'or; wie viele Stück ganze und halbe Fr.d'or erhält man für 1419 Thlr. 20 Sgr. und wie viel behält man noch in Cour.?

88) Für $117\frac{7}{12}$ Thlr. Cour. bekommt man 100 Thlr. in Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr., wie viel Cour. muß man für $7094\frac{3}{5}$ Thlr. Duc. geben?

89) Wie viel Thlr. Duc. erhält man, unter denselben Bedingungen, für $10976\frac{1}{2}$ Thlr. Cour.?

90) Wenn 14 Thlr. preuß. Cour. $9\frac{5}{24}$ Rthlr. Hamb. Bco. betragen, wie viel sind dann 100 Thlr. preuß. Cour. in Hamb. Bco.?

91) $\frac{7}{8}$ Ellen Tuch kosten $2\frac{3}{4}$ Thlr.; was kostet 1 Stück von $36\frac{5}{16}$ Ellen?

92) $16\frac{3}{4}$ Pfd. Fernambukholz kosten $1\frac{2}{3}$ Thlr.; wie viel bekommt man für 10 Thlr. 25 Sgr.?

93) $8\frac{3}{4}$ Pfd. Rosinen für 1 Thlr. 26 Sgr.; was kosten $15\frac{1}{2}$ Loth?

94) 1 Ctr. 28 Pfd. 6 Loth Lichte kosten 14 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Sgr.; was kosten 3 Ctr. 65 Pfd. 12 Loth?

95) $5\frac{1}{2}$ Qrt. Bier für $8\frac{1}{2}$ Sgr.; was kosten 3 Ton. $2\frac{5}{8}$ Oehmch.?

96) Wie viel Bier bekommt man demnach für 32 Thlr. 10 Sgr.?

97) $5\frac{1}{2}$ Loth Kaffee für 4 Sgr. 3 Pf.; was kosten $\frac{5}{6}$ Pfd.?

98) $2\frac{1}{2}$ Pfd. Indigo kosten 8 Thlr. 12 Sgr.; wie viel 2 Ctr. $39\frac{3}{4}$ Pfd.?

99) Wie viel kosten demnach 3 Loth 3 Qtch. Indigo?

100) Für 100 Thlr. in Tresorscheinen erhält man in Breslau $98\frac{5}{8}$ Thlr. Cour., wie viel für 2325 Thlr. Tresorsch.?

Vermischte Aufgaben über das Vorhergehende.

1) Archimedes, ein berühmter Mathematiker zu Syrakus, war geboren im Jahr 287 vor Christi Geburt, und wurde, bei der Eroberung von Syrakus durch die Römer, 212 vor Chr. Geb. von einem römischen Soldaten ermordet. Wie alt wurde er?

2) Pythagoras, ein berühmter Weiser des griechischen Alterthums, lehrte schon die Bewegung der Erde und der übrigen Planeten um das Jahr 560 vor Chr. Geb., aber erst 1618 nach Chr. Geb. entdeckte der würtembergische Astronom Joh. Keppler die wahren Gesetze des Planetenlaufs. Wie lange war das nach Pythagoras?

3) Ein englischer Wettrenner macht in 1 Secunde 14 Sprünge,

und legt damit 84 Fuß zurück; wie weit ist also ein Sprung eines solchen Pferdes?

4) Das specifische Gewicht des Menschenbluts ist 1,054; wenn nun das Blut in einem erwachsenen Menschen 28 Pfund und 1 Kubikzoll Wasser $1\frac{2}{9}$ Loth wiegt; wie viel Kubikzoll nimmt das Blut im Menschen ein?

5) Eine Mutter soll mit ihren 2 Söhnen eine Erbschaft so theilen, daß sie $\frac{7}{8}$ mal so viel erhält, als beide Söhne zusammen, die beide gleich viel erhalten; die ganze Erbschaft beträgt 10500 Thlr.; wie viel bekommt jeder?

6) Jemand soll eine gewisse Quantität Wein liefern, $\frac{3}{8}$ der ganzen Quantität sogleich, die Hälfte in 3 Monaten, und die übrigen 10 Oxh. $2\frac{5}{6}$ Eim. nach einem halben Jahre; wie viel beträgt die ganze Lieferung?

7) Der Kaufmann N. hält mit dem Schneidermeister S. folgende Rechnung:

Der Schneidermeister S. in B.

Debet.

1832			Thl.	sg.	pf.
Jan.	7	8½ Pfd. Zucker à 8 sg. 6 pf.			
	13	3¼ Pfd. Butter à 7 sg. 9 pf.			
	—	1½ Pfd. Oel à 3½ sgr.			
	27	3 Pfd. Lichte à 4 sgr.			
Febr.	2	2 Pfd. 6 Loth Kaffee à 9½ sgr.			
	14	12 Loth Thee à 1½ Thlr. d. Pfd. . .			
	21	¼ Pfd. Pfeffer . .	—	12	3
	23	1 Pfd. Butter . .	—	9	—
	28	¾ Quart Essig . .	—	2	3
März	2	1 Hut Zucker von 13 Pfd. 15¾ Loth à 8 sgr. 9 pf. . . .			
	7	div. Gewürze . . .	1	8	6
	15	½ Pfd. Zichorien . .	—	1	—
	19	2 Pfd. 10 Loth Kaffee à 8 sgr.			
	21	3¼ Pfd. Sago à 5 sgr.			

Credit.

1832			Thl.	sg.	pf.
Jan.	16	Einen schwarzen Rock gemacht	2	—	—
	—	2½ Elle feines schwarzes Tuch à 4 Thlr 20 Sgr.			
	—	Kattun, Leinewand und Seide, nebst 18 Stück Knöpfen .	2	25	—
Febr.	20	Ein Paar Beinkleider ausgebessert .	—	12	6
	26	2 Westen verändert	—	17	6
März	3	Ein Paar Beinkleider gemacht . . .	1	5	—
		2¾ Ellen schwarzes Tuch à 3½ Thlr.			
	19	Einen Sammtkragen auf einen Mantel gesetzt, nebst Ausbesserung	1	8	—
		Sammt nebst Zubehör	3	12	6

Wenn

Wenn sie nun Abrechnung halten, welcher von beiden hat dem Andern noch etwas zu bezahlen, und wie viel?

8) Wie viel betragen 23 Ducaten à 3 Thlr. 5 Sgr. d. St.?

9) $43\frac{1}{2}$ Frd'or. à 5 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr.

10) Hamburg. $1\frac{3}{4}$ Pfd. Kaffee à 1 Mrk. 8 ßl. 6 Pf.

11) — 52 Species-Duc. à 7 Mrk. $14\frac{1}{8}$ ßl.

12) London. $5\frac{3}{8}$ Ctr. Thee à 16 £. $12\frac{1}{2}$ Shstrl. d. Ctr.

13) — $12\frac{1}{4}$ Pfd. Seide à 1 £. 15 Sh. 9 Pfstrl. d. Pfd.

14) — 12 Ctr. 17 Pfd. Kaffee à 7 £. $9\frac{1}{2}$ Shstrl. d. Ctr.

15) Petersburg. $2\frac{5}{8}$ Pud Hanf à $49\frac{3}{4}$ Rbl. d. Bwz.

16) — 13 Pud $12\frac{1}{2}$ Pfd. Talg à 3 Rbl. 45 Kop. d. Pd.

17) — 26 Pud $19\frac{1}{2}$ Pfd. Juchten à 12 Rbl. 49 Kop. d. Pd.

18) Amsterdam. 72 Ducaten à 5 Fl. 6 Stüv. 4 Cents.

19) — $18\frac{1}{2}$ engl. Guineen à 12 Fl. 12 Stüv.

20) — $74\frac{1}{4}$ Carolin à 11 Fl. $14\frac{1}{2}$ Stüv.

21) — 13 Mrk. 5 Unz. fein Gold à 354 Fl. 16 Stüv. 3 Cents d. M.

22) Paris. 5472 Pfd. Kaffee à 2,36 Franken.

23) — Wie viel Ellen Zeug bekommt man für 412,73 Franken, wenn 2,4 Ellen 1,5 Franken kosten?

24) Augsburg. $14\frac{5}{8}$ Mrk. Ducatengold à 281 Fl. 49 Xr.

25) — $712\frac{1}{2}$ Pfd. Zucker à $81\frac{1}{4}$ Fl. d. 100 Pfd.

26) — $12\frac{5}{6}$ Pfd. Cochenille à $11\frac{3}{4}$ Fl.

27) Kopenhagen. $458\frac{3}{4}$ Pfd. Zucker à 35 ßl. dän.

28) Cadix. 43 Arrobas Orangen à $15\frac{3}{4}$ Rpta.

29) Bremen. 2 Anker $4\frac{1}{2}$ Viertel Rum à 2 Rthlr. 8 Grt. d. Viert.

30) Hamburg. $56\frac{5}{8}$ Pfd. Mandeln, à 70 Mrk. $12\frac{1}{2}$ ßl. für 100 Pfund.

31) Ein Kaufmann erhält 5 Fässer mit Waaren: jedes Faß mit der Waare wiegt 1 Ctr. $64\frac{3}{4}$ Pfund, jedes Faß allein aber 26 Pfd. 18 Loth; wie viel wiegt sämmtliche Waare ohne die Fässer?

32) Eine Erbschaft beträgt 4500 Thlr.; davon bekommt der nächste Erbe $\frac{5}{8}$, und drei andere theilen das Uebrige unter sich zu gleichen Theilen; wie viel bekommt jeder?

33) Ein Saal, der 70' $10\frac{1}{2}$'' lang, $64\frac{3}{8}$' breit ist, soll mit Steinen belegt werden, die 2' lang und $1\frac{3}{4}$' breit sind; wie viele Steine sind erforderlich?

34) Die atmosphärische Luft, so wie jede andere Luftart, dehnt sich, wenn sie vom Gefrierpunkte des Wassers bis zu dessen Siedepunkte erhitzt wird, um 0,375 des Volumens, das sie beim Gefrierpunkte hat, aus. —

a) Ein Kubikfuß Luft von 0° würde also welchen Raum einnehmen bei 80° Reaumür (dem Siedepunkt des Wassers)?

b) $3\frac{3}{4}$ Kubikzoll Luft von 0° würde welchen Raum einnehmen bei 80° R.?

c) Ein Kubikfuß Luft von 80° R. würde welchen Raum einnehmen bei 0° R.?

d) $5\frac{8}{9}$ Kubikzoll Luft von 80° R. würde welchen Raum einnehmen bei 0° R.?

35) Da die Luft sich bei jeder Temperatur regelmäßig ausdehnt; wie viel beträgt die Raumvergrößerung, wenn eine Luftmasse von 0° bis 1° R. erwärmt wird? (S. Aufg. 34.)

36) $13\frac{1}{2}$ Kubikzoll Luft von 0° nehmen welchen Raum ein bei 15° R.?

37) $24\frac{3}{16}$ Kubikzoll Luft von 25° R. nehmen welchen Raum ein bei 0° R.?

38) $16\frac{1}{2}$ Kubikzoll Luft von 12° R. nehmen welchen Raum ein bei 30° R.?

39) 64 Kubikzoll Luft von 8° nehmen welchen Raum ein bei 13° R.?

40) Die Höhe der Erdatmosphäre wird zu 10 Meilen angenommen; wie viele solcher Berge wie der Chimboraço, der 20148 Paris. Fuß hoch ist, könnten auf einander stehen, um bis zur Grenze des Luftkreises zu kommen? (1 Meile = 22308,3 Paris. Fuß.)

41) Wie hoch kommt ein Pud Juchten in Petersburg zu stehen, wenn $\frac{7}{12}$ Pud 4 Rubel $57\frac{1}{4}$ Kop. kosten?

42) Was kosten $954\frac{3}{10}$ Kilogr. Zucker in Amsterdam, d. Kilogr. à 35 Cents?

43) $4372\frac{3}{4}$ Pfund Pfeffer in Hamburg à 14 ßl. 4 Pf. d. Pfd.

44) 45 Rub. à 1 Thlr. $5\frac{1}{2}$ Sgr.

45) $14\frac{1}{2}$ Frd'or in Amsterdam à 9 Fl. $3\frac{1}{4}$ Stüv.

46) 37 Frd'or. in Leipzig à 5 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Gr.

47) $119\frac{1}{4}$ Pfd. Cochenille in Bordeaux à 25 Fr. 59 Cent.

48) 23 Schfl. $5\frac{1}{4}$ Mtz. Weizen à 2 Thlr. 12 Sgr.

49) 1 Frd'or., $19\frac{1}{2}$ Frd'or. zu $110\frac{1}{2}$ Thlr.

50) 1 Kopek, d. Rbl. zu 1 Thlr. 5 Sgr.

51) 1 Dän. Ducaten in Hamburg, 17 Duc. zu 85 Mrk. 2 ßl. 6 Pf.

52) 1 Loth Mandeln, d. Ctr. zu $39\frac{1}{2}$ Thlr.

53) 2 £. $4\frac{2}{3}$ Shstrl. in London machen 13 Silber-Rubel in Rußland; wie viel ist demnach a) 1 engl. Sh. in Rußland werth? b) wie viel ist 1 russ. Kop. in England werth?

54) $102\frac{4}{5}$ span. Rpta. machen $193\frac{1}{2}$ Rvn.; a) wie viel Rvn. macht 1 Rpta? b) 17 Rpta. machen wie viel Rvn?

55) Ein Brunnen hat 2 Röhren; die erste füllt den Brunnen in

15 Std., die zweite in $16\frac{1}{3}$ Std., in wie viel Std. wird der Brunnen voll sein, wenn beide Röhren zusammen laufen?

56) Wenn 100 Thlr. $4\frac{2}{5}$ Thlr. Zinsen tragen, wie viel Zinsen tragen dann 9764 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr.?

57) Wenn $22\frac{3}{4}$ Thlr. Kapital $18\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen tragen; wie viel Kapital braucht man, um 1 Thlr. Zinsen zu erhalten?

58) Jemand geht in $3\frac{1}{2}$ Std. $1\frac{7}{8}$ Meile; wie viel Meilen macht er in $10\frac{3}{4}$ Std.?

59) Ein Anderer geht in $5\frac{3}{8}$ Std. $3\frac{2}{3}$ Ml.; wie viel Std. wird er gebrauchen um $12\frac{3}{4}$ Meilen zu gehen?

60) A. ist um 12 Jahr älter als B., und jetzt gerade 2 mal so alt als B.; wie alt ist Jeder?

61) Eine Bibliothek enthält $\frac{1}{4}$ aller Bücher in deutscher Sprache, $\frac{1}{5}$ in französischer, $\frac{1}{6}$ in englischer, $\frac{1}{6}$ in italienischer und spanischer, und die übrigen 104 in lateinischer und griechischer Sprache; wie viele Bücher enthält sie überhaupt?

62) Wie theuer ist 1 Buch Schreibpapier, wenn $\frac{1}{2}$ Ballen 19 Thlr. 15 Sgr. kostet?

63) $7\frac{1}{2}$ Pfd. Pfeffer kosten 4 Thlr. 18 Sgr.; wie viel 1 Loth?

64) Jemand erspart wöchentlich $\frac{1}{2}$ Thlr. und besitzt am Ende des Jahres so viel, daß er $\frac{3}{4}$ seiner Schulden abbezahlen kann; wie viel betragen diese?

65) Jemand giebt ein Kapital auf Zinsen und erhält von jedem 100 Thlr. Kapital 5 Thlr. Zinsen, dadurch wächst sein Kapital auf 10500 Thlr. an; wie groß war dasselbe anfangs?

66) Ein Kaufmann hat an jeden 10 Pfd. Waare $4\frac{1}{2}$ Loth Verlust;

aus einem gewissen Vorrathe wiegt er $139\frac{3}{4}$ Pfd. aus; wie groß war der ganze Vorrath?

67) F. sagt: wenn ich noch einmal so alt und $\frac{1}{2}$ mal so alt wäre, so wäre ich in $2\frac{1}{2}$ Jahren 50 Jahr alt; wie alt war er?

68) Wie alt ist jetzt der, welcher vor 15 Jahren $\frac{3}{4}$ mal so alt war als jetzt?

69) Jemand wird für eine Arbeit monatlich mit einer bestimmten Summe belohnt; für 3 Monate hat er erhalten 7 Frd'or. und noch 10 Thlr. Courant; für 2 Monate 4 Frd'or. und noch $10\frac{4}{9}$ Thlr.; wie viel beträgt das monatliche Gehalt und wie hoch ist der Frd'or. angerechnet?

70) Ein Kaufmann nimmt für eine Quantität Zucker $976\frac{3}{4}$ Thlr. ein; an jeden $12\frac{1}{2}$ Thlr., die ihm der Zucker gekostet hat, gewinnt er 1 Thlr. 16 Sgr.; wie viel hat ihm die Waare gekostet und wie viel hat er im Ganzen gewonnen?

71) Jemand hat 3 Weinfässer. Wenn man das erste leere Faß aus dem zweiten vollen Fasse füllt, so bleibt im zweiten $\frac{2}{9}$ des Weins zurück. Füllt man das zweite leere Faß aus dem dritten vollen Fasse, so bleibt im dritten nur $\frac{1}{4}$ des Weins zurück. Wollte man aber das dritte leere Faß aus dem ersten vollen füllen, so würden 50 Quart fehlen. Wie viel Quart hält jedes Faß?

72) Eine Wand, die 25 Fuß lang und 15 Fuß hoch ist, soll mit Tapeten bezogen werden, die $1\frac{1}{2}$ Ellen breit sind (1 Elle = $25\frac{1}{2}$ Zoll); wie viel Ellen Tapeten wird man gebrauchen?

73) Zu einer $20\frac{1}{2}$ Fuß langen, 14 Fuß hohen Wand hat man 42 Ellen Tapeten gebraucht; wie breit waren dieselben?

74) 320 Thlr. 27 Sgr. sollen unter zwei Personen so vertheilt

werden, daß der erste $1\frac{1}{2}$ mal so viel erhält, als der andere; wie viel bekommt jeder?

75) Einer verkauft ein Stück Zeug, die Hälfte des Stücks à $\frac{3}{4}$ Thlr. die Elle, $\frac{2}{5}$ des Stücks à $\frac{7}{8}$ Thlr. die Elle, die übrigen 5 Ellen à 20 Sgr. Wie viele Ellen hält das Stück und wie viel hat er dafür erhalten?

76) Jemand hat ein Stück Tuch; er verkauft es, die Elle zu $4\frac{1}{2}$ Thlr., und löst daraus 10 Thlr. mehr, als zwei mal die Zahl der Ellen; wie viele Ellen enthält das Stück?

77) Ein Arbeiter bekommt täglich, wenn er arbeitet, nebst Unterhalt, 12 gGr. Lohn; wenn er aber nicht arbeitet, muß er den Unterhalt bezahlen. Nach 130 Tagen wird Rechnung gehalten, und es findet sich, daß derselbe in dieser Zeit nur 72 Tage gearbeitet habe, und sein Lohn für den Unterhalt der übrigen Tage gerade aufging; wie hoch wurde ihm der tägliche Unterhalt angerechnet?

78) Es kauft Jemand zweierlei Wein, zusammen für 84 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr., nämlich $39\frac{1}{2}$ Quart von der schlechteren Sorte und $50\frac{3}{4}$ Quart von einer besseren Sorte; das Quart des besseren Weins kostet $8\frac{1}{2}$ Sgr. mehr, als 1 Quart vom anderen. Wie viel hat das Quart von jeder der beiden Sorten Wein gekostet?

79) Ein Seidenhändler empfängt von einem Pächter 5 Wspl. 3 Schfl. Roggen, der ihm à 1 Thlr. 25 Sgr. d. Schfl. berechnet wird; der Pächter erhält dafür $32\frac{1}{2}$ Thlr. baar und Sammt à $2\frac{1}{4}$ Thlr. die Elle und Taffet à $1\frac{2}{3}$ Thlr. die Elle, und zwar $2\frac{1}{4}$ Elle Sammt mehr, als Taffet. Wie viele Ellen von jedem Zeuge mußte der Pächter erhalten?

80) 3 Oxh. 2 Eim. 45 Qrt. Graves-Wein und 2 Oxh. 2 Eim. 54 Qrt. Chateau-Margaux kosten zusammen $2659\frac{1}{2}$ Thlr.,

vom letzteren kostet das Quart 5 Sgr. mehr, als von ersterem; viel kostet der Eimer von jeder Sorte?

81) Ein reicher Mann kauft 3 goldene Ketten, die erste wiegt 1 Mk. 12 Loth, die zweite 2 Mk. 4 Loth 12 Gr., die dritte 2 Mk. 15 Loth 10 Gr.; alle drei zusammen kosten 1598 Thlr. 23 Sgr. 6 Pf.; nämlich: die zweite 10 Thlr. 15 Sgr. weniger, als $2\frac{1}{2}$ mal den Preis der ersten, die dritte 75 Thlr. 20 Sgr. mehr, als $1\frac{1}{3}$ mal den Preis der zweiten; wie viel hat 1 Loth Gold gekostet?

82) In A. kauft Jemand 3 Ctr. 48 Pfd. Waaren für 16 Thlr. $8\frac{4}{7}$ Sgr., jeden Ctr. zu $4\frac{3}{4}$ Thlr.; wie viele Pfd. hält daselbst 1 Ctr.?

83) Einer verdient, wenn er arbeitet, täglich, nebst Unterhalt, 7 Sgr. 6 Pf., wenn er aber müßig geht, so verzehrt er täglich 6 Sgr.; nach 84 Tagen hat er $10\frac{1}{2}$ Thlr. übrig; wie viele Tage hat er gearbeitet und wie viele Tage gefeiert?

84) A, B, C und D sollen 10592 Thlr. 25 Sgr. so unter sich vertheilen, daß A $1\frac{1}{2}$ mal so viel erhält, als B, B 50 Thlr. mehr, als $\frac{2}{3}$ von dem, was C erhält; und D 10 Thlr. 15 Sgr. mehr, als die Hälfte von dem, was B und C zusammen erhalten; wie viel bekommt jeder?

85) Jemand hat 4 Tüten mit Geld, alle enthalten gleich viel; wären in einer derselben $3\frac{1}{2}$ Thlr. mehr, als in jeder der übrigen, so enthielte sie $12\frac{2}{3}$ Thlr. mehr, als $\frac{1}{6}$ aller 4 Tüten zusammen; wie viel enthalten alle zusammen?

86) Drei Kaufleute lassen sich zusammen 1418 Pfd. Kaffee kommen; A nimmt davon $72\frac{1}{2}$ Pfd. weniger, als B, und B 50 Pfd. weniger, als $1\frac{1}{2}$ mal so viel, als C; wie groß ist eines jeden Antheil?

87) Vier Personen sollen 3618 Thlr. so unter sich theilen, daß A

10 Thlr. weniger, als die Hälfte von B bekommt; B $17\frac{1}{2}$ Thlr. mehr, als $\frac{2}{3}$ von C, und D 100 Thlr. mehr, als A; wie viel erhält jeder?

88) Den dritten Theil meiner jährlichen Einkünfte verwende ich, sagte Jemand, auf Miethe, Kost und Heizung, $\frac{1}{4}$ auf Kleidung und Wäsche, $\frac{2}{9}$ auf Nebenausgaben und erspare noch $174\frac{1}{2}$ Thlr.; wie viel nimmt er jährlich ein?

89) $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ meines Geldes beträgt zusammen 10 Thlr. 12 Sgr. 6 Pf.; wie viel Geld habe ich?

90) In einer Gesellschaft zählt man 4 mal so viel Männer, als Kinder und 3 mal so viel Frauen als Männer, im Ganzen 102 Personen; wie viel sind es Männer, Frauen und Kinder?

91) Das Pfund einer Waare wird für 25 Sgr. verkauft und dadurch auf jede 100 Thlr. 12 Thlr. gewonnen; wie viel hat der Ctr. dieser Waare gekostet?

92) Ein Maurer, 8 Gesellen und 3 Handlanger haben eine Zeit lang gearbeitet und 73 Thlr. 10 Sgr. Lohn erhalten, der Maurer täglich $22\frac{1}{2}$ Sgr.; jeder Geselle täglich $17\frac{1}{2}$ Sgr. und jeder Handlanger täglich $12\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel Tage dauerte die Arbeit?

93) Jemand hat 3 Personen, A, B, C, auf längere Zeit in Arbeit gehabt; B erhielt täglich 4 Sgr. mehr als A, C täglich 5 Sgr. 4 Pf. mehr als B; im Ganzen bekam A 8 Thlr. 10 Sgr., B 10 Thlr. 25 Sgr. Wie viel Tage haben sie gearbeitet und wie viel Lohn bekam ein jeder täglich?

94) Es kauft Jemand blaues und schwarzes Tuch, zusammen 81 Ellen um $306\frac{2}{3}$ Thlr. und zwar jede $4\frac{3}{4}$ Ellen blaues um $16\frac{1}{2}$ Thlr. und $3\frac{7}{8}$ Ellen schwarzes um $15\frac{2}{3}$ Thlr.; wie viel Tuch war es von jeder Sorte?

95) Jemand hat mehrere Ellen Zeug und verkauft die Elle so, daß

150 Ellen eben so viel mehr kosten, als 6 Thlr., als 90 Ellen weniger, als 40 Thlr. kosten, was kostet die Elle?

96) Einer kauft dreierlei Atlas, nämlich rothen, grünen und weißen, von jeder Sorte gleich viel, im Ganzen für $77\frac{7}{8}$ Thlr. und zwar 2 Ellen des rothen für 3 Thlr., 4 Ellen grünen so theuer, als 5 Ellen rothen, und 6 Ellen weißen so theuer, als 7 Ellen grünen; wie viele Ellen waren es von jeder Sorte?

97) Ein Anderer kauft dreierlei Taffet, von jeder Sorte gleich viel, das Ganze für 240 Thlr.; 4 Ellen von der ersten Sorte kosten so viel als 3 Ellen der zweiten Sorte, 5 Ellen der zweiten Sorte so viel als 4 Ellen der dritten Sorte; und 3 Ellen der dritten Sorte $1\frac{1}{2}$ Thlr. mehr als 4 Ellen der ersten Sorte; wie viele Ellen waren es von jeder Sorte, und was hat jede Sorte einzeln gekostet?

98) Ein Vater hinterläßt seinen drei Söhnen 10000 Thlr., welche sie so unter sich theilen sollen, daß der älteste 100 Thlr. weniger als das Doppelte des zweiten erhält, der zweite aber 170 Thlr. mehr als $\frac{3}{4}$ von dem was der jüngste bekommt; wie viel erhält jeder?

99) A sagt zu B: gieb mir 1 Thlr. von Deinem Gelde, so habe ich $2\frac{1}{2}$ mal so viel, als Du noch übrig behältst; hierauf erwiedert B: gieb Du mir 1 Thlr. von Deinem Gelde, so habe ich so viel, als Dir noch übrig bleibt; wie viel Geld hatte jeder von ihnen?

100) Es kauft Jemand ein Stück Tuch um 120 Thlr.; $\frac{1}{4}$ des ganzen Stücks und 5 Ellen kosten 55 Thlr.; wie viele Ellen enthielt das Stück und was kostete die Elle?

101) Wenn 6 Schock Nüsse 9 Sgr. kosten, wie viel mal kann man 50 Stück um $7\frac{1}{2}$ Sgr. kaufen?

102) Eine Obsthändlerinn hat Aepfel und Birnen, verkauft davon für 1 Thlr., jedesmal 12 Aepfel und 16 Birnen für 5 Sgr.; den Rest verkauft sie für $2\frac{1}{3}$ Thlr.; jedesmal 20 Aepfel und

24 Birnen für 7 Sgr. Wie viel Aepfel hatte sie und wie viel Birnen?

103) Für 7 Ctr. weniger 12 Pfd. Flachs giebt Jemand $36\frac{1}{2}$ Thlr. baar und noch 3 Ctr. $66\frac{1}{4}$ Pfd. Hanf, den Ctr. à $9\frac{1}{6}$ Thlr.; wie hoch kam der Ctr. Flachs zu stehen?

104) Ein Hund läuft einem Hasen nach; der Hase hat 88 Sprünge vor dem Hund voraus; so oft der Hund 5 Sprünge macht, macht der Hase 6, und 3 Sprünge des Hundes sind so groß wie 8 Sprünge des Hasen; in wie viel Sprüngen wird der Hund den Hasen einholen?

105) Jemand kauft mehrere Quart Wein, zusammen für 48 Thlr.; so oft er 4 Qrt. desselben jedes Qrt. mit $15\frac{1}{2}$ Sgr. bezahlt, giebt er für das fünfte und sechste Qrt. 17 Sgr.; wie viel Qrt. Wein hat er gekauft?

106) Ein Herr verspricht seinem Diener nebst der Livree noch jährlich $26\frac{1}{2}$ Thlr. Lohn. Nach 36 Wochen bekommt der Diener seinen Abschied und erhält als Lohn für diese Zeit die Livree und 14 Thlr. baares Geld. Wie hoch ist die Livree angerechnet worden?

107) Ein Herr verspricht seinem Diener jährlich einen gewissen Lohn und für ein Kleid $14\frac{1}{8}$ Thlr.; nach 24 Wochen bekommt der Diener den Abschied und erhält 20 Thlr. Lohn und ein Kleid das $12\frac{1}{4}$ Thlr. werth war; wie viel betrug der jährlich versprochene Lohn?

108) Ein Herr verspricht seinem Diener jährlich 30 Thlr. Lohn und ein Kleid; nach 12 Wochen bekommt der Diener den Abschied und erhält $4\frac{3}{4}$ Thlr. weniger Lohn, als das versprochene Kleid angerechnet worden; wie hoch wurde das Kleid gerechnet?

109) Jemand kauft Roggen und Gerste, zusammen 25 Wspl., jeden Wspl. Roggen um 48 Thlr., jeden Wspl. Gerste um 36 Thlr.; der Roggen kostet im Ganzen eben so oft mal 8 Thlr., als

die Gerste 7 Thlr. kostet; wie viel Wspl. waren es von jeder Getreideart und was kostete jede derselben?

110) Jemand kauft 12 Pfd. Zucker und 15 Pfd. Kaffee, zusammen für 6 Thlr.; ein Anderer kauft, zu gleichen Preisen, 36 Pfd. Zucker und 75 Pfd. Kaffee, zusammen für 24 Thlr.; wie viel kostete 1 Pfd. Zucker und 1 Pfd. Kaffee?

111) Von drei Stücken Leinewand, A, B, C, hält A 36 Ellen weniger als $1\frac{1}{2}$ mal so viel als B, B 9 Ellen weniger als $1\frac{1}{4}$ mal so viel als C, jede Elle kostet $7\frac{1}{2}$ Sgr. und alle drei Stücke zusammen 171 Thlr.; wie viele Ellen hält jedes Stück, und wie viel ist für jedes bezahlt worden?

112) Jemand kauft zweierlei Zeuge, 120 Ellen vom ersten und 100 Ellen vom zweiten, zusammen für 630 Thlr., vom ersten erhielt er für $4\frac{2}{3}$ Thlr. eben so viel als vom andern für 7 Thlr.; wie viel kostete die Elle von jeder Sorte?

113) Ein Schlächter kauft 100 Schaafe für 200 Thlr., worunter große und kleine sind; die großen kosten zusammen 8 Thlr. mehr als die kleinen und es sind 10 große weniger als kleine; wie viel sind es große Schaafe und wie viel kleine? wie viel kostet das Stück von jeder Sorte?

114) Vier Wasserröhren von verschiedener Größe füllen 4 gleich große Gefäße; die erste füllt ihr Gefäß in $\frac{1}{4}$ Std., die zweite in $\frac{1}{2}$ Std., die dritte in $\frac{3}{4}$ Std. und die vierte in einer Std. In welcher Zeit können alle vier Röhren zusammen Ein Gefäß von derselben Größe füllen?

115) Man soll zwei Zahlen angeben, deren Summe 108 und deren Differenz 44 ist.

116) Jemand wird gefragt, wie alt seine Tochter sei; er antwortete: als sie geboren worden, sei seine Frau 25 Jahr alt gewesen, er sei aber 6 Jahr älter als seine Frau, und die Zahl der Jahre aller drei zusammen betrage 100; wie alt war der Vater, die Mutter und die Tochter?

117) Jemand kauft 1 Ctr. Zucker und giebt dafür 30 Thlr. und

noch so viel, als 10 Pfd. des gekauften Zuckers kosten; wie theuer bezahlt er das Pfd. Zucker?

118) Für 100 Pfd. Taback giebt Jemand $90\frac{1}{2}$ Thlr. weniger so viel, als $4\frac{1}{2}$ Pfd. kosten; was kostet 1 Pfd.?

119) Es trägt einer eine gewisse Summe Geldes zu Markte um daraus Leinewand zu kaufen; kauft er 50 Ellen, so bleiben ihm noch 2 Thlr. übrig; kauft er aber 70 Ellen, so fehlen ihm gerade 2 Thlr; wie viel Geld hatte er und was kostet die Elle Leinewand?

120) Jemand kauft ein Stück Tuch; so viel ihm 16 Ellen weniger kosten als 94 Thlr., eben so viel kosten 12 Ellen weniger als 72 Thlr.; wie viel kostet die Elle?

121) Jemand kauft 20 Flaschen Wein, und noch so viel, als er um 5 Thlr. bekommt und bezahlt für allen Wein zusammen 26 Thlr., weniger so viel, als 2 Flaschen des Weines kosten; wie viel kostet die Flasche?

122) Einer kauft mehrere Pfd. einer Waare: für 9 Thlr. weniger so viel, als 6 Pfd. kosten, bekommt er 15 Pfd., weniger so viel, als es für 3 Thlr. giebt; wie viel Pfd. bekommt er demnach für 60 Thlr. weniger so viel, als 9 Pfd. kosten, und was kostet 1 Pfd. der Waare?

123) Ein Kaufmann erhält mehrere Ctr. Pfeffer, und verkauft ihn, den Ctr. zu 35 Thlr.; da er 140 Thlr. daraus löst, hat er im Ganzen so viel Gewinn, als ihm 1 Ctr. gekostet hat; wie viel Ctr. waren es und was hat der Ctr. gekostet?

124) Ein anderer verkauft einen Vorrath von Kaffee, jede 12 Pfd. um $3\frac{2}{3}$ Thlr. und nimmt dafür ein 157 Thlr. und noch so viel als 9 Pfd. kosten; wie viel Kaffee war es an Gewicht, und wie viel ist im Ganzen dafür eingenommen worden?

125) Für $348\frac{1}{2}$ Pfd. einer Waare giebt man 130 Thlr. weniger so viel, als $13\frac{1}{4}$ Pfd. derselben Waare kosten; wie viel kostet die Waare im Ganzen und jedes Pfund?

126) Aus einer gewissen Summe Geldes will Einer Zeug kaufen;

nimmt er 53 Ellen, so bleiben ihm $2\frac{1}{2}$ Thlr. übrig, nimmt er aber $59\frac{1}{2}$ Elle, so bleiben ihm 1 Thlr. 5 Sgr. Wie viel kostete die Elle und wie viel Geld war es?

127) 4 Officiere, 6 Unterofficiere und 8 Gemeine haben 500 Thlr. unter sich zu vertheilen. Jeder Offizier bekommt 10 Thlr. mehr, als ein Unterofficier, und jeder Unterofficier 8 Thlr. mehr, als ein Gemeiner; wie viel bekommt jeder?

128) Ein Courier reist von einem Orte ab und macht täglich $4\frac{1}{2}$ Meile; 12 Tg. nachher wird ihm ein Anderer nachgeschickt, der täglich 9 Meilen macht; wann wird er den ersten einholen?

129) A. verreist und macht täglich 5 Meilen; B. reist ihm von demselben Orte aus nach, macht täglich $6\frac{1}{2}$ Meilen und holt den A. nach $3\frac{2}{3}$ Tagen ein; wie lange ist B. nach A. abgereist?

130) A. verreist und macht täglich 7 Meilen. $8\frac{3}{4}$ Tg. nach ihm reist B. von demselben Orte ab und holt ihn in 9 Tg. ein; wie viele Meilen legt B. täglich zurück?

131) Zwei Städte X. und Y. sind 100 Meilen von einander entfernt; von X. reist Einer nach Y. und legt täglich 6 Meilen zurück; zu derselben Zeit reist ein Anderer von Y. ab nach X. und legt täglich $7\frac{1}{4}$ Ml. zurück; wo werden sie einander begegnen?

132) Die Entfernung von X. nach Y. betrage 150 Meilen; von X. reist Jemand nach Y. und legt täglich $5\frac{3}{4}$ Ml. zurück; 5 Tage später reist ein Anderer von Y. ab nach X., der täglich $6\frac{1}{2}$ Meile zurücklegt; wo werden sich beide treffen?

133) A. reist von X. nach Y. und zu gleicher Zeit B. von Y. nach X. A. legt täglich 6 Meilen zurück, B. $5\frac{1}{8}$ Meilen und sie treffen sich $49\frac{1}{2}$ Meile von X.; wie weit liegt der Ort X. von Y. entfernt?

134) A. reist von X. nach Y. und nach $3\frac{1}{2}$ Tagen B. von Y. nach X.; A. legt täglich $5\frac{3}{4}$, B. $6\frac{2}{5}$ Meilen zurück; sie begegnen sich $45\frac{5}{9}$ Meilen von Y.; wie weit sind die beiden Orte von einander entfernt?

135) Die Orte X. und Y. seien 230 Meilen von einander entfernt; A. reist von X. nach Y., täglich $5\frac{5}{6}$ Meilen, und B. von Y. nach X., täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen, sie treffen einander $110\frac{1}{2}$ Meil. von X.; wie lange ist der Eine vor oder nach dem Andern abgereist?

136) Die Orte X. und Y, liegen 200 Meilen von einander entfernt; A. reist von X. nach Y., täglich 6 Meilen, und B. 10 Tage später von Y. nach X.; sie treffen zusammen $67\frac{1}{3}$ Meilen von Y.; wie viele Meilen legt B. täglich zurück?

137) Um 12 Uhr stehen die Zeiger einer Uhr übereinander; wann werden sie das nächste mal wieder zusammen treffen?

138) Wie oft und wann treffen sie innerhalb 12 Stunden zusammen?

139) Ein Wechsler hat zweierlei Münzen; von der ersten machen 6 Stück einen Thaler und von der anderen gehen 12 Stück auf einen Thaler. Jemand verlangt 7 Stück für einen Thaler; wie viel bekommt er von jeder Sorte?

140) Wenn die Zeiger einer Uhr um $\frac{1}{4}$ des Umkreises des Zifferblatts von einander abstehen, bilden sie einen rechten Winkel; wann geschieht dies das erste Mal nach 12 Uhr? wenn geschieht es das zweite, dritte Mal u. s. w.?

141) Wann stehen die Zeiger einer Uhr das erste Mal nach 12 Uhr in gerader Linie? wann zum zweiten, dritten und die folgenden Male?

142) Ein Vater stirbt und hinterläßt seinen Kindern ein Vermögen von 15480 Thlr., welches, dem Testamente zufolge, unter sie gleich vertheilt werden soll. Gleich nach dem Hinscheiden des Vaters sterben aber auch $\frac{1}{3}$ seiner Kinder; wenn nun hierdurch

jedem der übrigen Kinder 1290 Thlr. mehr zufallen, als sonst geschehen wäre; wie viele Kinder mußte dieser Mann haben?

143) Jemand kauft zweierlei Tuch, zusammen 50 Ellen. Für die erste Sorte bezahlt er überhaupt 60 Thlr., für die andere 100 Thlr. und von dieser letzten Sorte hat er 9 Ellen mehr als von der ersten; wie viele Ellen sind es von jeder Sorte und was kostet die Elle von jeder Sorte?

144) Ein Vater, der 67 Jahre alt, hat einen Sohn von 19 Jahren; wie lange müssen beide noch leben, bis der Vater gerade 2mal so alt sein wird, als der Sohn?

145) Ein Kaufmann bezieht aus einem Handlungshause 8 Centner Kaffee und 3 Centner Zucker, zusammen für 1220 Thlr.; ein anderes Mal bezieht er zu denselben Preisen 6 Centner Kaffee und 9 Ctr. Zucker für 1637 Thlr.; was kostet der Centner jeder Waare?

146) A. kauft dem B. $\frac{1}{2}$ Ctr. Kampfer ab, das Pfd. zu $5\frac{1}{4}$ Thlr., und giebt ihm dafür Zucker, 100 Pfd. zu 35 Thlr. 6 Sgr.; wie viel Zucker bekommt B.?

147) Wenn Frd'or. à 5 Thlr. $10\frac{2}{3}$ Proc. besser stehen als Cour.; wie viel machen $32\frac{1}{2}$ Frd'or. in Courant?

148) Wenn man für 9 Frd'or. 50 Thlr. 18 Sgr. 9 Pf. Cour. bekommt, um wie viel Proc. stehen die Frd'or. besser als Cour.?

149) Wenn Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr. $17\frac{1}{4}$ Proc. besser stehen als Courant; wie viel Cour. erhält man für 143 Ducaten?

150) Wenn man für 4 Ducaten 12 Thlr. $29\frac{1}{3}$ Sgr. Cour. bekommt; um wie viel Proc. stehen die Ducaten besser als Courant?

151) Von einer Waare kostet einem Kaufmann das Pfund mit sämmtlichen Unkosten 12 Sgr. 6 Pf., er verkauft es zu 13 Sgr. 6 Pf.; wie viel hat er am Centner gewonnen?

152) Wenn der Ctr. einer Waare mit allen Unkosten 15 Thlr. $16\frac{3}{4}$ Sgr. kostet und das Pfd. für 3 Sgr. 9 Pf. verkauft wird; wie groß ist der Verlust Proc. (d. h. wie viel verliert man an jeden 100 Thlr., die die Waare kostet)?

153) Jemand verkauft das Pfd. einer Waare für 8 Sgr. 6 Pf. und gewinnt dabei $16\frac{1}{2}$ Proc.; wie theuer hat er den Ctr. eingekauft?

154) Wenn man 1 Pfd. Waare für $15\frac{1}{2}$ Sgr. verkauft, so verliert man $2\frac{1}{8}$ Proc.; wie theuer muß man das Pfd. verkaufen, um $4\frac{1}{4}$ Proc. zu gewinnen?

155) Wie theuer muß man das Pfd. verkaufen, wenn der Ctr. $12\frac{1}{2}$ Thlr. gekostet hat und man $8\frac{3}{8}$ Proc. gewinnen will?

156) Ein Buch, wovon der Ladenpreis 6 Thlr. 20 Sgr. ist, kaufe ich für 5 Thlr. 15 Sgr.; wie viel Proc. Rabatt giebt der Buchhändler?

157) Es kauft Jemand in London Zinn, den Ctr. zu 3 L. 10 Sh. Sterl. Die Kosten bis Hamburg betragen $2\frac{1}{2}$ Proc.; wie viel kostet 1 Ctr. in Hamburg, wenn alles genau nach den Verzeichnissen der Münzen und Gewichte berechnet wird?

158) Der Durchmesser eines Kreises verhält sich zum Umfange desselben, wie 100 zu 314; wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 3 Fuß 8 Zoll beträgt?

159) Wie groß ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang 46 Fuß $10\frac{1}{2}$ Zoll beträgt?

160) Ein Wagenrad ist $5\frac{2}{5}$ Fuß hoch, wie oft läuft es auf 1 Meile Weges herum, die Meile zu 24000 Fuß gerechnet?

161) Den Umfang der Sonne, des Mondes und eines jeden Planeten, nach den (Seite 127. Aufgabe 60.) zu findenden Angaben zu berechnen.

162) Die Hälfte einer aufzuführenden Mauer haben 10 Maurer in 6 Tagen gemacht. Man dankt nun 3 Maurer ab; in wie viel Tagen werden die übrigen mit der zweiten Hälfte der Mauer fertig werden?

163) Jemand hat einen Eimer Wein für 54 Thlr. gekauft, vermischt den Wein mit Wasser, verkauft ihn für den Einkaufspreis,

preis, und gewinnt 15 Thlr. daran; wie viel Wein hat er verkauft?

164) Einer kauft 12 Pfd. Zucker und 16 Pfd. Kaffee, zusammen für $6\frac{1}{2}$ Thlr.; das Pfd. Zucker kostet 3 Sgr. mehr, als das Pfd. Kaffee; was kostet 1 Pfd. jeder Sorte?

165) Ein ausgeliehenes Kapital ist in 5 Jahren durch die Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ Proc. zu 6400 Thlr. angewachsen; wie groß war dies Kapital gewesen?

166) Es verkauft Jemand den Ctr. einer Waare für 9 Thlr. 12 Sgr. und gewinnt daran $10\frac{1}{2}$ Proc.; wie theuer hat er das Pfd. bezahlt?

167) A. kauft Waare, 4 Pfd. für 3 Thlr., verkauft dieselbe, 5 Pfd. für 4 Thlr. und gewinnt 58 Thlr. daran; wie viel Pfd. hat er gekauft?

Umgekehrte Regel de tri *).

(§. 299 — 301.)

1) 9 Mann können mit einer gewissen Arbeit in 13 Wochen fertig werden; wie lange werden 5 Mann dazu gebrauchen?

2) Zu einem Festungsbau brauchen 350 Soldaten 10 Monate; wie viel Mann sind erforderlich, um denselben Bau in $8\frac{3}{4}$ Mon. zu vollenden?

3) Zu einem Festungsbau brauchen 320 Soldaten 12 Monate; wie lange werden 230 Mann dazu gebrauchen?

4) A. leiht dem B. 2000 Thlr. ohne Zins auf 6 Monate, wie lange muß B. dem A. wieder 5400 Thlr. ohne Zins leihen, damit der Vortheil auf beiden Seiten gleich groß werde?

5) A. leiht dem B. 9300 Thlr. ohne Zinsen auf 9 Mon., welche

*) Um die Aufmerksamkeit des Schülers zu üben, sind hin und wieder auch Beispiele der directen Regel de tri in diesen Abschnitt aufgenommen worden.

Summe muß B. dem A. wieder ohne Zins auf 13 Monate leihen, damit beide gleiche Vortheile genießen?

6) Jemand hat zwei gleiche Kapitalien ausgeliehen, das eine zu 4, das andere zu 5 Proc. jährlich (d. h. von 100 Thlr. Kapital erhält er vom einen jährlich 4, vom andern 5 Thlr. Zinsen); wie lange muß das erste Kapital ausstehen, um eben so viele Zinsen zu tragen, als das andere in 18 Mon.?

7) Zu einem Mantel braucht ein Schneider $7\frac{1}{2}$ Ellen $2\frac{1}{2}$ Ellen breites Tuch; wie viel $2\frac{1}{8}$ Ellen breites Tuch braucht er zu demselben Kleidungsstück?

8) Zu einem Frauenkleide braucht man $16\frac{1}{2}$ Ellen Seidenzeug, welches $\frac{7}{8}$ Ellen breit ist; wie breit müßte das Zeug sein, wenn man mit $12\frac{3}{4}$ Ellen ausreichen sollte?

9) 100 Brabanter Ellen betragen wie viele Berliner Ellen, wenn die Brabanter Elle 0,70066, die Berl. Elle 0,66693 franz. Mètre hält?

10) Eine Köln. Mark fein Silber giebt 13 russ. Rubel, und eben so 14 preuß. Thlr.; wie viel beträgt demnach 1 Rubel in preuß. Gelde?

11) Eine Festung ist für 2000 Mann auf 4 Monate verproviantirt; auf wie lange wird der Vorrath für 3100 Mann ausreichen?

12) Eine Festung hat für 1790 Soldaten auf 10 Monat Proviant, wie viele Soldaten müssen hinausgeschafft werden, damit der Vorrath auf $1\frac{1}{2}$ Jahr ausreicht?

13) 6 Maurer können mit einer gewissen Arbeit in 8 Tagen fertig werden, in wie viel Tagen werden 8 Maurer damit zu Stande kommen?

14) Wenn 12 Arbeiter mit einer Arbeit in 14 Tagen fertig werden, wie viele Arbeiter sind erforderlich, um sie in 8 Tagen zu vollenden?

15) Jemand, der täglich $5\frac{1}{2}$ Meile zurücklegt, kommt an das Ziel

seiner Reise in 20 Tagen; in wie viel Tagen würde er eben dahin kommen, wenn er täglich nur $4\frac{3}{8}$ Meilen zurücklegte?

16) Jemand, der täglich $4\frac{5}{6}$ Meilen zurücklegt, gelangt an das Ziel seiner Reise in 18 Tagen; wie viele Meilen muß er täglich machen, wenn er schon nach 12 Tagen ankommen soll?

17) Auf einen Grad des Erdäquators gehen 15 geographische Ml., und eben so $69\frac{3}{25}$ engl. Ml.; wie viele engl. Ml. gehen demnach auf 100 geogr. Ml.?

18) Wenn der Schfl. Korn 2 Thlr. gilt, so muß ein Brod von bestimmtem Preise $1\frac{3}{8}$ Pfd. wiegen; wie schwer muß es sein, wenn der Schfl. 1 Thlr. 10 Sgr. kostet?

19) Wenn 1 Schfl. Getreide 1 Thlr. 17 Sgr. kostet, so muß ein Brod von bestimmtem Preise $2\frac{1}{2}$ Pfd. schwer sein; wie viel muß wohl der Schfl. Getreide gelten, wenn dasselbe Brod $2\frac{5}{8}$ Pfund schwer sein soll?

20) Wenn zu einem Kleide $3\frac{3}{8}$ Ellen $\frac{7}{4}$ Ellen breites Tuch erforderlich sind, wie viel Ellen $\frac{9}{4}$ Ellen breites Tuch wird man dazu nöthig haben?

21) Zu gewissen Kleidungsstücken braucht man $12\frac{3}{8}$ Ellen Tuch, welches $1\frac{7}{8}$ Ellen breit ist; wie viel $\frac{9}{4}$ Ellen breites Tuch wird dazu erforderlich sein?

22) Wie viel betragen 100 preuß. Meilen in deutschen oder geographischen Meilen, wenn erstere 7532, letztere aber 7412 französische Mètres enthält?

23) Wie viel betragen 1749 nordamerikanische Dollars in preuß. Cour., wenn 9,72 Doll. auf eine Köln. Mark fein Silber, und eben so 14 preuß. Thlr. auf eine Köln. Mark f. S. gehen?

24) 100 engl. Yards betragen wie viele Leipziger Ellen, wenn 1 Yard = $405\frac{1}{2}$, 1 Leipz. Elle = $250\frac{3}{5}$ Pariser Linien ist?

25) Der Berliner Schfl. enthält 54,961 franz. Litres, der hannoveranische Himt 31,1 Litres, wie viel Berliner Schfl. betragen demnach 100 Himten?

26) Ein Goldschmid hat 10 Mark 12löthiges Silber; er vermischt $3\frac{1}{2}$ Mark Kupfer damit; wie viel löthig wird das Silber nun sein?

27) Aus $5\frac{1}{2}$ Mark 15löthigem Silber will ein Juwelier 12löthiges Silber machen, wie viel Kupfer muß er damit vermischen?

28) Wenn von 10löthigem Silber aus einer Mark 52 Stücke einer Münze geprägt werden, wie viel Stücke müssen aus der Mark geprägt werden, wenn das Silber 12löthig ist, und die Mühzen denselben Werth haben sollen?

29) Wenn von $8\frac{3}{4}$ löthigem Silber aus der Mark 140 Stücke einer Münze geprägt werden, wie viel löthig muß das Silber sein, wenn, bei gleichem Werthe der Münze, nur 115 Stücke aus einer Mark geprägt werden?

30) Das Silber der preuß. $\frac{1}{3}$ Thlr. Stücke ist $10\frac{2}{3}$ löthig und aus einer Mark dieses Silbers werden 28 Stück geschlagen; wie viel löthig müßte das Silber sein, wenn nur 24 Stück aus 1 Mark sollten geprägt werden?

31) Jemand reicht mit seinem Gelde noch $12\frac{1}{2}$ Wochen aus, wenn er täglich $12\frac{2}{3}$ Sgr. ausgiebt; wie viel kann er täglich ausgeben, wenn er nur 9 Woch. 3 Tg. damit auszureichen braucht?

32) Aus $6\frac{1}{2}$ Wspl. Roggen wurden 165 siebenpfündige Brode gebacken; wie viel fünfpfündige Brode hätte man daraus backen können?

33) Von einem Zeuge, das $\frac{7}{4}$ Ellen breit ist, gebraucht man zu einem gewissen Zwecke $5\frac{7}{8}$ Ellen; wie viel würde man davon gebrauchen, wenn es $1\frac{1}{2}$ Ellen breit wäre?

Für 500 Pferde hat man Hafer für eine gewisse Zeit, bei

einer täglichen Ration von $2\frac{3}{4}$ Metzen für jedes Pferd; wie viele Pferde wird man abschaffen müssen, damit man eben so lange ausreicht bei einer täglichen Ration von $3\frac{2}{3}$ Mtz.?

35) Für 1450 Pferde hat man Häfer für eine gewisse Zeit, bei einer täglichen Ration von $2\frac{1}{2}$ Metzen für jedes Pferd; wie viel kann man aber jedem Pferde täglich geben, wenn 125 Pferde abgeschafft werden, und man doch nur eben so lange ausreichen will?

36) Wenn Jemand täglich $4\frac{1}{4}$ Meilen geht, so gelangt er nach $17\frac{1}{2}$ Tagen an einen bestimmten Ort hin; wie viele Meilen muß er täglich gehen, wenn er 3 Tage früher ankommen will?

37) Wenn 8 Arbeiter mit einer Arbeit in 15 Monaten fertig werden, wie viele Arbeiter muß man anstellen, um dieselbe Arbeit schon nach 4 Monaten zu vollenden?

38) Wenn 4 Arbeiter in 5 Tagen 48 Schachtruthen Erde ausgraben, wie viel Arbeiter sind erforderlich, um eben so viel in 4 Tagen heraus zu bringen?

39) Ein Fuhrmann fährt 12 Ctr. 58 Pfd. Waare für ein gewisses Geld 32 Meilen weit; wie weit wird er $9\frac{3}{4}$ Ctr. für dasselbe Geld fahren?

40) Ein Fuhrmann fährt 9 Ctr. $13\frac{1}{2}$ Pfd. für ein gewisses Geld 23 Meilen weit; wie viel wird er für dasselbe Geld 36 Meilen weit fahren?

41) Von einer gewissen Menge Garn bekommt man 92 Ellen $\frac{6}{4}$ Ellen breite Leinewand; wie viele Ellen wird man erhalten, wenn die Leinewand $\frac{7}{4}$ Ellen breit sein soll?

42) In einem Magazine ist für 3650 Mann Vorrath auf $1\frac{1}{2}$ Jhr.; wie lange werden 4000 Mann mit diesem Vorrathe auskommen?

43) In einem Magazin sind 10756 Rationen Hafer vorräthig,

wenn jedes Pferd täglich $2\frac{3}{4}$ Metzen bekommt; wie viele Rationen zu $3\frac{1}{3}$ Mtz. sind dies?

44) Ein Goldarbeiter mischt $3\frac{1}{2}$ Mk. Kupfer zu 21 Mk. 12löthigem Silber; wie viel löthig wird nun das Silber sein?

45) Als der Schfl. Korn $2\frac{3}{4}$ Thlr. galt, wog ein Zweigroschenbrod 2 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Loth; wie viel muß dasselbe Brod wiegen, wenn der Getreidepreis $1\frac{1}{2}$ Thlr. ist?

46) Auf eine feine Mark Gold gehen 68,1134 holländische Ducaten, und 38,7692 preuß. Friedrichsd'or; wie viel betragen demnach 100 Fr.d'or in Ducaten?

47) Eine Hamb. Mark wiegt $190\frac{3}{4}$ holl. Aß, 1 Thlr. preuß. $463\frac{1}{4}$ Aß, und beide sind von gleichem Gehalt, d. h. Feinheit des Silbers; wenn nun von ersterer Münze die rauhe Mark $25\frac{1}{2}$ Stück giebt, wie viel Stück muß die rauhe Mark von letzterer Münze geben?

48) Die russische Arschine hält $315\frac{2}{5}$ franz. Linien, die Brabanter Elle $306\frac{1}{2}$ franz. Linien; um wie viel Procente ist erstere größer, als letztere, d. h. 100 Arschinen machen wie viel über 100 Brabant. Ellen?

49) Um eine Landstraße mit Bäumen zu besetzen, braucht man 2800 Stück, wenn die Bäume 12 Fuß aus einander stehen sollen; wie viel Bäume wird man dazu nöthig haben, wenn man sie nur 10 Fuß weit aus einander setzt?

50) Verwendet man täglich $10\frac{3}{8}$ Std. auf eine bestimmte Arbeit, so ist sie in $23\frac{1}{2}$ Tg. fertig; wie lange muß man täglich daran arbeiten, wenn sie schon nach 18 Tg. fertig sein soll?

51) Eine Festung, die 5000 Mann Besatzung hat, ist auf 2 Monate mit Proviant versehen, wenn der Mann täglich 2 Pfd.

Brod erhält. Wie viel Brod kann der Mann täglich erhalten, wenn die Festung sich noch $3\frac{1}{3}$ Mon. halten soll, ohne frischen Vorrath zu bekommen?

52) Wie viel Schfl. Weizen zu 1 Thlr. 20 Sgr. kostet eben so viel, als 19 Schfl. 10 Mtz. Roggen zu 1 Thlr. 5 Sgr. der Scheffel?

53) Zu 30 Quart Wein, das Quart zu 22 Sgr., werden 9 Quart Wasser gegossen; wie viel ist nun das Quart noch werth?

54) Jemand hat $56\frac{1}{2}$ Quart Wein à 1 Thlr. 10 Sgr.; wie viel Wasser muß er dazu gießen, damit er das Quart zu 1 Thlr. verkaufen kann?

55) Einer kauft $3\frac{1}{2}$ Ellen $\frac{9}{4}$ Ellen breites Tuch zu einer Decke; wie viele Ellen $\frac{6}{4}$ Ellen breite Leinewand zu Futter braucht er, wenn sie ganz damit überzogen werden soll?

56) A. leiht dem B. $2\frac{1}{2}$ Jahr lang, ohne Zinsen, ein Kapital von 500 Thlr.; wie lange muß B. dem A. 300 Thlr., ohne Zinsen, leihen, damit keiner Schaden davon habe?

57) Wenn C. täglich $2\frac{2}{3}$ Thlr. ausgiebt, so macht er jährlich 150 Thlr. Schulden; wie viel muß er täglich ausgeben, um jährlich 100 Thlr. zu ersparen?

58) Von 10540 Thlr. Kapital zieht man gewisse Zinsen in $1\frac{3}{4}$ Jahr; wie groß muß das Kapital sein, wenn man eben so viele Zinsen in 5 Mon. davon ziehen will?

59) Von 6731 Thlr. Kapital zieht man gewisse Zinsen in $14\frac{1}{2}$ Monat; in welcher Zeit wird man von 5940 Thlr. Kapital eben so viel Zinsen ziehen?

60) Die preuß. Fr.d'or nach dem Passirfuß und die franz. Schild-L.d'or sind beide aus $21\frac{2}{3}$ karätigem Golde geprägt, von ersteren wiegt das Stück 136,6 holl. Aß, von letzteren 169,1 holl. Aß; wie viel betragen demnach 1000 franz. L.d'or in preuß. Fr.d'or?

61) Eine englische Krone oder ein Fünfschillingstück wiegt 623,6 holl. Aß, ein holl. Dreiguldenstück $656\frac{1}{2}$ Aß; wenn nun 7,8 engl. Kronen auf eine rauhe Mark von $14\frac{2}{3}$ löthigem Silber gehen, wie viel holl. Dreiguldenstücke müssen aus einer rauhen Mark von demselben Gehalte geprägt werden?

62) Beschäftigen sich 12 Personen mit einer Arbeit täglich $10\frac{1}{2}$ Std., so ist sie in 30 Tagen fertig; wie lange müssen 15 Personen täglich daran arbeiten, damit sie in derselben Zeit fertig werde?

63) Wenn 20 Personen an einer Arbeit täglich 10 Std. arbeiten, so ist sie in $12\frac{1}{2}$ Tagen fertig; wie viele Personen müssen daran arbeiten, um sie bei 8 Std. täglicher Arbeit in derselben Zeit zu Ende zu bringen?

64) Es hat Jemand einen Vorrath von Hafer und Heu, der für 10 Pferde auf 15 Wochen ausreicht; nach 3 Wochen verkauft er 4 Pferde; wie lange wird er die übrigen Pferde mit diesem Vorrathe noch füttern können?

65) Die preuß. Thaler werden aus 12löthigem Silber geschlagen, und 1 Stück wiegt $463\frac{1}{4}$ holl. Aß; wie viel muß ein Achtgroschenstück wiegen, wenn das darin enthaltene Silber $10\frac{2}{3}$ löthig ist?

66) Der gesetzliche Gehalt der preuß. Fr.d'or ist $21\frac{3}{4}$ Karat, und es sollen $38\frac{3}{5}$ Stück 1 feine Mark Gold enthalten; wie viel Stück gehen aber auf die feine Mark nach dem Passirfuße von $21\frac{2}{3}$ Karat?

67) Von $\frac{6}{4}$ breitem Kattun braucht man zu einem Kleide $10\frac{1}{8}$ Ellen; wie viele Ellen sind erforderlich, wenn derselbe $\frac{4}{4}$ breit ist?

68) In einer Mühle können $118\frac{1}{4}$ Schfl. auf 8 Mahlgängen in $3\frac{1}{2}$ Tagen gemahlen werden; wie lange wird man an 28 Wspl. $16\frac{3}{8}$ Schfl. auf 5 Mahlgängen zu mahlen haben?

69) 12 Mann machen in 4 Wochen einen Graben, der $327\frac{3}{4}$ Fuß lang ist; wie viel Mann werden in $8\frac{1}{2}$ Wochen einen Graben auswerfen, der eben so breit und tief, aber 779 Fuß lang ist?

70) Zur Belegung eines Fußbodens brauchte man $86\frac{3}{4}$ Ellen $2\frac{1}{4}$ Ellen breites Tuch; wie breit müßte das Tuch sein, von dem 90 Ellen zu demselben Zwecke erforderlich wären?

71) Ein Acker ist mit 15 Pflügen in $6\frac{1}{2}$ Tagen gepflügt worden; wie lange haben 25 Pflüge damit zu thun?

72) Wie viel Mann beendigen eine Arbeit in $12\frac{3}{4}$ Tagen, mit der 16 Mann 24 Tage beschäftigt waren?

73) Jemand reicht mit seinem Gelde einen Monat (von 30 Tagen), wenn er täglich $7\frac{3}{4}$ Sgr. ausgiebt; wie viel darf er täglich ausgeben, wenn er nur 18 Tage lang damit auskommen will?

74) Jemand braucht zu einem Kleide $11\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{6}{4}$ Ellen breites Zeug; wie viel $\frac{7}{4}$ Ellen breites muß er haben?

75) Wenn der Bushel (Scheffel) in London 1831,7 franz. Kubikzoll, der Getreide-Scheffel in Hamburg aber 5312 franz. Kubikzoll hält, wie viel Procent ist das Hamburger Maaß größer?

76) Das preuß. Pfund hält 9728 holl. Aß, das Hamburger Pfund 10080 holl. Aß; wie viel Berliner Pfunde geben 100 Hamburger Pfund?

77) Eine belagerte Festung, die 1200 Mann Besatzung hat, ist auf $2\frac{3}{4}$ Jahr verproviantirt; nach 5 Monat 21 Tagen wird dieselbe entsetzt und erhält 1000 Mann Verstärkung; auf wie lange reicht nun der Vorrath noch aus?

78) Wenn ein Pferd täglich $3\frac{1}{3}$ Mtz. Hafer erhält, so ist für 1050 Pferde auf eine gewisse Zeit Vorrath vorhanden; wie viel Pferde wird man eben so lange unterhalten können, wenn die Ration täglich $2\frac{1}{2}$ Mtz. beträgt?

79) In einem Magazine sind vorräthig: $6321\frac{1}{2}$ Rationen Hafer à $2\frac{1}{2}$ Mtz., Heu à 6 Pfd. und Stroh à 8 Pfd. Es sind hiervon in 3 Lieferungen weggegeben: 320 Rationen Hafer à 3 Mtz., Heu à $5\frac{1}{2}$ Pfd., Stroh à 7 Pfd.; 120 Rationen Hafer à $2\frac{1}{2}$ Mtz., Heu à $5\frac{1}{2}$ Pfd., Stroh à 8 Pfd.; 632 Rationen Hafer à $3\frac{1}{4}$ Mtz., Heu à 4 Pfd. und Stroh à 6 Pfd. Wie viele Rationen Hafer à $3\frac{1}{2}$ Mtz., Heu à 4 Pfd. und Stroh à $6\frac{1}{2}$ Pfd. können noch aus dem Bestande geliefert werden?

80) Nach den Münzverzeichnissen sollen folgende Silbermünzen in preuß. Courant berechnet werden: a) ein baierscher Kronenthaler; b) ein dänischer Reichsthaler-Species; c) ein französischer Franken; d) ein englischer Schilling; e) eine Hamburger Mark; f) ein Scudo romano; g) ein holländischer Gulden; h) eine portugiesische Crusade zu 480 Reis; i) ein russischer Rubel; k) ein schwedischer Speciesthaler; l) ein spanischer Piaster (Peso duro) à 20 Rvn.

Aufgaben

über die zusammengesetzte Regel de tri und den Kettensatz.

(§. 302 — 303.)

1) Wenn 4 Arbeiter in 10 Tagen 12 Thlr. Lohn bekommen; wie viel erhalten 9 Arbeiter in 15 Tagen?

2) Um 20 Ctr. Waaren 12 Meilen weit zu fahren, verlangt der Fuhrmann 25 Thlr. Fracht; wie viel bekommt derselbe, wenn er 70 Ctr. 45 Meilen weit fährt?

3) Wenn 5 Arbeiter in 6 Tagen 11 Thlr. Lohn erhalten; in wie viel Tagen muß man 18 Arbeitern $39\frac{1}{2}$ Thlr. bezahlen?

4) 7 Arbeiter erhalten in 14 Tagen 76 Thlr. Lohn; wie viele Arbeiter verdienen demnach 100 Thlr. in 30 Tagen?

5) Für 12 Ctr. Waaren, die ein Fuhrmann 16 Meilen weit fährt, bezahlt man $24\frac{2}{3}$ Thlr.; wie viele Ctr. wird derselbe für 94 Thlr. 65 Meilen weit fahren?

6) Für 8 Ctr. 72 Pfd. Waaren, die ein Fuhrmann 36 Meilen weit fährt, bezahlt man ihm $32\frac{1}{2}$ Thlr.; wie weit wird derselbe $13\frac{3}{4}$ Ctr. für $68\frac{2}{3}$ Thlr. fahren?

7) 3000 Thlr. Kapital tragen $3\frac{1}{2}$ Jahren 472 Thlr. Zinsen; wie viele Zinsen tragen demnach $9231\frac{1}{2}$ Thlr. in $1\frac{1}{2}$ Jahr.?

8) 550 Thlr. tragen in $\frac{3}{4}$ Jahren 18 Thlr. Zinsen; welches Kapital wird diesemnach in $8\frac{1}{2}$ Jahren 954 Thlr. 13 Sgr. Zinsen tragen?

9) 399 Thlr. tragen in $8\frac{2}{3}$ Monat $15\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen; in welcher Zeit werden diesemnach $5779\frac{2}{5}$ Thlr. Kapital $566\frac{1}{3}$ Thlr. Zinsen tragen?

10) Eine Fläche, welche 56 Fuß lang und $43\frac{2}{3}$ Fuß breit ist, soll mit Steinen belegt werden, die $\frac{3}{4}$ Fuß lang und $\frac{2}{3}$ Fuß breit sind; wie viel Stück wird man davon nöthig haben?

11) Eine Wand, die $43\frac{2}{3}$ Fuß lang und 32 Fuß breit ist, soll mit 4 Fuß breiten Tapeten versehen werden; wie viele Ellen (à $25\frac{1}{2}$ Zoll) wird man davon gebrauchen?

12) Wenn 4 Pferde in 5 Wochen 7 Schfl. Hafer fressen; wie lange wird man mit 2 Wspl. 19 Schfl. für 13 Pferde ausreichen?

13) Wenn 9 Pferde in $3\frac{1}{2}$ Wochen 11 Schfl. 4 Mtz. Hafer bekommen; wie viel Pferde werden mit 3 Wspl. $18\frac{3}{4}$ Schfl. $12\frac{1}{2}$ Wochen lang ausreichen?

14) Wenn 100 Thlr. Kapital in $\frac{3}{4}$ Jahren 3 Thlr. 6 Sgr. Zin-

sen tragen; wie viel werden $5642\frac{1}{2}$ Thlr. in 3 Jhr. $4\frac{1}{2}$ Monat tragen?

15) Wenn 100 Thlr. in 2 Jahren $8\frac{1}{2}$ Monat $9\frac{3}{8}$ Thlr. Zinsen tragen; in wie viel Zeit werden $315\frac{3}{4}$ Thlr. 93 Thlr. Zinsen einbringen?

16) 5 Ellen $\frac{7}{4}$ Ellen breites Tuch kosten $20\frac{2}{3}$ Thlr.; wie viel werden $12\frac{1}{2}$ Ellen $\frac{9}{4}$ Ellen breites Tuch von derselben Güte kosten?

17) $9\frac{1}{2}$ Ellen $\frac{3}{4}$ Ellen breites Zeug kosten 5 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viele Ellen $1\frac{1}{2}$ Ellen breites Zeug von derselben Güte bekommt man für 23 Thlr. 18 Sgr.?

18) 9 Taglöhner dreschen täglich 12 Schock Garben aus; wie viel können 16 Taglöhner in 10 Tagen ausdreschen?

19) Wenn 8 Taglöhner in 5 Tagen 50 Schock Garben ausdreschen; in wie viel Tagen werden 12 Taglöhner mit 154 Schock 36 Garben fertig werden?

20) Wie viel Thlr. Zinsen tragen 100 Thlr. Kapital in 1 Jahr; wenn man von 3540 Thlr. Kapital in $7\frac{1}{2}$ Jahren $1194\frac{3}{4}$ Thlr. Zinsen erhalten hat?

21) Wenn 3 Personen in 5 Tagen $5\frac{1}{2}$ Thlr. Kostgeld ausgeben; wie viel werden 15 Personen in 6 Wochen 4 Tagen (die Woche à 7 Tage) ausgeben?

22) Wenn 4 Personen in 8 Tagen $12\frac{1}{3}$ Thlr. für Kostgeld brauchen; wie lange werden 15 Personen mit 156 Thlr. 18 Sgr. ausreichen?

23) $4\frac{7}{8}$ Ellen $\frac{9}{4}$ Ellen breites Tuch kosten 24 Thlr.; nun kauft man $2\frac{1}{4}$ Ellen Tuch von derselben Güte für $7\frac{1}{2}$ Thlr.; wie breit kann letzteres sein?

24) Ein Acker, der 52 Ruthen lang, $16\frac{5}{8}$ Ruthen breit ist, soll

mit Korn besäet werden; wie viel wird man nöthig haben, wenn auf 7 Quadratruthen $1\frac{1}{2}$ Metzen fallen?

25) Auf 12 Quadratruthen säet man 3 Metzen Getreide; wie lang muß der Acker sein, der 60 Ruthen breit ist und zu dem man 4 Wspl. 9 Schfl. Saamen braucht?

26) Wenn ein Soldat täglich $2\frac{1}{2}$ Sgr. Sold bekommt; wie lange wird man mit 36000 Thlr. für ein Regiment von 1200 Mann ausreichen?

27) 100 Thlr. tragen in $1\frac{3}{4}$ Jhr. $6\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen; welches Kapital wird demnach in 9 Jahren $5\frac{1}{2}$ Monat 570 Thlr. Zinsen tragen?

28) Zu wie viel Procent jährlich müssen 7543 Thlr. ausgeliehen werden, um in $6\frac{2}{3}$ Jahren 2500 Thlr. Zinsen zu tragen?

29) Wenn $8\frac{1}{2}$ Pfund Garn 40 Ellen $\frac{5}{4}$ Ellen breite Leinewand geben; wie viele Ellen $\frac{8}{4}$ Ellen breite Leinewand geben dann 20 Pfd. Garn?

30) Wenn 5 Wspl. 12 Schfl. Hafer für 10 Pferde auf 12 Wochen ausreichen; wie lange können 12 Pferde mit 9 Wspl. 15 Schfl. gefüttert werden?

31) Wenn 4 Wspl. 8 Schfl. Hafer für 9 Pferde auf 12 Wochen ausreichen; wie viele tägliche Rationen geben dann 9 Wspl. 20 Schfl. auf 15 Wochen?

32) Einem Fuhrmann, der 3 Ctr. Waaren $5\frac{1}{2}$ Meilen weit fährt, bezahlt man $2\frac{1}{2}$ Thlr.; wie viele Ctr. wird derselbe für $18\frac{1}{3}$ Thlr. $20\frac{1}{4}$ Meilen weit fahren?

33) Jemand hat zwei Kapitalien ausstehen, nämlich 700 Thlr. zu $4\frac{1}{2}$ Procent und 1240 Thlr. zu $3\frac{2}{3}$ Procent; wie lange muß letzteres ausstehen, um eben so viel Zinsen zu tragen, als das erste in 12 Jahren?

34) Ein Bote, der in 3 Stunden 2 Meilen zurücklegt, geht von A. bis B. in 24 Stunden; wie lange wird ein Anderer zu demselben Wege nöthig haben, der in $2\frac{1}{2}$ Std. $1\frac{1}{2}$ Meilen macht?

35) Wenn der Schfl. Korn $1\frac{1}{2}$ Thlr. gilt, wiegt ein Viergroschenbrod $6\frac{3}{4}$ Pfd.; wie viel wird ein Zweigroschenbrod wiegen, wenn der Schfl. Korn 2 Thlr. 18 Sgr. gilt?

36) 4000 Mann haben in einer Festung Proviant auf 16 Wochen, wenn jeder täglich 2 Pfund Brod bekommt; wie viel kann jeder täglich erhalten, wenn noch 600 Mann hinzukommen und sie 25 Wochen ausreichen sollen?

37) Wenn 1 Loth 6 Pf. kostet; wie viel muß man für $3\frac{1}{2}$ Ctr. bezahlen?

38) Wenn $5\frac{3}{4}$ Ctr. einer Waare 96 Thlr. kosten; wie hoch kommt 1 Loth zu stehen?

39) Ein Bogen Schreibpapier kostet 2 Pf.; wie viel bezahlt man für 1 Ballen?

40) Wenn $2\frac{1}{2}$ Ballen Schreibpapier $68\frac{1}{3}$ Thlr. kosten; wie viel kostet 1 Bogen?

41) Wenn 5 Arbeiter, die täglich 8 Std. arbeiten, in 12 Tagen einen Garten umgraben, der 12 Ruthen lang und 9 Ruthen breit ist; in wie viel Tagen werden 9 Arbeiter, die täglich 10 Std. arbeiten, einen Garten umgraben, welcher 18 Ruthen lang und 10 Ruthen breit ist?

42) Wenn 6 Arbeiter, die täglich 9 Std. arbeiten, in 24 Tagen einen Garten umgraben, der 15 Ruthen lang und 12 Ruthen breit ist; wie lange werden 16 Arbeiter täglich arbeiten müssen, um in 20 Tagen einen andern Garten umzugraben, der 14 Ruthen lang und 13 Ruthen breit ist?

43) Wenn 4 Arbeiter, die täglich $11\frac{1}{2}$ Std. arbeiten, in 25 Tagen einen Garten umgraben, welcher 10 Ruthen lang und 8 Ruthen breit ist; wie viele Arbeiter werden erforderlich sein,

um einen andern Garten, der 36 Ruthen lang und 22 Ruthen breit ist, bei täglich 12stündiger Arbeit, in 15 Tagen umzugraben?

44) Wenn 8 Arbeiter, die täglich 9 Std. arbeiten, in 19 Tagen einen Garten umgraben, der 12 Ruthen lang und 8 Ruthen breit ist; wie lang muß der Garten sein, der, bei einer Breite von 20 Ruthen, von 24 Arbeitern, bei täglich 11stündiger Arbeit, in 36 Tagen umgegraben wird?

45) Ein Materialist kauft 3 Ctr. Kaffee für $98\frac{1}{2}$ Thlr. und verkauft das Pfund davon für 10 Sgr.; wie viel Procente hat er gewonnen?

46) Jemand kauft 32 Eimer Wein für 660 Thlr.; wie theuer muß er die $\frac{3}{4}$ Quartflasche verkaufen, wenn er 18 Procent daran gewinnen will?

47) Wie viel Zinsen tragen $7430\frac{1}{2}$ Thlr. zu $4\frac{1}{6}$ Proc. in 3 Jhr. $6\frac{5}{6}$ Monaten?

48) Wenn 3 Loth $2\frac{1}{2}$ Sgr. kosten; wie viel muß man für $2\frac{1}{3}$ Ctr. bezahlen?

49) Von einem $23\frac{1}{2}$ Bogen starken Werke soll eine Auflage von 2500 Exemplaren gemacht werden; wie viele Ballen Druckpapier werden dazu gebraucht werden?

50) Jemand verkauft 5 Loth Thee für $7\frac{1}{2}$ Sgr. und gewinnt dabei $15\frac{1}{2}$ Proc.; wie theuer hat er den Ctr. eingekauft?

51) Eine Mauer, die 300 Fuß lang, 15 Fuß hoch und $1\frac{1}{2}$ Fuß dick ist, kostet 3500 Thlr.; wie viel wird demnach eine andere Mauer kosten, die 520 Fuß lang, $16\frac{3}{4}$ Fuß hoch und $1\frac{3}{4}$ Fuß dick ist?

52) Wenn Jemand täglich 1 Sgr. 9 Pf. erspart; wie viel wird die Ersparniß in 7 Jahren $3\frac{2}{5}$ Monat betragen (den Monat zu 30 Tagen)?

53) Wenn 9 Arbeiter einen Graben, der 12 Fuß breit, 7 Fuß tief und 43 Fuß lang ist, in $5\frac{3}{4}$ Tagen aufwerfen; wie lange werden 20 Arbeiter mit einem Graben beschäftigt sein, der 125 Fuß lang, $9\frac{1}{2}$ Fuß breit und 8 Fuß tief ist?

54) Wenn 5 Arbeiter, die täglich 7 Std. arbeiten, einen Graben von 36 Fuß Länge, 18 Fuß Breite und 6 Fuß Tiefe in 8 Tagen aufwerfen; wie lang wird der Graben werden, den 12 Arbeiter, die täglich 9 Std. arbeiten, in 16 Tagen aufwerfen, wenn er 12 Fuß breit und 8 Fuß tief werden soll?

55) Ein Graben, der 40 Fuß lang, 4 Fuß tief und 8 Fuß breit ist, wurde von 6 Arbeitern, die täglich 8 Std. arbeiteten, in 12 Tagen vollendet; wie viele Stunden müssen 10 Arbeiter täglich arbeiten, wenn ein Graben, der 360 Fuß lang, $2\frac{1}{3}$ Fuß tief und $4\frac{3}{4}$ Fuß breit ist, in 18 Tagen zu Stande gebracht werden soll?

56) Welches Kapital trägt in $9\frac{3}{4}$ Jahren, zu $4\frac{2}{3}$ Proc. $3214\frac{1}{4}$ Thlr. Zinsen?

57) Zu wie viel Procent müssen 6580 Thlr. ausgeliehen werden, wenn sie in $6\frac{1}{2}$ Jahren $1580\frac{4}{5}$ Thlr. Zinsen tragen sollen?

58) Wie viele Arbeiter werden zu einem Graben erfordert, der 120 Fuß lang, 5 Fuß tief und 5 Fuß breit ist, und in 12 Tagen, bei täglich $11\frac{1}{4}$-stündiger Arbeit, fertig werden soll; wenn 6 Arbeiter in 3 Tagen, bei täglich 8 Stunden Arbeit, einen Graben, der 2 Fuß tief, 4 Fuß breit und 40 Fuß lang ist, ausführen können?

59) Eine Mark 12löthiges Silber kostete $10\frac{1}{2}$ Thlr.; wie viel werden 39 Mrk. 10 Loth $14\frac{2}{3}$ löthiges Silber kosten?

60) Wenn 8 Loth $12\frac{1}{2}$löthiges Silber für $7\frac{1}{6}$ Thlr. verkauft wird; wie viel löthig wird das Silber sein, von dem $46\frac{3}{4}$ Mark $561\frac{1}{3}$ Thlr. kosten?

61)

61) 100 Thlr. tragen in $\frac{3}{4}$ Jahr $3\frac{1}{6}$ Thl. Zinsen; wie lange muß man demnach $9320\frac{1}{2}$ Thlr. ausstehen haben, um 2344 Thlr. Zinsen zu erhalten?

62) Ein Stück Land, das 22 Ruthen lang und 10 Ruthen breit ist, kostet 105 Thlr.; wie viel kostet demnach ein Stück Land, welches 39 Ruthen lang und $28\frac{1}{2}$ Ruthen breit ist?

63) 24 Ellen $\frac{3}{4}$ Ellen breites Tuch hat $84\frac{3}{4}$ Thlr. gekostet; wie viel wird man für $43\frac{1}{2}$ Ellen $1\frac{1}{2}$ Ellen breites Tuch von derselben Güte bezahlen müssen?

64) Auf ein Stück Land, das 4 Ruthen lang und 3 Ruthen breit ist, werden $6\frac{2}{3}$ Metzen Getreide gesäet; wie viel Getreide wird erfordert zu einer Länge von 36 Ruthen und einer Breite von 26 Ruthen?

65) Eine Mark Gold zu $21\frac{3}{4}$ Karat fein wird zu 35 Stück Fr.d'or à 5 Thlr. ausgeprägt; wie viel Stück Fr.d'or wird demnach eine Goldstange von $8\frac{1}{2}$ Mark à 20 Karat fein geben?

66) Die französischen 20-Francs-Stücke sind $21\frac{3}{5}$ karatig und aus 32 Grammes Gold von diesem Gehalt werden 5 Stück geprägt; wenn nun die Köln. Mark 233,85 Grammes hält, wie viel 20-Francs-Stücke können aus 12 Mark 16 karatigem Golde geprägt werden?

67) Wie viel werden 64 siebenfüßige Klafter (7 Fuß lang und breit) Holz kosten, wenn man für die sechsfüßige Klafter desselben Holzes 8 Thlr. 20 Sgr. bezahlt?

68) 12 Arbeiter, die wöchentlich 5 Tage, täglich 8 Stunden arbeiten, werfen in 6 Wochen einen Graben aus, der 212 Fuß lang, 8 Fuß breit und 5 Fuß tief ist; wie lange werden 15 Arbeiter, die wöchentlich 6 Tage, täglich 10 Stunden arbeiten, mit einem Graben beschäftigt sein, der 598 Fuß lang, $10\frac{1}{2}$ Fuß breit und $6\frac{1}{3}$ Fuß tief werden soll?

69) 12 Arbeiter, die wöchentlich 5 Tage, täglich 8 Stunden arbeiten, werfen in 6 Wochen einen Graben aus, der 212 Fuß lang, 8 Fuß breit und 5 Fuß tief ist; wie lang wird ein Graben werden, den 18 Arbeiter, die wöchentlich 6 Tage, täglich 12 Stunden arbeiten, bei 9 Fuß Breite und 6 Fuß Tiefe, in 5 Wochen 4 Tagen und 7 Stunden auswerfen?

70) 12 Arbeiter, die wöchentlich 5 Tage, täglich 8 Stunden arbeiten, werfen in 6 Wochen einen Graben aus, der 212 Fuß lang, 8 Fuß breit und 5 Fuß tief ist; wie viele Arbeiter werden erforderlich sein, um in 9 Wochen und 4 Tagen, bei 6 Tagen Arbeit in der Woche und 12 Stunden täglich, einen Graben zu Stande zu bringen, der 1000 Fuß lang, 3 Fuß breit und $2\frac{1}{2}$ Fuß tief ist?

71) 12 Arbeiter, die wöchentlich 5 Tage, täglich 8 Stunden arbeiten, werfen in 6 Wochen einen Graben auf, der 212 Fuß lang, 8 Fuß breit und 5 Fuß tief ist; wie viele Stunden müssen 15 Arbeiter täglich arbeiten, wenn sie wöchentlich 6 Tage an der Arbeit sind, und einen Graben, welcher 360 Fuß lang, 12 Fuß breit und 7 Fuß tief ist, in 10 Wochen vollenden sollen?

72) Ein Fuhrmann verlangt 8 Thlr. Fuhrlohn, um 7 Ctr. 16 Meilen weit zu fahren; wie viele Ctr. wird derselbe für 12 Thlr. 20 Meilen weit fahren?

73) Was für ein Kapital trägt in 8 Jahren 5 Monaten 6 Tagen 1469 Thlr. 19 Sgr. Zinsen, wenn es zu $4\frac{3}{8}$ Proc. jährlich ausgeliehen ist?

74) Wie viel Tage können 495 Pferde mit 84 Ctr. 68 Pfd. Heu ausreichen, wenn das Pferd täglich $4\frac{1}{2}$ Pfd. erhält?

75) 9 Arbeiter bekommen für $12\frac{3}{8}$ Tage 48 Thlr. 10 Sgr.; wie lange werden 8 Mann für $71\frac{3}{4}$ Thlr. arbeiten?

76) Eine Mark 12löthiges Silber wird für $12\frac{2}{3}$ Thlr. verkauft; wie viel löthig wird demnach das Silber sein, wenn man für 51 Mrk. $496\frac{1}{2}$ Thlr. bezahlt hat?

77) Wie viel Kapital muß man zu $4\frac{3}{5}$ Proc. jährlich ausstehen haben, wenn man in 9 Mon. 12 Tg. $376\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen einnehmen will?

78) 5600 Thlr. sind zu $4\frac{1}{2}$ Proc. jährlich ausgeliehen; wann wird dieses Kapital durch die Zinsen zu 6780 Thlr. angewachsen sein?

79) Eine Festung hat 8000 Mann Besatzung und so viel Brod, daß, wenn der Mann täglich $3\frac{3}{4}$ Pfd. erhält, sie auf $6\frac{1}{2}$ Wochen damit versehen ist; nach 12 Tagen kommen noch 900 Mann hinzu, mit dem Befehle noch 6 Wochen mit dem vorhandenen Vorrathe zu reichen; wie viel Brod kann der Mann täglich bekommen?

80) 4 Schneider, die täglich 10 Stunden arbeiten, verfertigen in 5 Tagen 7 Röcke; wie viele Schneider sind erforderlich, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten und in 10 Tagen 84 Röcke fertig machen sollen?

81) Für einen Haufen Büchenholz, welcher 18 Fuß Länge, 6 Fuß Höhe und 3 Fuß Klobenlänge hat, bezahlt man 32 Thlr.; wie viele Haufen, die 16 Fuß Länge, 9 Fuß Höhe und $3\frac{1}{2}$ Fuß Klobenlänge haben, wird man für 256 Thlr. kaufen?

82) Für 30 Mark Silber bezahlt man $321\frac{1}{4}$ Thlr.; was kostet 1 Loth?

83) Wenn 1 Mark fein Silber $13\frac{2}{3}$ Thlr. kostet; wie viel muß man für 1 Loth $10\frac{1}{2}$löthiges Silber bezahlen?

84) $\frac{5}{6}$ Ctr. einer gewissen Waare kosten $4\frac{1}{2}$ Fr.d'or; wie viel kostet 1 Pfd. in Cour., wenn die Fr.d'or à 5 Thlr. $13\frac{1}{8}$ Proc. besser stehen als Courant?

85) Wenn in Leipzig die Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr. $15\frac{1}{2}$ Proc. besser als Cour. sind, und die Laubthaler à 1 Thlr. 14 Gr. $1\frac{7}{8}$ Proc. gegen Cour. verlieren; wie hoch kann man den Laubthaler in

Zahlung angeben, wenn der Ducaten zu 3 Thlr. 4 Gr. gerechnet wird?

86) Wenn der holl. Ducaten in Hamburg $7\frac{3}{4}$ Mrk. Cour. gilt, Hamb. Bco. aber $23\frac{1}{8}$ Proc. gegen Cour. gewinnt, und in Berlin $152\frac{7}{8}$ Thlr. preuß. Cour. für 300 Mrk. Hamb. Bco. gegeben werden; wie hoch kommt dann 1 holl. Duc. in Berlin zu stehen?

87) 1 Loth gebrannter Kaffee kostet 6 Pf.; wie hoch kommt 1 Ctr. roher Kaffee zu stehen, wenn 1 Pfd. roher Kaffee 24 Loth gebrannten giebt?

88) Wenn nach dem Silberwerth $11\frac{1}{3}$ Rthlr. Hamb. Cour. 14 Thlr. preuß. Cour. machen; wie viel beträgt 1 ßl. Hamb. Cour. in preuß. Cour.?

89) Eine Familie braucht im Durchschnitt täglich $3\frac{1}{4}$ Thlr.; wenn diese Ausgaben von den Zinsen eines zu $4\frac{1}{2}$ Proc. ausgeliehenen Kapitals bestritten werden sollen, wie groß muß dieses Kapital sein, das Jahr zu 365 Tagen gerechnet?

90) Die Mark fein Gold gilt 192 Thlr. in Fr.d'or à 5 Thlr.; wenn nun die Fr.d'or 12 Proc. besser stehen als Cour., was kostet 1 Quentchen 18karatiges Gold?

91) In London kostet 1 Ctr. (à 112 Pfd.) Mocca-Kaffee 7 £ 5 Shstrl.; wie hoch kommt 1 Pfd. in Berlin zu stehen, wenn 1 Lstrl. = 6 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Sgr. preuß. Cour. gerechnet wird, und das preuß. Gewicht $25\frac{1}{3}$ Proc. schwerer ist als das englische?

92) Wie viel beträgt 1 franz. Centime in preuß. Cour., wenn von Berlin auf Paris zu $80\frac{7}{12}$ Thlr. für 300 Francs gewechselt wird?

93) Wie viel beträgt ein Shstrl. in preuß. Cour., wenn von London auf Berlin zu 6 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr. für 1 Lstlr. gewechselt wird?

94) Wie viel beträgt ein ßl. Hamb. Courant in preuß. Courant, wenn 300 Mrk. Bco. für $151\frac{3}{4}$ Thlr. preuß. Cour. gegeben

werden, und Hamb. Bco. $23\frac{1}{16}$ Proc. besser steht, als Hamburger Cour.?

95) Wie viel beträgt 1 russ. Kopek in preuß. Cour., wenn von Petersburg auf Amsterdam zu $37\frac{1}{2}$ Stüv. für 1 Silber-Rubel, und von Amsterdam auf Berlin zu $144\frac{1}{4}$ Thlr. preuß. Cour. für 250 Fl. holl. Cour. gewechselt wird?

96) Wie viel Mark Bco. kosten in Hamburg 385 Pfd. bittere Mandeln, wenn 100 Pfd. 65 Mark. Cour. kosten und das Cour. gegen Bco. $21\frac{1}{2}$ Proc. verliert?

97) Was beträgt 1 Rvn. in preuß. Cour., wenn man von Mallaga auf Amsterdam zu 104 Pf. vls. für 1 Duc. di Cambio von 375 Mpta. wechselt, von Amsterdam auf Berlin 250 Fl. für 145 Thlr. preuß. Cour. gegeben werden, und 17 Rpta. = 32 Rvn. gerechnet werden?

98) Wenn die russ. Arschine (Elle) $315\frac{2}{5}$ franz. Linien, die engl. Elle 405,3 franz. Linien hält; wie viel Proc. ist letztere länger als erstere?

99) Wenn die Köln. Mark fein Silber $13\frac{2}{3}$ Thlr. pr. Cour. und der Fr.d'or 5 Thlr. 20 Sgr. Cour. gilt, und aus einer Mark $21\frac{2}{3}$ karatigem Golde 35 Stück Fr.d'or geprägt werden; wie viele Mark fein Silber kann man dann für eine Mark fein Gold geben?

100) Wenn die Fr.d'or à 5 Thlr. 12 Proc. besser stehen, als Cour., und die Duc. à $2\frac{3}{4}$ Thlr. $17\frac{1}{2}$ Proc. besser stehen, als Cour., und man nimmt den Duc. zu 3 Thlr. 7 Sgr. 4 Pf. an; wie hoch kann man dann den Fr.d'or annehmen?

101) 1 Pud Krapp kostet in Petersburg 15 Rubel; was kostet demnach 1 Pfd. in Berlin, wenn 100 Pfd. russ. = $87\frac{1}{2}$ Pfd. in Berlin machen, und 13 Rbl. = 14 Thlr. preuß. Cour. sind?

102) Ein Wspl. Roggen kostet 53 Thlr. 10 Sgr.; wie theuer muß man den Schfl. verkaufen, wenn man 18 % gewinnen will?

103) Was kostet 1 Schfl. Waizen in Berlin, wenn $75\frac{3}{4}$ Dresdener Wspl. mit $5771\frac{3}{7}$ Thlr. sächsisch bezahlt werden, und der Dresdener Schfl. 5416, der Berliner Schfl. 2770,736 Par. Kbkz. hält, und 20 Thlr. sächsisch 21 Thlr. preuß. machen?

104) Ein Kaufmann in Leipzig hat 1000 Ducaten aus Amsterdam erhalten, und soll den Betrag derselben in sächsischem Gelde bezahlen. Wie viel Thaler sächsisch wird er bezahlen müssen, wenn ein Ducaten in Amsterdam $5\frac{1}{5}$ Fl. holl. Cour. und 250 Fl. holl. Cour. $140\frac{1}{2}$ Thlr. sächsisch betragen?

Aufgaben
über die Zins- oder Interessenrechnung.

(§. 304—311.)

1) Wie viel betragen die jährlichen Zinsen von 356 Thlr. zu 5 Proc.?

2) Wie viel Zinsen tragen 1560 Thlr. zu $4\frac{1}{2}$ Proc. jährlich?

3) Welches sind die jährlichen Zinsen von 7680 Thlr. zu $3\frac{1}{3}$ Proc.?

4) Von welchem Kapital zieht man jährlich 390 Thlr. Zinsen, wenn dasselbe zu 5 Proc. ausgeliehen ist?

5) Wenn 912 Thlr. Kapital $48\frac{1}{2}$ Thlr. Interessen tragen, wie viel wird man dann von $7664\frac{1}{2}$ Thlr. ziehen?

6) Von $420\frac{1}{2}$ Thlr. hat man 36 Thlr. Zinsen bezogen; wie groß muß das Kapital sein, von dem man, unter gleichen Umständen, 944 Thlr. Interessen beziehen will?

7) Zu wie viel Proc. müssen 6540 Thlr. ausgeliehen sein, wenn sie eben so viele Interessen einbringen sollen, wie 5941 Thlr. zu 5 Proc.?

8) Welches Kapital trägt zu $3\frac{2}{3}$ Proc. eben so viele Zinsen, wie $1960\frac{1}{3}$ Thlr. zu $4\frac{1}{2}$ Proc.?

9) In wie langer Zeit werden 496 Thlr. eben so viele Zinsen tragen, wie 3140 Thlr. in 3 Jhr. 8 Mon. 12 Tg. (unter übrigens gleichen Umständen)?

10) Welches Kapital trägt in 4 Jhr. 10 Mon. 6 Tg. eben so viele Zinsen, wie $4969\frac{3}{4}$ Thlr. in $3\frac{3}{4}$ Jahren?

11) Ein gewisses Kapital trägt zu 3 Proc. 132 Thlr. Zinsen; zu wie viel Proc. muß dasselbe Kapital ausgeliehen werden, wenn es in derselben Zeit 150 Thlr. Zinsen tragen soll?

12) Wenn ein Kapital in $11\frac{1}{2}$ Monaten 147 Thlr. Zinsen trägt, wie viel trägt dasselbe in 5 Jhr. 6 Mon.?

13) In welcher Zeit kann man $355\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen von einem Kapital beziehen, das in $3\frac{2}{3}$ Jahren $596\frac{3}{4}$ Thlr. Zinsen trägt?

14) Wie lange muß ein Kapital ausstehen, um zu $3\frac{3}{4}$ Proc. eben so viel Zinsen zu tragen, wie es zu 5 Proc. in $3\frac{3}{8}$ Jahren einbringt?

15) Jemand hat ein Kapital zu $4\frac{1}{4}$ Proc. 6 Jahre lang ausstehen gehabt und bringt es jetzt zu 5 Proc. an; wann wird es nun eben so viele Zinsen getragen haben, wie früher in den 6 Jahren?

16) Zu wie viel Proc. muß ein Kapital ausgeliehen werden, wenn dasselbe in $6\frac{1}{2}$ Jahren eben so viel Interessen tragen soll, wie es früher zu $4\frac{1}{6}$ Proc. in 3 Jhr. 8 Mon. getragen hat?

17) Von $654\frac{1}{3}$ Thlr., die zu $3\frac{5}{6}$ Proc. ausgeliehen waren, hat man in einer gewissen Zeit $154\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen erhalten; wie viel Zinsen tragen demnach 1479 Thlr. 15 Sgr. zu $4\frac{1}{5}$ Proc. in derselben Zeit?

18) Von 944 Thlr., die zu $4\frac{1}{2}$ Proc. ausgeliehen waren, hat man in einer gewissen Zeit $212\frac{1}{4}$ Thlr. Interessen gezogen; welches

37) Wie viel Zinsen tragen 579 Thlr. 12 Sgr. zu $4\frac{3}{8}$ Proc. in 1 Jahr?

38) Wie viel Kapital muß man zu 5 Proc. ausstehen haben, um jährlich 590 Thlr. Zinsen zu beziehen?

39) Welches Kapital trägt zu $4\frac{1}{3}$ Proc. jährlich $635\frac{3}{8}$ Thlr. Zinsen?

40) Jemand zieht von 6829 Thlr. 18 Sgr. 6 Pf. jährlich 614 Thlr. 19 Sgr. 11 Pf.; zu wie viel Proc. wird ihm dieses Kapital verzinset?

41) Wie viel betragen 2948 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. an Kapital nebst Zinsen zu 4 Procent in 1 Jahr?

42) A. hätte dem B. ein Kapital geliehen; B. giebt ihm nach einem Jahr $5410\frac{1}{2}$ Thlr. an Kapital nebst Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ Proc. zurück; wie groß war das Kapital?

43) Kapital nebst 3jährigen Zinsen zu 5 Proc. betragen zusammen $1946\frac{2}{3}$ Thlr.; welches ist das Kapital?

44) Von einem à $3\frac{1}{3}$ Proc. verliehenen Kapital erhebt man nach $2\frac{1}{2}$ Jahren $9672\frac{1}{2}$ Thlr.; wie groß war das Kapital?

45) Wie viel muß man zu jährlich 5 Proc. ausleihen, um davon täglich 4 Thlr. 20 Sgr. zu beziehen?

46) Wie viel Kapital muß man zu 4 Proc. ausstehen haben, um monatlich $65\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen erheben zu können?

47) Wie viel Kapital ist erforderlich, um, zu $4\frac{1}{2}$ Proc., vierteljährlich $224\frac{1}{3}$ Thlr. erheben zu können?

48) Wie viel Kapital muß man zu $3\frac{2}{3}$ Proc. anlegen, um nach $3\frac{2}{3}$ Jahren sammt den Zinsen $5864\frac{1}{2}$ Thaler erheben zu können?

49) In $5\frac{3}{4}$ Monat hat man 25 Thlr. 10 Sgr. 9 Pf. Zinsen eingenommen, als man ein gewisses Kapital zu 5 Proc. ausste-

27) Von einem gewissen Kapital, das zu $3\frac{5}{8}$ Proc. aussteht, zieht man in $5\frac{1}{2}$ Jahren $942\frac{1}{8}$ Thlr. Zinsen; wie viel Interessen wird dasselbe Kapital zu $4\frac{3}{4}$ Proc. in 6 Jhr. 9 Mon. tragen?

28) Von einem gewissen Kapital, das zu $4\frac{2}{3}$ Proc. aussteht, zieht man in $3\frac{2}{3}$ Jahren $1593\frac{1}{4}$ Thlr. Zinsen; wie lange muß dasselbe Kapital ausstehen, wenn es zu $4\frac{3}{8}$ Proc. 2100 Thlr. Zinsen tragen soll?

29) Von einem gewissen Kapital, das zu $3\frac{8}{9}$ Proc. aussteht, bezieht man in 5 Jahren 400 Thlr. Zinsen; zu wie viel Proc. muß dasselbe Kapital ausgeliehen werden, wenn es in 8 Jahren 670 Thlr. Zinsen tragen soll?

30) Wie viel Zinsen tragen 4560 Thlr. zu $4\frac{1}{2}$ Proc. in 6 Jhr. $8\frac{1}{2}$ Mon.?

31) Wie viel Interessen erhält man von $20566\frac{2}{3}$ Thlr. zu $4\frac{3}{5}$ Proc. in 9 Jhr. 7 Mon. 10 Tg.?

32) In welcher Zeit tragen 3450 Thlr. zu 4 Proc. 970 Thlr. Zinsen?

33) Wie lange muß man 6390 Thlr. zu $5\frac{1}{4}$ Proc. ausstehen haben, um $365\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen zu bekommen?

34) Zu wie viel Proc. müssen $7708\frac{1}{2}$ Thlr. ausgeliehen werden, um in 3 Jhr. $8\frac{1}{2}$ Mon. $1045\frac{2}{3}$ Thlr. Interessen zu tragen?

35) Welches Kapital trägt zu $4\frac{2}{3}$ Proc. in 5 Jhr. 9 Mon. 512 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen?

36) Welches Kapital trägt zu $4\frac{5}{8}$ Proc. in 8 Jhr. 3 Mon. 15 Tg. 1941 Thlr. 25 Sgr. Zinsen?

37) Wie viel Zinsen tragen 579 Thlr. 12 Sgr. zu $4\frac{3}{8}$ Proc. in 1 Jahr?

38) Wie viel Kapital muß man zu 5 Proc. ausstehen haben, um jährlich 590 Thlr. Zinsen zu beziehen?

39) Welches Kapital trägt zu $4\frac{1}{3}$ Proc. jährlich $635\frac{3}{8}$ Thlr. Zinsen?

40) Jemand zieht von 6829 Thlr. 18 Sgr. 6 Pf. jährlich 614 Thlr. 19 Sgr. 11 Pf.; zu wie viel Proc. wird ihm dieses Kapital verzinset?

41) Wie viel betragen 2948 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. an Kapital nebst Zinsen zu 4 Procent in 1 Jahr?

42) A. hatte dem B. ein Kapital geliehen; B. giebt ihm nach einem Jahr $5410\frac{1}{2}$ Thlr. an Kapital nebst Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ Proc. zurück; wie groß war das Kapital?

43) Kapital nebst 3jährigen Zinsen zu 5 Proc. betragen zusammen $1946\frac{2}{3}$ Thlr.; welches ist das Kapital?

44) Von einem à $3\frac{1}{3}$ Proc. verliehenen Kapital erhebt man nach $2\frac{1}{2}$ Jahren $9672\frac{1}{2}$ Thlr.; wie groß war das Kapital?

45) Wie viel muß man zu jährlich 5 Proc. ausleihen, um davon täglich 4 Thlr. 20 Sgr. zu beziehen?

46) Wie viel Kapital muß man zu 4 Proc. ausstehen haben, um monatlich $65\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen erheben zu können?

47) Wie viel Kapital ist erforderlich, um, zu $4\frac{1}{2}$ Proc., vierteljährlich $224\frac{1}{3}$ Thlr. erheben zu können?

48) Wie viel Kapital muß man zu $3\frac{2}{3}$ Proc. anlegen, um nach $3\frac{2}{3}$ Jahren sammt den Zinsen $5864\frac{1}{2}$ Thaler erheben zu können?

49) In $5\frac{3}{4}$ Monat hat man 25 Thlr. 10 Sgr. 9 Pf. Zinsen eingenommen, als man ein gewisses Kapital zu 5 Proc. ausste-

hen hatte; in welcher Zeit wird man 30 Thlr. $15\frac{1}{2}$ Sgr. Zinsen bekommen, wenn dasselbe Kapital zu $4\frac{1}{2}$ Proc. aussteht?

50) Wie hoch ist der Zinsfuß, wenn 3789 Thlr. 20 Sgr. in $3\frac{4}{5}$ Jahren 730 Thlr. 16 Sgr. Zinsen tragen?

51) Wie lange müssen 6400 Thlr. zu 4 Proc. ausstehen, wenn sie $3240\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen tragen sollen?

52) Welches Kapital giebt zu $3\frac{1}{2}$ Proc. monatlich $151\frac{1}{2}$ Thlr. Interessen?

53) Jemand erhält an Kapital und 3jährigen Zinsen zu 5 Proc. zusammen 1150 Thlr. zurück; wie groß war das Kapital?

54) An Kapital und $1\frac{3}{4}$jährigen Zinsen à $2\frac{5}{6}$ Proc. erhebt man $4566\frac{11}{12}$ Thlr.; wie groß ist das ausgeliehene Kapital?

55) Es nimmt Jemand ein gewisses Kapital zu $4\frac{3}{4}$ Proc. auf und bezahlt nach 2 Jahren $4\frac{1}{2}$ Monat $346\frac{2}{3}$ Thlr. Zinsen; wie groß war das Kapital?

56) Welches Kapital trägt zu $2\frac{1}{2}$ Proc. eben so viele Zinsen, wie 4779 Thlr. zu $3\frac{1}{4}$ Proc.?

57) Von welchem Kapital zieht man vierteljährlich $224\frac{3}{8}$ Thlr. Zinsen zu $3\frac{3}{4}$ Proc.?

58) Zu wie viel Proc. müssen 394 Thlr. 26 Sgr. ausgeliehen sein, um eben so viele Zinsen zu tragen, als $420\frac{1}{2}$ Thlr. zu 5 Proc. in derselben Zeit?

59) Welches Kapital trägt in $6\frac{3}{4}$ Jahren eben so viele Zinsen, wie 3998 Thlr. in $2\frac{5}{8}$ Jahren, wenn sie zu demselben Zinsfuß ausstehen?

60) Von einem gewissen Kapital bezieht man in $4\frac{2}{3}$ Jahren $912\frac{1}{3}$

Thlr. Zinsen, wenn es zu $4\frac{1}{8}$ Proc. ausgeliehen ist; in welcher Zeit wird man von demselben Kapital, zu 5 Proc., 1500 Thlr. Zinsen beziehen?

61) Ein Kapital von 1860 Thlr. und ein anderes von 2690 Thlr. tragen gleiche Zinsen, wenn das erste $5\frac{1}{2}$ Jahr, das letzte 3 Jahr aussteht; wie hoch muß das erste verinteressirt werden, wenn das letzte 4 Proc. Zinsen trägt?

62) Welches Kapital trägt in $3\frac{1}{4}$ Jahren eben so viele Zinsen, als 1400 Thlr., bei demselben Zinsfuße, in $1\frac{4}{5}$ Jahren tragen?

63) Von einem Hause bezieht man vierteljährlich 429 Thlr. 15 Sgr. Miethe; als ein wie großes Kapital kann dasselbe angesehen werden, wenn man die Zinsen zu 5 Proc. rechnet?

64) Ein Haus ist zu 24000 Thlr. angekauft worden und trägt jährlich nach Abzug der Kosten für Reparaturen, Abgaben u. dgl. 1800 Thlr. Miethe; wie hoch verzinset sich das Kapital?

65) Von 15496 Mark 13 ßl. 8 Pf. erhebt man in Hamburg $3816\frac{1}{3}$ Mark Zinsen zu $4\frac{1}{5}$ Proc.; wie lange hat das Kapital ausgestanden?

66) In welcher Zeit tragen 7408 Fl. 35 Xr. in Augsburg zu $3\frac{3}{4}$ Proc. eben so viele Interessen, wie 5668 Fl. $43\frac{1}{2}$ Xr. à 4 Proc. in 1 Jhr. $8\frac{3}{5}$ Mon.?

67) Für ein geliehenes Kapital von 1560 Thlr. stelle ich einen Wechsel von $1843\frac{2}{3}$ Thlr. aus, in 3 Jhr. $10\frac{2}{3}$ Mon. zahlbar; wie viel Proc. gebe ich?

68) Für eine Schuld von $546\frac{3}{8}$ Thlr. bekomme ich nach $9\frac{3}{4}$ Monaten 552 Thlr. $24\frac{1}{2}$ Sgr. zurück; wie hoch verinteressirt sich das Geld?

69) Wie viel Interessen tragen 15650 Thlr. à 4 Proc. in 2 Jhr. $5\frac{1}{2}$ Monaten?

70) Wie viel Interessen tragen 2670 Thlr. à $3\frac{3}{8}$ Proc. in 5 Monaten 18 Tagen?

71) Wie viel Interessen tragen $3768\frac{1}{2}$ Thlr. à $4\frac{1}{3}$ Proc. in 63 Tagen?

72) Wie viel Interessen tragen 1580 Thlr. à 4 Proc. vom 1. Juli bis 5. Dec? (5 Mon. 5 Tg. oder 155 Tg.)

73) Wie viel Interessen tragen 970 Thlr. vom 1. März bis 15. September à 4 Proc.? ($6\frac{7}{15}$ Mon.)

74) Wie viel Zinsen tragen 7422 Mrk. in Hamburg à $3\frac{3}{8}$ Proc. vom 3. April bis 20. Nov.? (7 Mon. 17 Tg.)

75) 3600 Thlr. à $4\frac{1}{2}$ Proc. vom 9. October 1818 bis 7. Februar 1819? ($3\frac{14}{15}$ Mon.)

76) 4781 Fl. in Wien à 5 Proc. vom 18. Mai 1824 bis 3. Januar 1825?

77) 964 Thlr. 16 Gr. in Leipzig à 4 Proc. vom 12. Sept. 1821 bis 14. November 1823?

78) 7500 Thlr. in Staatsschuldscheinen à 4 Proc. vom 30. Juni bis ult. December?

79) 40900 Thlr. à $4\frac{3}{5}$ Proc. vom 6. Aug. 1825 b. 7. Mai 1830?

80) 2540 Thlr. à $4\frac{1}{2}$ Proc. vom 5. Oct. 1826 bis 9. Dec. 1832?

81) 76400 Thlr. à 3 Proc. vom 16. Nov. 1829 bis 4. Febr. 1831?

82) 9670 Mark in Hamburg à $4\frac{1}{6}$ Proc. vom 7. Dec. 1822 bis 14. Juni 1825?

83) 4730 £. $14\frac{1}{2}$ Shstrl. in London à $4\frac{1}{5}$ Proc. vom 8. Juli 1812 bis 26. Mai 1819?

84) 526 Fr. 76 Cent. in Paris à 5 Proc. vom 21. März 1823 bis ult. Aug. 1825?

85) 6 Thlr. 24 Sgr. à $4\frac{1}{2}$ Proc. vom 24. Dec. 1829 bis 1. September 1830?

620 Thlr. zurückgezahlt werden; wie viel betragen sämmtliche Zinsen, wenn der erste Termin auf den 1. April 1828 fällt?

106) A. hat dem B. folgende Summen vorgeschossen: am 15. Jan. 3000 Thlr., am 11. März 4560 Thlr., am 31. März 259 Thlr. 20 Sgr., am 18. April 1450 Thlr., am 26. Mai $422\frac{1}{2}$ Thlr., am 12. Juni $1624\frac{2}{3}$ Thlr. Von B. sind an Rückzahlungen erfolgt: am 23. Febr. 1200 Thlr., am 2. Mai 3654 Thlr. 10 Sgr., am 15. Juli 425 Thlr. 18 Sgr. Laut Uebereinkunft sind die monatlichen Zinsen gegenseitig zu $\frac{1}{3}$ Proc. zu berechnen. Wenn nun am 30. Sept. die Rechnung abgeschlossen wird; wie viel hat B. dem A. an Kapital und Zinsen noch zu entrichten?

Einige Beispiele

über die Berechnung des Zins von Zins.

107) Ein Kapital von 8000 Thlr. wird à 4 Proc. auf Zins von Zins 7 Jahre lang ausgeliehen; wie viel muß am Ende dieser Zeit an Kapital und Zinseszinsen zurückgezahlt werden?

108) Jemand ist verpflichtet 9 Jahre nach einander, am Anfang eines jeden Jahrs, 5000 Thlr. zu bezahlen, ist aber mit der Zahlung rückständig geblieben; wie viel muß er am Anfange des 9ten Jahrs entrichten, wenn Zinseszinsen à 3 Proc. gerechnet werden?

109) Wie viel Zinseszinsen à 5 Proc. tragen 2350 Thlr. in 16 Jahren?

110) Wie viel Zinseszins à 5 Proc. tragen 1960 Thlr. in 20 Jahren?

111) Welches ist der Unterschied der einfachen und Zinseszinsen von 10000 Thlr. à 5 Proc. in 20 Jahren?

112) Eine Erbschaft von 4632 Thlr., welche vor 11 Jahren zahlbar war, soll jetzt mit Zinseszinsen zu 4 Proc. erhoben werden; wie viel wird das ganze Erbe jetzt betragen?

113) In einer Stadt leben 12000 Seelen und die Einwohnerzahl

ver-

vermehrt sich jährlich um 3 Proc.; wie viel beträgt sie nach 20 Jahren?

114) Ein Wald enthält 1800 Klafter stehendes Holz; wenn er nun jährlich 2 Proc. Zuwachs erhält, wie viel wird er nach 15 Jahren halten?

115) Im Jahre 1823 betrug die Volksmenge von Frankreich 30451000 Seelen; man hatte beobachtet, daß auf 3156 Einwohner jährlich 100 Neugeborne, dagegen auf 4091 Einwohner 100 Gestorbene zu rechnen waren; wie groß wird die Bevölkerung von Frankreich nach 10 Jahren sein?

Rabatt- und Disconto-Rechnung.

(§. 312 — 315.)

1) Am 25. März wird eine Wechselsumme von 6000 Thlr., welche am 13. Mai fällig ist, zu $4\frac{3}{4}$ Proc. discontirt; wie viel muß dafür entrichtet werden?

2) Wie viel sind 6540 Thlr., die am 24. August zahlbar sind, am 3. Juni werth, wenn $3\frac{1}{2}$ Proc. Disconto gerechnet wird?

3) Jemand hat in Amsterdam eine Rechnung von 1616 Fl. Cour. in 3 Mon. zu bezahlen, entrichtet sie aber mit 6 Proc. Rabatt gleich baar; wie viel beträgt die baare Zahlung?

4) Jemand kauft für 3600 Thlr. Waaren mit $6\frac{2}{3}$ Proc. Rabatt; wie viel beträgt die discontirte Zahlung?

5) Welche Summe giebt zu $2\frac{1}{3}$ Proc. eben so viel Rabatt, wie $4370\frac{1}{2}$ Thlr. zu $3\frac{1}{2}$ Proc.?

6) Zu wie viel Proc. müssen 936 Thlr. discontirt werden, um denselben Disconto zu geben, wie $473\frac{1}{2}$ Thlr. zu 5 Proc.?

7) Auf 477 Thlr. sind $21\frac{1}{2}$ Thlr. als Rabatt erlassen worden; auf welche Schuld müssen demnach $39\frac{2}{3}$ Thlr. erlassen werden?

8) 96 Thlr. geben in $5\frac{1}{2}$ Jahren einen gewissen Rabatt; wie lange müssen $135\frac{1}{2}$ Thlr. vor der Verfallzeit bezahlt werden, um denselben Rabatt zu geben?

9) Welche Schuld giebt für $3\frac{1}{2}$ Monat eben so viel Rabatt, wie 445 Thlr. 22 Sgr. für $1\frac{1}{2}$ Jhr.?

10) Wird eine gewisse Schuld zu monatlich $\frac{1}{2}$ Proc. discontirt, so giebt sie $5\frac{2}{3}$ Thlr. Rabatt; wie viel giebt sie, wenn sie zu jährlich $4\frac{1}{2}$ Proc. discontirt wird?

11) Wird eine gewisse Schuld zu monatlich $\frac{2}{3}$ Proc. discontirt, so giebt sie $26\frac{1}{4}$ Thlr. Rabatt; zu wie viel Proc. jährlich muß sie discontirt werden, um in derselben Zeit $18\frac{1}{2}$ Thlr. Rabatt zu geben?

12) Eine Schuld giebt zu 4 Proc. in 4 Jhr. 3 Mon. einen gewissen Rabatt; in welcher Zeit giebt dieselbe Schuld zu $3\frac{2}{3}$ Proc. denselben Rabatt?

13) Eine Schuld giebt zu $3\frac{1}{2}$ Proc in $4\frac{1}{2}$ Jhr. einen gewissen Rabatt; zu wie viel Proc. muß der Rabatt berechnet werden, damit dieselbe Schuld in 2 Jhr. $11\frac{1}{2}$ Mon. eben so viel Rabatt giebt?

14) Wird eine gewisse Schuld zu $3\frac{2}{3}$ Proc. discontirt, so beträgt die baare Zahlung 5000 Thlr.; wie viel wird man baar bezahlen müssen, wenn der Rabatt zu 5 Proc. berechnet wird?

15) Wird eine gewisse Schuld zu $2\frac{1}{2}$ Proc. rabattirt, so beträgt die baare Zahlung 7430 Thlr.; zu wie viel Proc. muß man den Rabatt berechnen, damit nur $7266\frac{1}{2}$ Thlr. baar zu zahlen sind?

16) Wie viel beträgt der Rabatt von $1427\frac{1}{2}$ Thlr. à $4\frac{1}{3}$ Proc.?

17) Jemand kauft 14 Ctr. $64\frac{1}{2}$ Pfd. Waaren à 12 Sgr. 6 Pf. das Pfd. und erhält $\frac{3}{4}$ Proc. Gutgewicht; wie viel kostet ihm das Ganze?

18) Für 9 Ctr. 54 Pfd. Waare à $\frac{3}{4}$ Thlr. d. Pfd. bezahlt man 771 Thlr. $7\frac{13}{20}$ Sgr.; wie viel Proc. Rabatt hat man demnach erhalten?

19) A. kauft eine gewisse Quantität einer Waare, das Pfd. à $11\frac{1}{2}$ Sgr., bezahlt nach Abzug des Rabatts, der zu $1\frac{1}{2}$ Proc. gerechnet wird, noch 69 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr.; wie viel hat er gekauft?

20) Von $473\frac{1}{2}$ Thlr. werden für $3\frac{1}{2}$ Monat 5 Thlr. 20 Sgr. Rabatt gegeben; wie viel müssen demnach an 1714 Thlr. für 2 Jhr. 5 Mon. erlassen werden?

21) Von 6000 Thlr. werden $24\frac{1}{2}$ Thlr. Rabatt erlassen, wenn sie $2\frac{1}{2}$ Jahre vor der Verfallzeit entrichtet werden; wie lange müssen demnach 4530 Thlr. vor der Verfallzeit bezahlt werden, wenn $13\frac{1}{2}$ Thlr. Rabatt davon erlassen werden sollen?

22) Von 3400 Thlr. werden $16\frac{1}{2}$ Thlr. erlassen, wenn sie $1\frac{1}{2}$ Jahr vor der Verfallzeit bezahlt werden; von welcher Schuld müssen demnach $15\frac{3}{4}$ Thlr. erlassen werden, wenn sie 4 Jahre vor der Verfallzeit entrichtet wird?

23) Ein Faß Waaren wiegt 1 Ctr. $75\frac{1}{2}$ Pfd. Brutto, die Tara beträgt $13\frac{1}{3}$ Proc.; was wiegt es Netto?

24) Das Nettogewicht einer Waare beträgt 3 Ctr. $25\frac{2}{3}$ Pfd., die Tara $16\frac{1}{2}$ Proc.; was war das Bruttogewicht?

25) 5 Ctr. 64 Pfd. mit $8\frac{1}{2}$ Proc. Tara und $\frac{3}{4}$ Proc. für Gutgewicht, sind à $1\frac{1}{2}$ Thlr. d. Pfd. gekauft worden; was hat man bezahlt?

26) $945\frac{7}{8}$ Ellen Leinewand sind à 8 Sgr. 8 Pf. die Elle mit $12\frac{1}{2}$ Proc. Rabatt verkauft worden; wie theuer kann der Käufer die Elle wieder verkaufen, wenn er 19 Proc. Gewinn haben will?

27) 2500 Thlr., zu $3\frac{2}{3}$ Proc. discontirt, geben in $3\frac{3}{4}$ Mon. einen gewissen Rabatt; in welcher Zeit geben 1436 Thlr. zu 5 Proc. denselben Rabatt?

28) 483 Thlr., zu $4\frac{1}{2}$ Proc. discontirt, geben in $2\frac{1}{2}$ Jahren einen gewissen Rabatt; zu wie viel Proc. müssen 560 Thlr. discontirt werden, um in 1 Jahr $6\frac{1}{2}$ Mon. eben so viel Rabatt zu geben?

29) Welche Summe giebt, zu $4\frac{1}{2}$ Proc. discontirt, in $3\frac{1}{2}$ Monaten eben so viel Rabatt, wie 5620 Thlr. zu 4 Proc. in 6 Mon. 12 Tg.?

30) Eine Schuld giebt, zu 5 Proc. discontirt, in 5 Mon. 16 Thlr. Rabatt; in welcher Zeit wird dieselbe Schuld zu $4\frac{1}{3}$ Proc. 19 Thlr. Rabatt geben?

31) Eine gewisse Schuld giebt, zu $2\frac{1}{2}$ Proc. discontirt, in 8 Mon. 18 Tg. $14\frac{1}{2}$ Thlr. Rabatt; zu wie viel Proc. muß dieselbe Schuld discontirt werden, um in 1 Jahr 6 Mon. $36\frac{5}{6}$ Thlr. Rabatt zu geben?

32) Eine gewisse Schuld giebt, zu $3\frac{3}{4}$ Proc. discontirt, in $2\frac{1}{2}$ Jahren $35\frac{1}{2}$ Thlr. Rabatt; wie viel Rabatt giebt demnach dieselbe Schuld in $5\frac{2}{3}$ Jhr., wenn sie zu 4 Proc. discontirt wird?

33) Wie viel muß von einer Schuld von 2405 Thlr. erlassen werden, wenn sie $3\frac{2}{3}$ Jhr. vor der Verfallzeit bezahlt und der Rabatt zu $5\frac{1}{2}$ Proc. berechnet wird?

34) In welcher Zeit geben 4560 Thlr., zu $3\frac{4}{5}$ Proc. discontirt, 220 Thlr. Rabatt?

35) Zu wie viel Proc. müssen 6000 Thlr. discontirt werden, um in $4\frac{1}{2}$ Jhr. $379\frac{1}{2}$ Thlr. Rabatt zu geben?

36) Es werden à $6\frac{1}{4}$ Proc. discontirt: den 5. August 960 Thlr., zahlbar den 25. Dec.; den 11. Sept. 2400 Thlr., zahlbar den 11. Februar (künftigen Jahrs); ferner zu $4\frac{1}{3}$ Proc.: den 13. October 2580 Thlr., zahlbar den 6. Januar k. J.; wie viel beträgt die baare Zahlung?

37) In London werden am 15. März 224 Lstrl., zahlbar den 16. October, den 8. April 470 Lstrl., zahlbar den 11. Nov. und den 5. Mai 1412 Lstrl., zahlbar den 31. December, sämmtlich zu $5\frac{1}{2}$ Proc. discontirt; wie groß ist die baare Zahluug?

38) Eine Buchhandlung in Leipzig hat an eine andere zu fordern: für eigene Verlagsartikel 826 Rthlr. 20 Gr., für fremde Verlagsartikel 1647 Rthlr. 21 Gr., erstere sind mit $33\frac{1}{3}$, letztere mit 25 Proc. Rabatt berechnet; wie viel ist die baare Zahlung?

39) Eine Schuldverschreibung von 1816 Thlr., welche erst in 1 Jhr. 5 Mon. 18 Tg. zahlbar, kann jetzt mit $8\frac{2}{3}$ Proc. Rabatt verkauft werden; wie viel muß man baar erhalten?

40) Wie viel betragen $3615\frac{1}{2}$ Thlr. in Staatsschuldscheinen à $84\frac{7}{8}$ Procent?

41) Wie viel betragen 1719 Thlr. 24 Sgr. in Staatsschuldscheinen à $93\frac{1}{2}$ Proc.?

42) Wie viel betragen 970 Lstrl. preuß. engl. Anleihe à $102\frac{3}{8}$ Proc.?

43) Wie viel betragen 5618 Thlr. 10 Sgr. Berliner Stadt-Obligationen à $94\frac{1}{4}$ Proc.?

44) Wie viel betragen 6814 Thlr. 16 Sgr. westpreuß. Pfandbriefe à $98\frac{1}{4}$ Proc.?

45) Wie viel betragen 4560 Thlr. Berliner Stadt-Obligationen à $93\frac{1}{2}$ Proc. mit Zinsen à 4 Proc. für 1 Jhr. 8 Mon.?

46) Jemand kauft 3475 Thlr. Berliner Stadt-Obligationen à $88\frac{1}{4}$ Proc. mit Zinsen zu 4 Proc. für $10\frac{3}{5}$ Mon.; 960 Thlr. ostpreuß. Pfandbriefe à $99\frac{3}{4}$ Proc. mit Zinsen zu 4 Proc. für $15\frac{1}{4}$ Mon. und 4700 Thlr. pommersche Pfandbriefe à $104\frac{1}{2}$ Proc. mit $9\frac{1}{2}$ Mon. Zinsen zu 4 Proc.; wie viel betragen diese zusammen?

47) Jemand hat 2650 Thlr. in Staatsschuldscheinen, die er gegen Stadt-Obligationen umtauschen will; wenn nun erstere 91, letztere $92\frac{3}{4}$ Proc. stehen, wie viel kann er in Stadt-Obligationen dafür erhalten?

48) Man legt 6790 Thlr. in Staatsschuldscheinen zu $90\frac{1}{2}$ Proc. an, die jährlich 4 Proc. Zinsen tragen; wie viel beträgt die jährliche baare Einnahme?

49) Wie viele pommersche Pfandbriefe à $103\frac{7}{8}$ Proc., die jährlich 4 Proc. Zinsen tragen, muß man kaufen, um in 3 Jahren 5000 Thlr. Zinsen zu erheben?

50) Man will 10600 Thlr. baares Kapital in Staatsschuldscheinen, die jährlich 4 Proc. Zinsen tragen, anlegen; zu wie viel Proc. muß man das Papier kaufen, wenn man jährlich 450 Thlr. Zinsen erheben will?

51) Man verkauft in Berlin 1800 Lstrl. preuß. engl. Anleihe à $97\frac{1}{3}$ Proc. mit $5\frac{1}{2}$ Monat Zinsen zu 5 Proc.; wie viel erhält

man, wenn 1 Lstrl. zu 6 Thlr. 27 Sgr. berechnet wird und man 1 pro mille Courtage zu tragen hat?

52) Wenn Staatsschuldscheine 94, Berliner Stadt-Obligationen $93\frac{3}{4}$, westpreuß. Pfandbriefe $97\frac{1}{2}$, pommersche Pfandbriefe $105\frac{5}{8}$ Proc. stehen; welchen Werth haben dann a) die Staatsschuldscheine gegen die übrigen Papiere? b) die Berl. Stadt-Obl. gegen die übrigen Papiere? c) die westpreuß. Pfandbr. gegen die übrigen Papiere? d) die pomm. Pfandbriefe gegen die übrigen Papiere?

53) Es will Jemand ein Kapital von $8674\frac{1}{2}$ Thlr. in Berliner Stadt-Obligationen anlegen, die 4 Proc. Zinsen tragen; wie hoch muß er diese einkaufen, um daraus jährlich 500 Thlr. Zinsen zu ziehen?

54) Es ist eine Schuld von 8500 Thlr. Courant abzutragen. Man bezahlt a) 3000 Thlr. in Staatsschuldscheinen, die $87\frac{1}{4}$ Proc. stehen und 4 Proc. Zinsen tragen; b) 4000 Thlr. in Stadt-Obligationen, die $91\frac{1}{2}$ Proc. stehen und 4 Proc. Zinsen tragen; den Rest will man in ostpreuß. Pfandbriefen, die $101\frac{1}{8}$ stehen und 4 Proc. Zinsen tragen, entrichten; auf den ersten beiden Papieren haften die Zinsen vom 1. Juli bis 14. Dec., auf den ostpreuß. Pfandbriefen vom 24. Juni bis 14. Dec. Wie viel muß noch in ostpreuß. Pfandbriefen entrichtet werden?

55) Jemand verkauft 10000 Thlr. in Staatsschuldscheinen à $84\frac{7}{8}$ Proc. gegen Stadt-Obligationen à $90\frac{1}{4}$ Proc.; wie viel von diesen letzteren erhält er dafür?

56) Es sind 7600 Thlr. am 13. Nov. zu zahlen; sie werden aber schon am 9. August mit $8\frac{3}{4}$ Proc. Disconto bezahlt; wie viel wird also dafür gegeben?

57) Ein Wechsel von 7696 Thlr. wird mit $6\frac{3}{4}$ Proc. Disconto 14 Tage vor der Verfallzeit bezahlt; wie viel beträgt er?

58) Jemand soll 1000 Thlr. nach 1 Jahr und 900 Thlr. nach 15 Monaten bezahlen, er kommt aber mit seinem Gläubiger überein, das Ganze mit 5 Proc. jährlichem Rabatt gleich baar zu erlegen; wie viel beträgt die baare Zahlung?

59) Einer kauft für 7645 Fl. Waaren, die nach 18 Monaten zu bezahlen sind, will sie aber mit 9 Proc. jährlichem Rabatt baar entrichten; wie viel beträgt die baare Zahlung?

60) Jemand erhält aus Hamburg für 1618 Mk. 12 ßl. Waaren nach 7 Mon. zahlbar, oder baar mit $4\frac{2}{3}$ Proc. Rabatt auf 100 (d. h. für die 7 Mon.); wie viel beträgt die baare Zahlung?

61) Ein Wechsel von 3400 Thlr., zahlbar den 20. April, wird den 20. März zu 4% discontirt; wie groß ist der Abzug und wie viel beträgt die baare Zahlung?

62) Was kosten 14 Ctr. Taback Brutto mit 6% Tara in Berlin, wenn das Pfd. in Hamburg $1\frac{1}{2}$ Mk. kostet, die Kosten von Hamburg bis Berlin $10\frac{1}{2}$% betragen, 300 Mk. Hamb. Bco. $150\frac{1}{4}$ Thlr. pr. Cour. und 100 Pfd. in Hamburg 103,618 Pfd. in Berlin betragen?

63) Was kostet 1 Pfd. Kaffee im Verkauf, wenn 3840 Pfd. Brutto 1275 Thlr. 11 Sgr. 3 Pf. kosten, 6% Tara gegeben werden und der Verkäufer 10% gewinnen will?

64) Was kosten 7000 Pfd. Reis Brutto mit 8% Tara, wenn 1 Pfd. Netto mit 3 Sgr. 9 Pf. bezahlt wird?

65) 3 Ctr. $17\frac{1}{2}$ Pfd. Brutto sind mit 9% Tara für 158 Thlr. $3\frac{3}{4}$ Sgr. verkauft worden; wie theuer ist der Ctr. Netto?

Berechnung

der mittleren Zahlungstermine (Zeitrechnung) und des Interusurii.

(§. 316 — 318.)

1) Jemand soll 350 Thlr. nach 3 Monaten, 500 Thlr. nach 6 Mon., 100 Thlr. nach 8 Mon. und 900 Thlr. nach

12 Mon. abtragen. Er kommt mit seinem Gläubiger überein, ihm alle diese Schulden auf einen Termin zu bezahlen; wann muß solches geschehen ohne Nachtheil hinsichtlich der festgesetzten Termine?

2) Man hat zu bezahlen 9400 Thlr. in $1\frac{1}{2}$ Jahr und $754\frac{1}{2}$ Thlr. in $9\frac{1}{3}$ Mon.; wann kann man das Ganze in einem Termin abtragen?

3) Jemand hat zu bezahlen 1400 Thlr. am 15. August und 3600 Thlr. am 17. Nov.; er bezahlt 1800 Thlr. am 1. Sept.; wann muß er den Rest abtragen?

4) Man hat sich verpflichtet, von einer Schuld die Hälfte baar, $\frac{1}{4}$ in 3 Monaten, $\frac{1}{5}$ in 8 Monaten und den Rest in 1 Jahr abzutragen; zu welcher Zeit kann das Ganze in einem Termin entrichtet werden?

5) Jemand hat 980 Thlr. baar zu entrichten und 1400 Thlr. nach 9 Mon.; wenn er nun 1000 Thlr. nach 1 Mon. bezahlt, wann muß er den Rest abtragen?

6) Einer hat 500 Thlr. nach 6 und 900 Thlr. nach 10 Mon. zu entrichten; nach 4 Mon. bezahlt er so viel, daß er den Rest in einem Jahr entrichten darf. Wie viel trifft dies auf jeden Termin?

7) Man hat 400 Thlr. à 4 Proc., 500 Thlr. à $4\frac{1}{2}$ Proc. und 7000 Thlr. à 5 Proc. auf gleiche Zeiten ausgeliehen; wie viel Proc. betragen die Zinsen im Durchschnitt?

8) Ein Kaufmann soll 1900 Thlr. nach $8\frac{1}{2}$ Mon. zahlen, und bezahlt nach 4 Mon. 500 Thlr.; wann muß er den Rest abtragen?

9) Jemand bezieht jährlich 400 Thlr. Zinsen von zwei gleichen Kapitalien, wovon das eine zu 4, das andere zu 5 Proc. aussteht; wie viel betragen die Kapitalien zusammen?

10) Von einer gewissen Schuld soll, laut Uebereinkunft, vom 16. März an gerechnet, $\frac{1}{3}$ in 3 Mon. 10. Tg., $\frac{1}{4}$ in 4 Mon.

25 Tg. und der Rest in 8 Mon. 18 Tg. abgetragen werden; wann kann die Schuld auf einmal abgetragen werden?

11) Es ist Jemand schuldig: 400 Thlr. baar, 800 Thlr. nach 8 Mon. und 1000 Thlr. nach $9\frac{2}{3}$ Mon.; er bezahlt 300 Thlr. nach 1 Mon. und 1100 Thlr. nach 6 Mon.; wann muß er den Rest erlegen?

12) Es sollen 2500 Thlr. nach 9 Mon. gezahlt werden; der Schuldner bezahlt aber 800 Thlr. baar und 900 Thlr. nach 4 Mon.; wie lange kann er den Rest behalten?

13) Jemand hat täglich $2\frac{1}{4}$ Thlr. Zinsen zu verzehren; $\frac{1}{3}$ des Kapitals steht zu $3\frac{2}{3}$ Proc.; $\frac{1}{3}$ zu $4\frac{1}{2}$ Proc. und $\frac{1}{3}$ zu 5 Proc. aus; wie viel Kapital hat er?

14) Ein Anderer hat monatlich $67\frac{1}{2}$ Thlr. Zinsen zu verzehren; $\frac{1}{5}$ des Kapitals steht zu 4 Proc. aus, $\frac{1}{3}$ zu $4\frac{1}{2}$ Proc. und der Rest zu 5 Proc.; wie viel Kapital hat derselbe?

15) 500 Thlr., die $3\frac{1}{2}$ Mon., 600 Thlr., die $6\frac{1}{3}$ Mon. und 1200 Thlr., die 18 Mon. zu gleichem Zinsfuß ausgestanden haben, haben zusammen 110 Thlr. Zinsen getragen; wie hoch ist der Zinsfuß?

16) Man hat ein Kapital von 850 Thlr. zu 4 Proc. und ein anderes von $630\frac{1}{2}$ zu 5 Proc. ausstehen; wann werden beide Kapitalien zusammen 1400 Thlr. Zinsen getragen haben?

17) Eine Anzahl Arbeiter werden mit einer Arbeit in 16 Tagen fertig; eine gleiche Anzahl schwächerer Arbeiter würde 23 Tage damit zu thun haben; wie viel Tage werden nun alle zusammen dazu gebrauchen?

18) Jemand soll nach 4 Mon. 680 Thlr. und nach 10 Mon. 1000 Thlr. bezahlen; nach 2 Mon. 18 Tg. bezahlt er so viel, daß er nun den Rest seiner Schuld von da an noch 1 Jahr behalten darf; wie viel muß in jedem Termine bezahlt werden?

19) Man hat bestellt 15 Ellen Zeug $\frac{3}{4}$ Ellen breit, 20 Ellen

$1\frac{1}{2}$ Ellen breit und 24 Ellen $\frac{7}{4}$ Ellen breit. Nun soll das Zeug aber von gleicher Breite geliefert werden; wie breit kann es, bei denselben Kosten, werden?

20) Jemand soll eine gewisse Summe in drei Terminen bezahlen, nämlich die Hälfte baar, $\frac{1}{3}$ nach 3 Mon. und den Rest nach 6 Mon.; wann kann das Geld in einem Termin erlegt werden?

21) Ein Fuhrmann soll 19 Ctr. 8 Meilen weit fahren; er hat nun schon 10 Centner 6 Meilen weit und 4 Centner 8 Meilen weit gefahren; wie weit muß er nun noch 12 Centner fahren, damit diese drei Lasten eben so viel kosten, als obige 19 Ctr. 8 Meilen zu fahren?

22) Mehrere Ortschaften sollen 60 Mann auf 6 Tage, 50 Mann auf 5 Tage, 40 Mann auf 4 Tage und 30 Mann auf 3 Tage zu einer gewissen Arbeit stellen; wie viel Leute müssen gestellt werden, wenn das Ganze in 10 Tagen abgemacht sein soll?

23) Jemand soll 1000 Thlr. nach $8\frac{1}{2}$ Mon. bezahlen; wenn er nun 300 Thlr. gleich baar erlegt, wie lange kann er den Rest noch behalten?

24) A. soll dem B. 800 Thlr. nach 8 Mon. entrichten, und B. dem A. 600 Thlr. nach 4 Mon.; wenn nun A. seine Schuld schon nach 5 Monaten abträgt, wann muß B. die seinige bezahlen?

25) Ein Acker kann von 20 Mann in 30 Tagen bestellt werden; es haben darauf 12 Mann 10 Tage lang, 15 Mann 8 Tage lang, und 10 Mann 6 Tage lang gearbeitet; in wie viel Tagen werden 25 Mann mit der noch übrigen Arbeit fertig werden?

26) Ein Kaufmann erhält für 960 Thlr. Waaren, die er, ohne Zinsen, nach 10 Mon. bezahlen soll; er bezahlt baar 100 Thlr. und nach 6 Mon. 500 Thlr.; wann muß er den Rest erlegen?

27) Eine gewisse Schuld soll nach 8 Monaten entrichtet werden; man erlegt aber die Hälfte schon nach 3 Mon., und $\frac{1}{3}$ nach 6 Mon.; wann muß der Rest bezahlt werden?

28) Eine Schuld ist nach 10 Mon. zahlbar; man will sie aber in zwei Terminen entrichten, nämlich einen Theil baar und das Uebrige in $1\frac{1}{2}$ Jahren; wie viel muß in jedem Termin bezahlt werden?

29) Jemand hat nach 4 Mon. $1713\frac{1}{2}$ Thlr., nach 9 Mon. 1300 Thlr. und nach 1 Jahr 800 Thlr. zu bezahlen; er bezahlt aber 1000 Thlr. baar und 1500 Thlr. nach 5 Mon.; wie lange kann er den Rest behalten?

30) Auf ein Grundstück werden folgende Gebote gemacht: A. bietet 13000 Thlr. baar, 2000 Thlr. nach 3 Mon. und 3000 Thlr. nach 6 Mon.; B. bietet 10000 Thlr. baar, 5000 Thlr. nach 6 Mon. und 4000 Thlr. nach 1 Jahr; C. bietet 15000 Thlr. nach 6 Mon., 2000 Thlr. nach 1 Jahr und 3000 Thlr. nach 18 Monaten. Wie viel ist jedes Gebot gegenwärtig werth, wenn man nur einfache Zinsen rechnet, und das Geld zu 5 Proc. untergebracht werden kann?

Aufgaben
über die Theilungs- oder Gesellschaftsrechnung.

(§. 319 — 321.)

1) Drei Kaufleute fangen einen gemeinschaftlichen Handel an; A. giebt dazu 1200 Thlr., B. 900 Thlr. und C. 1000 Thlr.; damit gewinnen sie in einem gewissen Zeitraume 1400 Thlr., welche sie nach Verhältniß ihrer Beiträge untereinander theilen; wie viel erhält jeder vom Gewinn?

2) Jemand stirbt und hinterläßt folgende Schulden: a) dem Kaufmann 45 Thlr., b) dem Bäcker 26 Thlr., c) dem Fleischer 25 Thlr., d) dem Schneider 18 Thlr., e) dem Schuhmacher 10 Thlr., sein ganzes Vermögen beträgt aber nur 50 Thlr.; wie viel wird demnach jeder Gläubiger erhalten?

3) Vier Kaufleute lassen sich gemeinschaftlich für 1670 Thlr. Waare kommen; davon nimmt A. $3\frac{1}{2}$ Ctr., B. 5 Ctr., C. $8\frac{1}{4}$ Ctr. und D. $10\frac{1}{8}$ Ctr.; wie viel hat jeder zu bezahlen?

4) Vier Bauern lassen ihr Feld ausmessen, P. $25\frac{1}{4}$ Morgen, Q. $36\frac{5}{8}$ Morgen, R. $17\frac{1}{2}$ Morgen und S. $42\frac{3}{8}$ Morgen. Die Kosten der Vermessung betragen $86\frac{1}{2}$ Thlr., welche sie nach Verhältniß der Größe ihrer Felder bezahlen; wie viel muß jeder dazu geben?

5) Drei Kinder haben das, von ihrem Vater an baarem Gelde hinterlassene Vermögen, welches in 5866 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr. besteht, auf folgende Weise untereinander zu theilen: das älteste Kind erhält so viel, als die beiden andern zusammen; das zweite aber zwei mal so viel, als das jüngste; wie viel beträgt das Erbe eines jeden Kindes?

6) Fünf Dörfer sollen zusammen 4300 Thlr. Kriegssteuer bezahlen, jedes Dorf nach Verhältniß der monatlichen Steuern. Wenn nun das Dorf A. $10\frac{1}{2}$ Thlr., B. 9 Thlr., C. $18\frac{3}{4}$ Thlr., D. 20 Thlr. und E. $25\frac{1}{3}$ Thlr. monatliche Steuern bezahlt; wie viel wird jedes Dorf zur Kriegssteuer beitragen müssen?

7) Zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen legten A., B. und C. 3000 Thlr. zusammen; A. gewann 900 Thlr., B. 400 Thlr. und C. 260 Thlr.; wie viel hat jeder beigetragen?

8) Zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen trug A. 350 Thlr. bei, B. 700 Thlr. und C. 580 Thlr.; A. gewann 56 Thlr.; wie viel gewinnt jeder der beiden Andern?

9) Drei Gläubiger haben an eine Masse von 12000 Thlr. zu fordern: A. 9000 Thlr., B. 6500 Thlr., C. 3800 Thlr.; wie viel erhält jeder?

10) D. fängt ein Geschäft mit 2500 Thlr. an; nach 6 Monaten tritt E. mit einem Kapital von 3000 Thlr. dazu; sie gewinnen in Zeit von 2 Jahren, von der Zeit an gerechnet, wo D. das Geschäft anfing, 500 Thlr.; wie viel bekommt jeder vom Gewinn?

11) Drei Fleischer pachten eine Wiese für $52\frac{1}{2}$ Thlr., um ihre Schaafe darauf weiden zu lassen; der erste hat 40 Schaafe,

$6\frac{1}{2}$ Sgr., das Pfd. der zweiten für 9 Sgr. und das Pfd. der dritten für $10\frac{3}{4}$ Sgr.; für die zweite Waare hat er 18 Thlr. 9 Sgr. mehr gelöst als für die erste, und für die dritte 3 Thlr. 25 Sgr. weniger als für die zweite; wie viel hat jeder Ballen gewogen?

27) Drei Kaufleute legen ein Kapital von 10000 Thlr. zusammen und machen damit einen Gewinn, von dem A. 143 Thlr., B. $201\frac{1}{2}$ Thlr. und C. $184\frac{3}{4}$ Thlr. erhält; wie viel Geld hat demnach jeder in die Handlung gegeben?

28) Vier Kaufleute übergeben einem Fuhrmann, um gleichen Fuhrlohn, zusammen 96 Ctr. Waaren; den Antheil des A. fährt er 4 Meilen weit, den des B. 9 Meilen, den des C. 8 Meilen und den des D. 12 Meilen; er erhält von A. $13\frac{1}{2}$ Thlr., von B. 15 Thlr., von C. 8 Thlr. und von D. 10 Thlr.; wie viele Ctr. der Waare gehörten jedem der 4 Kaufleute?

29) Jemand leiht drei Personen Geld zu gleichem Zinsfuß, dem A. 800 Thlr., dem B. 700 Thlr., dem C. 600 Thlr.; die Zeit, welche alle drei zusammen das Geld gehabt haben, beträgt 18 Monate; von A. bekommt er 16 Thlr., von B. 28 Thlr., von C. 36 Thlr. Zinsen; wie lang hat jeder das Geld gehabt und zu wie viel Procent wurden die Zinsen berechnet?

Aufgaben
über die Gold- und Silberrechnung.

(§. 322—329.)

1) Eine Goldbarre wiegt $13\frac{3}{4}$ Mk. und hält 18 Karat fein; wie viel feines Gold enthält sie?

2) Wie viel feines Silber und wie viel Zusatz enthält eine Masse von 49 Mk. 12 Loth $10\frac{1}{2}$ löthiges Silber?

3) 21 preuß. Thaler wiegen 2 Mk. und sie sind 12löthig; wie viel Mark fein Silber enthalten sie zusammen?

4)

4) 9348 französische Fünffrankenstücke wiegen 1000 Mk., sie halten 14 Loth $7\frac{1}{5}$ Grän fein; wie viel f. S. ist darin enthalten?

5) Eine gewisse Anzahl Goldstücke wiegt 15 Mk. $8\frac{1}{2}$ Loth und sie halten 21 Karat 9 Gr. fein; wie viel fein Gold ist darin enthalten?

6) Wenn in $47\frac{3}{8}$ Mk. Silber $36\frac{1}{2}$ Mk. fein Silber enthalten sind, wie viel löthig ist das Silber?

7) In $31\frac{5}{7}$ Mk. Gold sind $24\frac{1}{2}$ Mk. fein Gold enthalten; wie viel karatig ist das Gold?

8) $36\frac{1}{2}$ Mk. $18\frac{1}{3}$ karatiges Gold sollen feinirt werden, so daß sie 22 Karat fein halten; wie viel Zusatz muß aus der ganzen Masse abgetrieben werden?

9) 804 Stück holl. Ducaten, welche 12 Mk. wiegen und 23 Kar. 7 Gr. fein halten, sollen eingeschmolzen und karatirt werden, so daß sie nur 20 Kar. 9 Gr. fein halten; wie viel Zusatz ist erforderlich?

10) Wenn die Mark feines Silber $13\frac{1}{3}$ Thlr. kostet, wie viel kostet 1 Mk. $12\frac{1}{2}$ löthiges Silber?

11) 261 Stück dänische Species-Reichsthaler, 14 Loth fein, wiegen 32 Mk.; wenn nun 1 Mk. dieses Silbers $13\frac{4}{5}$ Thlr. preuß. Cour. kostet, wie hoch kommt 1 dän. Species-Reichsthaler in preuß. Cour. zu stehen?

12) 79 russische Rubel, 13 Loth 16 Gr. fein, wiegen 7 Mk.; wie viel ist 1 Rubel in Hamburg werth, wo die Mark fein Silber mit 27 Mk. 10 ßl. bezahlt wird?

13) 17 Rthlr. Cour. in Hamburg wiegen 2 Mk. und halten 12 Loth fein; wie viel betragen 100 Rthlr. Hamb. Cour. in englischem Gelde, wo 44,743 Sh. Sterl. auf 1 Mk. fein Silber gehen?

14) Eine Stange Gold, die $54\frac{1}{2}$ Mk. wiegt und $18\frac{1}{2}$ Kar. fein hält, wird gegen preuß. Pistolen à 5 Thlr. verkauft, deren 35 Stück auf die rauhe Mark gehen und die nach dem Passir-

Fuß 21 Kar. 8 Gr. fein sind; wie viele Thaler in Pistolen muß man für das Gold bezahlen?

15) Ein Goldschmied verkauft einen silbernen und vergoldeten Pokal, der 9 Mk. 12 Loth wiegt, 13 Loth fein hält und wovon die Mark 6 Grän feines Gold enthält. Die Mark fein Silber rechnet er zu $13\frac{1}{3}$ Thlr. Cour. an, die Mark fein Gold zu 189 Thlr. in Pistolen à 5 Thlr. mit $13\frac{1}{2}$ Proc. Agio gegen Cour.; wie viel kostet der Pokal in Courant?

16) Wie viel feines Silber und wie viel Zusatz befindet sich in einer Masse von 62 Mk. $10\frac{1}{2}$ Loth $11\frac{2}{5}$ löthigen Silbers?

17) Desgleichen in 109 Mk. 12 Loth 8 Gr. $13\frac{1}{2}$ löthigen Silbers?

18) In $216\frac{3}{4}$ Mk. 15 löthigen Silbers?

19) In 94 Mk. $13\frac{1}{2}$ Loth $8\frac{3}{4}$ löthigen Silbers?

20) Wie viel fein Gold befindet sich in $34\frac{1}{2}$ Mk. 18 karatigen Goldes?

21) Desgleichen in 110 Mk. $13\frac{1}{2}$ Loth 22 karatigen Goldes?

22) In 94 Mk. $10\frac{1}{2}$ Loth Gold, das 21 Kar. $10\frac{1}{2}$ Gr. fein hält?

23) In 25 Mk. $5\frac{3}{4}$ Loth Gold, das 12 Kar. $9\frac{1}{2}$ Gr. fein hält?

24) Wie viel beträgt der Werth von einer Silberbarre von 54 Mk. 9 Loth $7\frac{1}{2}$ Gr. à 12 Loth 6 Gr. fein in Augsburg, wenn die feine Mark Silber zu $20\frac{1}{2}$ Fl. Conv.-Geld gerechnet wird?

25) Wie viel Silber à 13 Loth 8 Gr. fein muß man für 36 Mk. $12\frac{1}{2}$ Loth à 11 Loth $9\frac{1}{2}$ Gr. fein geben?

26) Die Mark fein Gold kostet $192\frac{1}{3}$ Thlr.; wie groß kann der Gehalt des Goldes sein, von dem man für 1000 Thlr. 6 Mk. 12 Loth erhält?

27) Wie fein ist das Silber, wenn in einer Masse von 72 Mk. 54 Mk. fein Silber enthalten sind?

28) Wie fein wird das Silber der vorigen Aufgabe, wenn man zu 17 Mk. $12\frac{1}{2}$ Loth desselben noch 6 Mk. Kupfer zusetzt?

29) Aus 44 Mk. $9\frac{3}{4}$löthigen Silbers will man 12löthiges machen; wie viel Zusatz muß davon abgetrieben werden?

30) 6 Mk. 3 Unz. 6 Engels Silber in Amsterdam à 9 Deniers 6 Grän fein, enthalten wie viel feines Silber, wenn die Troysmark 8 Unz. à 20 Engels enthält, und das Probirgewicht 12 Den. à 24 Grän ist?

31) 39,21 Kilogrammes Silber in Paris à 725 Theile enthalten wie viel fein Silber, wenn die Probe 1000 Theile enthält?

32) 9 Pfd. 8 Unz. 11 Pfgw. Silber in London à 7 Unz. 14 Pfgw. fein, enthalten wie viel fein Silber, wenn das Troyspfund 12 Unz. à 20 Pfgw. enthält, und das Probirgewicht dieselbe Eintheilung hat?

33) 3,05 Hectogrammes Gold in Paris, à 836 Theile, enthalten wie viel fein Gold?

34) 54,56 Hectogrammes Gold à 920 Theile, enthalten wie viel fein Gold?

35) Ein Güldisch-Barren enthält 14 Mk. 6 Loth Silber à 12 Loth 10 Gr. fein und auf jede Mark $4\frac{1}{2}$ Gr. fein Gold; wenn nun die Mark fein Silber $13\frac{1}{3}$ Thlr. Cour. und die Mark fein Gold $190\frac{3}{4}$ Thlr. in Fr.d'or à 5 Thlr. gilt, und Fr.d'or gegen Cour. $13\frac{1}{4}$ Proc. besser stehen; wie viel betragen die Kosten der ganzen Masse in preuß. Cour.?

36) Es gehen 35 Stück Fr.d'or auf die rauhe Mark von 21 Kar. 9 Gr. fein; wenn sie nun im Verkehr nur zu 21 Kar. 6 Gr. gerechnet werden, wie viel ist dann die rauhe Mark Gold hievon werth, in Fr.d'or à 5 Thlr.?

37) Wie fein ist das Silber, wovon 24 Mk. 300 Thlr. kosten, wenn die feine Mark zu $13\frac{2}{3}$ Thlr. berechnet wird?

38) Ein Barren güldisch Silber enthält auf die Mark 13 Loth 6 Gr. fein Silber, und jede Mark hält 6 Gr. fein Gold; die Masse wiegt im Ganzen 48 Mk. $10\frac{1}{2}$ Loth und die feine Mark kostet $13\frac{1}{2}$ Thlr., die feine Mark Gold aber $192\frac{1}{2}$ Thlr. mit $10\frac{1}{2}$ Proc. Agio. Wie viel fein Silber und Gold ist darin enthalten und was kostet die Masse in preuß. Cour.?

39) Man hat 33 Mk. $9\frac{1}{2}$ Loth Gold à $22\frac{3}{4}$ Kar. fein; wie viel Zusatz ist erforderlich, um dasselbe 21 Kar. 3 Gr. fein zu machen?

40) Ein Stück Gold wiegt 13 Mk. $9\frac{3}{4}$ Loth, die Mark zu $12\frac{1}{2}$ Kar. fein Gold und $1\frac{3}{8}$ Loth fein Silber; wie viel fein Gold und Silber ist in der Masse enthalten?

41) Eine Masse Silber wiegt $16\frac{3}{4}$ Mark und hält die Mark $13\frac{1}{2}$ Loth fein; man vertauscht sie gegen $20\frac{1}{3}$ Mark anderes Silber; wie fein muß letzteres sein?

42) Man hat $15\frac{3}{4}$ Mark güldisch Silber, von jeder Mark wird $\frac{1}{6}$ Loth Zusatz abgetrieben; nach dem Feiniren hält jede Mark noch 12 Loth fein Silber und $\frac{1}{2}$ Loth fein Gold; wie viel fein Silber und Gold hält demnach die Masse?

43) Jemand kauft eine Masse güldisch Silber, 8 Mk. 5 Loth wiegend, 12 Loth fein Silber und $11\frac{1}{4}$ Grän fein Gold pro Mk. haltend. Jede Mk. fein Silber kostet $13\frac{1}{2}$ Thlr., jede Mark fein Gold 192 Thlr.; wie viel fein Silber und Gold sind in der Masse enthalten und was kostet das Ganze, wenn Gold 12 Proc. gegen Cour. gewinnt?

44) Ein Goldschmied kauft ein Stück güldisch Silber, wovon die Mark $12\frac{1}{2}$ Loth fein Silber und 3 Karat fein Gold hält;

die Mark fein Silber wird zu $13\frac{1}{3}$ Thlr., die Karat fein Gold zu 7 Thlr 24 Sgr. berechnet, das Ganze kostet 848 Thlr. 16 Sgr. 6 Pf.; wie viel hat die ganze Masse gewogen?

45) Ein Stück güldisch Silber wiegt 10 Mark 8 Loth, jede Mark hält 10 Loth fein Silber, $11\frac{1}{2}$ Grän fein Gold; die Mark fein Silber kostet $13\frac{1}{4}$ Thlr., das ganze Stück aber 170 Thlr. 24 Sgr. $2\frac{5}{8}$ Pf.; wie viel hat man für 1 Kar. Gold gegeben?

46) Ein Münzmeister kauft zwei Stücke Silber, das erste à 15, das zweite à 12 Loth fein, das erste Stück enthält 12 Loth fein Silber mehr als das zweite, und 8 Loth des ersten Stücks kosten so viel als 9 Loth des zweiten; das erste kostet $168\frac{3}{4}$ Thlr., das zweite 144 Thlr.; wie viel hat jedes Stück gewogen?

Aufgaben
über die Alligations- oder Mischungsrechnung.

(§. 330 — 337.)

1) Ein Bäcker mengt unter 10 Schfl. weißes Mehl 3 Schfl. schwarzes; wie viel von jeder Sorte ist in einem Schfl. enthalten?

2) Zu 16 Mark feinem Golde werden $8\frac{1}{3}$ Mk. Kupfer geschmolzen; wie viel karatig wird das Gold?

3) Ein Tabackshändler mischt unter 58 Pfd. Taback zu 16 Sgr. 45 Pfd. zu 12 Sgr.; wie viel kostet 1 Pfd. der Mischung?

4) 3 Mk. 10 Loth 12löthiges Silber, 8 Mk. 6 Loth feines Silber und 4 Mk. Kupfer werden zusammengeschmolzen; wie viel löthig wird die Mischung?

5) 3 Quart Branntwein von 25 Proc. (d. h. in welchem, in 100 Theilen, 25 Theile wasserfreier Weingeist und 75 Theile Wasser enthalten sind), $4\frac{1}{2}$ Quart von 60 Proc. und 5 Quart wasserfreier Weingeist werden gemischt; wie viel Proc. wird die Mischung an wasserfreiem Weingeist halten?

6) Wenn 150 Quart guter Wein und 69 Quart schlechter Wein

gemischt werden; wie viel von jeder Sorte findet sich in 100 Quart?

7) Unter $3\frac{1}{2}$ Mark 18karatiges und $5\frac{7}{8}$ Mark 20karatiges Gold werden 12 Loth Kupfer geschmolzen; wie viel karatig wird das Gold?

8) Unter eine Salzsoole, die 8 Proc. Salz enthält, mischt man eben so viel einer anderen von 30 Proc.; wie viel Proc. hält die Mischung?

9) Unter 530 Pfd. Soole von 12 Proc. werden 217 Pfd. Soole von 18 Proc. gemischt; wie viel Salz ist in einem Pfunde der Mischung?

10) Es mischt Jemand $\frac{3}{4}$ Loth Citronensaft, $24\frac{1}{2}$ Loth Zucker, mit 2 Pfd. Wasser und $1\frac{1}{2}$ Pfd. Rum; wie viel ist in einem Pfd. der Mischung von jeder Substanz enthalten?

11) $3\frac{3}{4}$ Mark 15karatiges Gold werden mit $9\frac{1}{5}$ Mark 22karatigem zusammen geschmolzen; welches wird der Gehalt der Mischung sein?

12) Wie viel karatig werden $9\frac{3}{4}$ Mark 18karatiges Gold durch den Zusatz von $1\frac{1}{2}$ Mark feinem Gold?

13) Eine Schale enthält 3 Mark 12löthiges Silber; wie viel feines Silber ist darin enthalten?

14) In 15 Mark Gold sind 11 Mark feines Gold enthalten; wie viel karatig ist das Gold?

15) Wie viel Kupfer muß man zu $15\frac{3}{4}$ Loth feinem Silber hinzuthun, um es 10löthig zu machen?

16) Wie viel Kupfer muß man zu $22\frac{3}{8}$ Mark 14löthigem Silber zusetzen, um $10\frac{1}{2}$löthiges daraus zu machen?

17) Wie viel 6karatiges Gold muß man zu 4 Mk. feinem Gold setzen, um 16karatiges Gold zu erhalten?

18) Unter $25\frac{3}{4}$ Quart Wein à $1\frac{1}{2}$ Thlr. gießt man $1\frac{1}{2}$ Quart Wasser; wie viel ist 1 Quart des gemischten Weines werth?

19) 20 Quart Wein zu 18 Sgr., 15 Quart zu 15 Sgr. und 3 Quart Wasser werden zusammen gegossen; wie viel ist eine Flasche von $\frac{3}{4}$ Quart vom gemischten Weine werth?

20) 5 Flaschen Wein zu 1 Thlr., 6 Flaschen zu 1 Thlr. 15 Sgr. und 18 Flaschen zu 19 Sgr. werden zusammen gegossen; wie viel ist eine Flasche des gemischten Weines werth?

21) Jemand hat 20 Eimer Wein à $24\frac{1}{2}$ Thlr., 35 Eimer à $30\frac{1}{3}$ Thlr. und $46\frac{1}{2}$ Eimer à 50 Thlr.; wenn nun Alles gemischt wird; wie viel wird ein Eimer der Mischung kosten?

22) Wenn ein Mann täglich 8 Quadratruthen gräbt, ein anderer aber täglich $9\frac{1}{4}$ Quadratruthen; wie lange arbeiten beide zusammen an $3\frac{3}{4}$ Morgen?

23) 64 Arbeiter bestellen ein Feld in 12 Tagen, 85 andere aber in 9 Tagen; wie lange werden alle zusammen dazu gebrauchen?

24) Es sind 64 Haufen Holz klein zu hacken; wenn ein Mann täglich bei 10stündiger Arbeit $\frac{3}{8}$ Haufen, ein anderer aber täglich bei 12stündiger Arbeit $\frac{1}{2}$ Haufen fertig macht; wie lange werden beide zusammen damit beschäftigt sein, wenn sie täglich 11 Stunden arbeiten?

25) 54 Arbeiter vollenden ein Werk in 18 Tagen, 60 andere in 12 Tagen; wie viele Arbeiter dieser letzteren Art werden noch nöthig sein, wenn 18 der ersteren schon daran arbeiten und die Arbeit in 10 Tagen fertig werden soll?

26) Einer hat viererlei Wolle. Von der ersten Sorte kostet der Stein $3\frac{1}{2}$ Thlr., von der zweiten Sorte 5 Thlr., von der dritten Sorte $7\frac{1}{8}$ Thlr. und von der vierten Sorte $8\frac{2}{3}$ Thlr. Er mengt von dieser Wolle $12\frac{3}{8}$ Ctr. und es findet sich, daß der Stein der gemengten Wolle $6\frac{1}{2}$ Thlr. werth ist; wie viel hat er von jeder Sorte genommen?

27) Ein Kaufmann hat viererlei Sorten Taback. Von der ersten Sorte kostet das Pfund 10 Sgr., von der zweiten $12\frac{1}{2}$ Sgr., von der dritten 15 Sgr. und von der vierten 20 Sgr. Diese vier Sorten will er so vermischen, daß er das Pfund für 14 Sgr. verkaufen kann; wie viel muß er zu einem Ctr. von jeder Sorte nehmen?

28) Wenn gleiche Theile 10 und 13löthiges Silber zusammen geschmolzen werden, welches wird der Gehalt der Mischung sein?

29) Ein Weinhändler vermischt 3 Oxhoft Wein à 40 Thlr., $2\frac{1}{2}$ Oxh. à 36 Thlr., 54 Oxh. à 39 Thlr. und 50 Oxh. à 48 Thlr.; wie theuer wird ein Oxh. der Mischung sein?

30) An einem Tage wurde beobachtet, daß die Temperatur des Morgens 5° war, Mittags $10\frac{1}{2}$° und Abends $7\frac{1}{4}$°; welches ist, nach diesen drei Beobachtungen, die mittlere Temperatur dieses Tages?

31) Ein Münzmeister vermischt 5 Mark $18\frac{1}{2}$ Karat $15\frac{1}{2}$ karatiges, 7 Mk. 9 Kar. 20karatiges, 4 Mk. $12\frac{3}{4}$ Kar. $21\frac{1}{2}$ karatiges Gold; wie fein wird die Masse werden?

32) Ein Anderer schmilzt 25 Mark 5 Loth 10löthiges, 16 Mark 14 Loth 12löthiges, 26 Mark 8 Loth 14löthiges Silber und 10 Mark 12 Loth Kupfer zusammen; wie fein wird das Silber werden?

33) Ein Pächter vermischt vier Sorten Weizen; von der ersten Sorte 5 Schfl. 8 Mtz. à 2 Thlr. 15 Sgr. d. Schfl., von der zweiten 6 Schfl. 12 Mtz. à 2 Thlr. 4 Sgr., von der dritten 9 Schfl. 10 Mtz. à 2 Thlr. 20 Sgr. und von der vierten 8 Schfl. 9 Mtz. à 2 Thlr. 22 Sgr.; wie hoch kommt ein Schfl. der Mischung zu stehen?

34) Ein Goldschmied will 10 und 15löthiges Silber so vermischen, daß er 12löthiges daraus erhalte; wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen?

35) Wie viel Kupfer muß man zu 12löthigem Silber setzen, um daraus $8\frac{1}{2}$ löthiges zu erhalten?

36) Wie viel feines Silber muß man zu 10löthigem Silber setzen, um 12löthiges daraus zu erhalten?

37) Wie viel feines Gold muß man zu 18karatigem Gold setzen, um $21\frac{3}{4}$karatiges zu bekommen?

38) Aus 10 und 14löthigem Silber soll 11löthiges gemacht werden; wie viel muß von jeder Sorte dazu genommen werden?

39) Aus 12karatigem und 20karatigem Gold, sollen 10 Mk. 216 Gr. 18karatiges zusammengesetzt werden; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

40) Aus 10 Loth 8 Gr. haltigem Silber und 14 Loth 12 Gr. haltigem Silber soll Silber gemacht werden, dessen Gehalt 12 Loth 16 Gr. ist; wie viel gehört von jeder Sorte dazu?

41) Jemand hat Wein zu 12 Sgr., zu 15 Sgr. und zu 20 Sgr. die Flasche; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, um, aus allen drei Sorten, Wein zu 16 Sgr. zu bekommen?

42) Jemand hat 6, 8, 12 und 14löthiges Silber und will daraus 11löthiges machen; wie viel gehört von jeder Sorte dazu?

43) Aus 10, 12, 15 und 20karatigem Golde sollen 5 Mark 180 Gr. Gold von 16 Kar. 8 Gr. Gehalt zusammengesetzt werden; wie viel muß von jeder Sorte genommen werden?

44) Jemand gießt gleiche Theile von zweierlei Sorten Wein zusammen; von der ersten Sorte kostet die Flasche $15\frac{1}{2}$ Sgr., von der andern 20 Sgr.; wie viel kostet die Flasche des gemischten Weins?

45) Ein Goldschmied schmelzt gleiche Theile 10, 12 und 14löthiges Silber zusammen; wie viel löthig wird die Mischung?

46) Wie viel Kupfer muß zu 8 Mark 14löthigem Silber hinzugesetzt werden, um es zu 11löthigem zu machen?

47) Ein Weinhändler hat Wein zu 1 Thlr. 20 Sgr. und eine andere Sorte zu 20 Sgr. d. Qrt.; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, um 14 Eimer zu 1 Thlr. d. Qrt. daraus zu bekommen?

48) Zu einer Arzenei gehören dreierlei Ingredienzien; von der einen kommen dazu $1\frac{1}{4}$ Loth, von der andern $\frac{3}{4}$ Loth und von der

dritten $2\frac{1}{8}$ Loth; wie viel muß man von jeder Ingredienz nehmen, um $2\frac{7}{8}$ Pfd. von dieser Arzenei zu erhalten?

49) Ein Bauer hat dreierlei Gerste; von der ersten Sorte kostet der Schfl. 2 Thlr. 5 Sgr., von der andern 1 Thlr. 20 Sgr. und von der dritten $1\frac{1}{8}$ Thlr.; er will sie so vermischen, daß der Schfl. 1 Thlr. 15 Sgr. kostet; wie viel muß er von jeder Sorte zu einem Scheffel nehmen?

50) Ein Materialist will zwei Sorten Kaffee vermischen, vom bessern kostet das Pfd. 12 Sgr., vom schlechteren 15 Sgr.; wie viel muß er von jeder Sorte zu einem Pfd. nehmen, damit er das Pfd. zu 13 Sgr. verkaufen kann?

51) Ein Juwelier hat 8löthiges und 13löthiges Silber; er braucht zu einer Arbeit 12 Mark 12löthiges; wie viel muß er von jeder Sorte dazu nehmen?

52) Ein Anderer soll einen $12\frac{1}{2}$ Loth schweren Becher von 12löthigem Silber verfertigen, er hat aber nur feines Silber und 9löthiges; wie viel muß er von jeder Sorte dazu nehmen?

53) Aus drei Sorten Taback zu 10, 12 und 20 Sgr. ist eine andere zu mischen, wovon das Pfd. 15 Sgr. kostet; wie viel muß von jeder Sorte genommen werden?

54) Man hat 24 Mk. 10 Loth 13löthiges Silber; wie viel 9löthiges kann man daraus herstellen?

55) Ein Goldschmied gebraucht Gold zu 18 Kar. 5 Gr. fein, er hat aber nur $22\frac{1}{2}$ karatiges und 12karatiges; wie viel muß er von beiden Sorten zusammen schmelzen?

56) Aus 15löthigem Silber will man 12löthiges herstellen; wie viel Zusatz ist erforderlich?

57) Man mischt $3\frac{1}{2}$ Mk. $12\frac{1}{2}$ karatiges, $9\frac{2}{3}$ Mark 14 karatiges, und 2 Mark 6 Loth $21\frac{3}{4}$ karatiges Gold; wie fein wird die Mischung sein?

58) 7 Mk. 6 Loth 5 Gr. Silber à 8 Loth 9 Gr. fein, 18 Mrk. 12 Loth à 10 Loth 12 Gr. fein, 15 Mark 9 Loth à 15 Loth

6 Gr. fein, und $3\frac{1}{2}$ Mark Kupfer werden zusammen geschmolzen; wie fein wird die Mischung?

59) Aus 8, $10\frac{1}{2}$, 12 und 15löthigem Silber soll 11löthiges hergestellt werden; wie viel ist von jeder Sorte erforderlich?

60) Aus $21\frac{3}{4}$ karatigem und $18\frac{1}{2}$ karatigem Golde soll 20karatiges hergestellt werden; wie viel ist von jeder Sorte erforderlich?

61) Man hat 55 Quart Wein à 1 Thlr. 15 Sgr.; wie viel Quart à 20 Sgr. muß man dazu gießen, um ihn zu 1 Thlr. verkaufen zu können?

62) Man braucht 46 Mk. $15\frac{1}{2}$ Loth Silber zu 12 Loth fein, hat aber nur 15löthiges und 8löthiges; wie viel muß von jeder Sorte dazu genommen werden?

63) 19 Mk. 11 Loth Gold zu 20 Kar. fein und 25 Mk. 10 Loth 10 Gr. zu 18 Kar. 7 Gr. fein sollen zusammen geschmolzen und mit so viel Kupfer versetzt werden, daß die Mischung 16 Kar. 11 Gr. fein hält; wie viel Kupfer ist erforderlich?

64) Wie viel Gold zu 12 Kar. 8 Gr. fein muß man mit 56 Mk. 10 Loth 12 Gr. à 20 Kar. 9 Gr. fein vermischen, um solches zu 15 Kar. 6 Gr. fein zu bekommen?

65) Aus 8, 9, 10 und 15löthigem Silber sollen 120 Mk. 8 Loth 12löthiges Silber hergestellt werden; wie viel muß von jeder Sorte genommen werden?

66) Ein Weinhändler hat Wein zu 45, 50, 56 und 60 Thlr. das Oxhoft, und will aus diesen 4 Sorten 40 Oxhoft à 52 Thlr. zusammen mischen, aber wegen des größeren oder geringeren Vorrathes, den er von den verschiedenen Sorten hat, soll von der wohlfeilsten zweimal so viel als von der theuersten Sorte genommen werden; wie viel ist von jeder Sorte erforderlich?

67) Ein Kaufmann hat Taback das Pfd. zu 12, 18 und 25 Sgr.; wie viel muß von jeder Sorte genommen werden, um eine Mischung von 5 Ctr. 36 Pfd. zu machen, wovon das Pfund à 15 Sgr. verkauft werden kann, wenn von dem zu 12 Sgr. jedesmal 3 Theile gebraucht werden sollen, so oft von dem zu 18 Sgr. 2 genommen werden?

68) Man hat 16 Mk. 12löthiges, 18 Mrk. 15löthiges und 24 Mark $11\frac{1}{2}$ löthiges Silber; dieser ganze Vorrath soll zusammengeschmolzen und noch so viel 8löthiges Silber zugesetzt werden, daß die Mischung $11\frac{8}{9}$ löthig wird; wie viel von diesem letzteren ist erforderlich?

69) 14 Mark $14\frac{1}{2}$ Loth Silber à $12\frac{1}{2}$ Loth fein, und 23 Mrk. 9 Loth à 10 Loth fein sollen mit so viel feinem Silber vermischt werden, daß die Mischung 12löthig wird; wie viel feines Silber wird dazu gebraucht?

70) Zu einem Stück $14\frac{1}{2}$ löthigen Silber werden 18 Mark Kupfer gesetzt, wodurch das Silber $10\frac{1}{2}$ löthig wird; wie viel wog das Stück Silber vorher?

71) Aus $22\frac{1}{4}$ karatigem Golde, 18karatigem Golde und Kupfer sollen 30 Mark 16karatiges Gold hergestellt werden; wie viel ist von jedem erforderlich?

72) Aus 15löthigem, 10löthigem und 8löthigem Silber sollen 56 Mark $9\frac{1}{2}$ Loth 12löthiges Silber hergestellt werden; wie viel ist von jeder Sorte erforderlich?

73) Wie viel fein Silber ist erforderlich, um $136\frac{1}{2}$ Mark $9\frac{1}{2}$ löthiges Silber $12\frac{3}{4}$ löthig zu machen?

74) Wie viel 6löthiges Silber muß zu $15\frac{1}{2}$ löthigem hinzugesetzt werden, um $11\frac{2}{3}$ löthiges zu bekommen?

75) Ein Goldschmied hat 50 Mark 15 löthiges, 40 Mark 14 löthiges und 60 Mark 9löthiges Silber, und will daraus die größtmögliche Masse 12löthiges zusammensetzen; wie viel muß von jeder Sorte genommen werden?

76) Ein Weinhändler hat viererlei Wein, das Qrt. von A. zu 25 Sgr., von B. zu 20 Sgr., von C. zu 15 Sgr. und von D. zu 10 Sgr. Daraus will er drei verschiedene Quantitäten

zusammen mischen, wovon die erste 72, die zweite 48, die dritte 54 Qrt. enthalten soll, und das Qrt. der ersten soll 23 Sgr., der zweiten 17 Sgr. und der dritten 13 Sgr. kosten; wie viel von jeder Sorte Wein ist zu jeder dieser drei Quantitäten erforderlich?

77) Zu 36 Mark feinem Silber werden $3\frac{1}{2}$ Mark 15löthiges und 10 Mark $7\frac{2}{3}$ Loth 12löthiges hinzugesetzt; wie viel Kupfer ist noch erforderlich, um das Silber $12\frac{1}{2}$ löthig zu machen?

78) Ein Goldschmied hat 12 Mark Gold, wovon die Mark 16 Kar. fein Gold, 4 Karat Silber und 4 Karat Kupfer enthält, und setzt dazu 12 Mk. 2 Loth $16\frac{4}{11}$ Gr. fein Gold und 2 Mark Silber; welches wird der Gehalt der Legirung sein?

79) Man hat 72 Mark $14\frac{1}{2}$ löthiges Silber; dazu soll so viel 10löthiges Silber und Kupfer zugesetzt werden, daß die Mischung 12löthig wird, jedoch soll 2 mal so viel Kupfer als Silber genommen werden; wie viel ist von jedem erforderlich?

80) Jemand giebt einem Goldschmied 3 Mk. 8löthiges Silber, der es auf 12löthiges treiben und daraus eine Schale machen soll, so schwer, daß so viel Silber übrig bleibe, daß der Goldschmied für seine Arbeit damit bezahlt werde, für jedes Loth Silber nämlich 5 Sgr. und jede Mark fein Silber zu 13 Thlr. gerechnet; wie schwer wird die Schale und wie viel beträgt der Arbeitslohn des Goldschmieds?

Aufgaben über Wechselrechnungen.

I. Wechselreductionen.

(§. 357—360.)

1) Berlin trassirt auf Leipzig 6715 Thlr. 20 Gr. Convent. Cour. und verkauft sie à $103\frac{1}{4}$ Proc.; wie viel beträgt dies in preuß. Cour.?

2) Man hat 3452 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr. preuß. Cour. in Amsterdam

zu bezahlen; wie viel Fl. holl. Cour. müssen dafür remittirt werden, wenn der Cours $142\frac{1}{2}$ Proc. steht?

3) Wie viel betragen 1213 Liv. 12 Sh. 6 Pf. Sterl. auf London à 6 Thlr. $28\frac{3}{4}$ Sgr. in preuß. Cour.?

4) London bezieht auf Berliner Rechnung $7415\frac{3}{8}$ Thlr. pr. Cour.; wie viel beträgt dies in engl. Gelde à 6 Thlr. $27\frac{7}{8}$ Sgr.?

5) Jemand hat in Hamburg 586 Mk. 13 fl. 6 Pf. Bco. zu bezahlen; wie viel muß er in preuß. Cour. übersenden, wenn der Cours 154 ist?

6) Was betragen 586,3 Francs auf Paris à $81\frac{1}{8}$ Thlr. in preuß. Courant?

7) Was betragen 3417 Fl. 14 Stüv. holl. Cour. auf Amsterdam à $140\frac{1}{4}$ Thlr. in preuß. Cour.?

8) Was betragen 1754 Thlr. 19 Sgr. auf Berlin à $34\frac{1}{2}$ Stüv. (pro 1 Thlr. preuß. Cour.) in holl. Cour.?

9) 4719 Thlr. 20 Sgr. preuß. Cour. betragen wie viel in London à 6 Thlr. $13\frac{1}{2}$ Sgr.?

10) 916 Thlr. 15 Sgr. pr. Cour. betragen wie viel in Hamburger Bco. Mk. à $151\frac{1}{2}$?

11) Was betragen 1369 Fl. holl. Cour. à $145\frac{7}{8}$ Thlr. in preuß. Courant?

12) Was betragen $1344\frac{5}{6}$ Thlr. pr. Cour. à $103\frac{2}{3}$ Xr. in Frankfurt a. M.?

13) Was betragen $479\frac{5}{6}$ Rubel in Banknoten à $30\frac{1}{2}$ Thlr. in pr. Courant?

14) Was betragen $638\frac{3}{4}$ Thlr. Conv.-Cour. auf Frankfurt a. M. à $102\frac{1}{2}$ Thlr. in preuß. Cour.?

15) Was betragen $1219\frac{1}{2}$ Thlr. Münze auf Frankfurt a. M. à $86\frac{5}{8}$ Thlr. in pr. Cour.

16) Hamburg trassirt auf Amsterdam 3261 Fl. holl. Cour. à $34\frac{1}{2}$ Stüv.; wie viel beträgt dieser Wechsel in Hamburger Bco. Mk.?

17) Cadix trassirt auf Hamburg 6480 Rpta. à $88\frac{1}{2}$ Pf. vls.; wie viel hat Hamburg zu bezahlen?

18) Von Hamburg sollen 4718 Lire nuove di Piemonte in Genua remittirt werden; wie viel betragen sie à $187\frac{1}{2}$ Centesimi?

19) Was betragen 3688 Francs, die Paris auf Amsterdam trassirt à $53\frac{1}{4}$ Groot vls.?

20) Was betragen 743 Thlr. 15 Stüv. holl. Courant in Paris, wenn der Cours $53\frac{3}{4}$ Groot vls. steht?

21) Was betragen 1690 Fl. holl. Cour. in Augsburg, wenn der Cours 6 Proc. steht und Augsb. Girogeld 27 Proc. besser steht, als Cour.?

22) Was betragen 1648 Mark Hamb. Bco. in Frankf. a. M., wenn der Cours $144\frac{1}{2}$ Proc. steht?

23) Was betragen 427 Fl. 30 Xr. Frankf. W. Z. in Hamb. Cour. Mrk., wenn der Cours 145 steht und Hamb. Bco. 16 Proc. besser ist, als Cour.?

24) Was betragen 824 Mrk. Hamb. Cour. in Vened. Lire austriache, wenn Hamb. Cour. $16\frac{1}{2}$ Proc. schlechter als Bco., und der Cours 45 ßl. Bco. steht?

25) Wie viel Proc. verlieren in Hamburg L.d'or gegen Ducaten, wenn Ducaten $4\frac{1}{2}$ Proc. besser als Bco. und Bco. $36\frac{3}{4}$ Proc. besser als L.d'or stehen?

26) Um wie viel Proc. sind Ducaten à $2\frac{3}{4}$ Thlr. besser als Pisto-

len à 5 Thlr., wenn die Ducaten 3 Thlr. 5 Sgr., die Pistolen 5 Thlr. 20 Sgr. gelten?

27) 64300 Rpta. auf Cadix betragen wie viel in Hamb. Bco. Mrk. à $88\frac{1}{2}$ Groot vls.?

28) Was betragen 5860 Fl., die London auf Wien trassirt, wenn der Cours von London auf Wien $9\frac{3}{4}$ Fl. steht?

29) Was betragen 4566 Mrk. Hamb. Bco. in Paris, wenn der Cours 184 steht?

30) Hamburg kauft für Berlin einen Wechsel von 1610 Thlr. Courant Geld auf Leipzig à 144 Thlr. und erhält den Betrag von Berlin remittirt à 156 Thlr.; wie viele Thaler preuß. Cour. kostet der Wechsel?

31) Berlin trassirt für Augsburger Rechnung auf Paris 3600 Thlr. preuß. Cour. à $81\frac{1}{2}$ Thlr.; Paris erholt sich dafür auf Augsburg à $259\frac{3}{4}$ Frcs.; wie viel hat Augsburg zu bezahlen?

32) Berlin ist angewiesen, für eine Rechnung auf London von 2800 Thlr. preuß. Cour. auf Hamburg zu trassiren, welches zu dem Course 152 Proc. geschieht; Hamburg erhält Wechsel von London à $34\frac{1}{2}$ ßl. vls.; wie viel beträgt die Zahlung in London?

33) Cadix trassirt für Berliner Rechnung auf Hamburg 5870 Rvn. à $86\frac{3}{4}$ Groot vls. Berlin kauft dafür Wechsel auf Amsterdam à 145 Proc., remittirt sie nach Hamburg, wo sie zu $5\frac{7}{8}$ Proc. angebracht werden. Wie viel hat Berlin in preuß. Cour. zu bezahlen, wenn Hamburg $\frac{1}{2}$ Proc. für Provision und Courtage rechnet?

34) Paris hat von Berlin zu fordern 8600 Francs, trassirt deshalb auf Frankfurt a. M. à 80 Proc. Berlin kauft dafür Amsterdamer Briefe à $145\frac{1}{2}$ und schickt sie nach Frankfurt, wo sie zu 140 Thlr. W. Z. angenommen werden. Wenn nun sämmtliche Unkosten sich auf $1\frac{1}{2}$ Proc. belaufen; wie viel hat Berlin zu bezahlen?

35)

35) Augsburg läßt von Hamburg 850 Stück holl. Randducaten kommen à 6 Mark mit $4\frac{1}{2}$ Proc. Agio gegen Bco. und erhält die Zahlung von Augsburg à 144 Proc.; wie viel hat Augsburg zu bezahlen?

36) Cadix trassirt für Berliner Rechnung auf London 49800 Rvn. à 40 Pence Sterl.; London erholt sich dafür auf Paris à 24 Frs., Paris auf Hamburg à 185 Frs.; Berlin kauft Amsterdamer Wechsel à 145 und schickt sie nach Hamburg, wo sie zu $34\frac{1}{2}$ Stüv. holl. Cour. begeben werden; wenn nun noch für Spesen und andere Ausgaben $2\frac{1}{4}$ Proc. berechnet werden; wie viel hat das Berliner Haus zu bezahlen?

37) Wenn der Cours von Augsburg auf Amsterdam $108\frac{1}{2}$ Rthlr. Giro und von da nach Hamburg $34\frac{3}{4}$ Stüv. Cour. steht; wie rendiret der Cours von Hamburg auf Augsburg?

38) Wenn der Cours von Berlin auf Paris $81\frac{3}{4}$ Thlr. preuß. Cour. und von Paris auf Hamburg $187\frac{1}{2}$ Fr. steht; wie rendiret der Cours von Berlin auf Hamburg?

39) Hamburg sendet 590 Stück Ducaten nach Leipzig, wo sie mit $12\frac{1}{2}$ Proc. Agio verkauft werden, der Betrag wird zu $145\frac{1}{2}$ nach Hamburg remittirt. Hamburg berechnet für Porto ꝛc. 1 Proc. Spesen, und Leipzig für Courtage und Briefporto $1\frac{1}{6}$ Proc. Wie viel Mark Bco. hat Hamburg nach Abzug der Kosten für die Ducaten wieder erhalten?

40) A. in Frankfurt a. M. trägt dem B. daselbst auf, an C. in Cadix den Werth von 3000 Rthlr. Wechselzahlung (oder Convent. Courant) zu übermachen, die Unkosten aber von der Summe abzuziehen. B. berechnet $1\frac{1}{4}$ Proc. für Provision, kauft für das Uebrige einen Wechsel auf Amsterdam à 142 Rthlr. W. Z., sendet diesen an D. in Amsterdam, mit dem Auftrage, den Betrag, nach Abzug der Unkosten, an C. in Cadix zu überma-

chen. D. berechnet $1\frac{1}{4}$ Proc. für Provision, Courtage, Briefporto u. s. w. und sendet den Betrag des Uebrigen nach Cadix in einem Wechsel, den er zu 93 gekauft hat; wie viel hat C. erhalten?

41) Was betragen 8572 Fl. holl. Cour. in pr. Cour., wenn der Cours $42\frac{5}{8}$ Proc. steht?

42) Was betragen 100 Lstrl. auf London in Frankfurt a. M. im Course zu 150; a) in W. G.? b) im 24 Fl. Fuß?

43) Wie hoch kommen 4591 Fr. in Frankfurter W. G. zu stehen, wenn man Hamb. Mrk. Bco. dafür nach Paris remittirt, die zu $149\frac{3}{8}$ eingekauft und zu 188,15 angebracht werden?

44) Was kosten 4000 Mrk. Hamb. Bco., wenn man franz. Frs. dafür nach Hamburg remittirt, die in Frankfurt a. M. zu 78 eingekauft und in Hamburg zu 188 angebracht werden?

45) A. in Berlin kauft für 2450 Thlr. einen holl. Wechsel à $142\frac{1}{2}$ und schickt ihn nach Paris, wo holl. Briefe zu 56 bezahlt werden; a) wie viel Frs. beträgt der Wechsel in Paris? b) wie steht der Cours von Berlin auf Paris?

II. Berechnung des Gewinns und Verlustes beim Wechselhandel.*)

(§. 361 — 363.)

46) Es kauft Jemand in Frankfurt a. M. einen Wechsel auf Amsterdam von 6940 Fl. holl. Cour. à 135; er verkauft ihn wieder à $137\frac{1}{2}$; wie viel hat er dabei: a) an der ganzen Summe des Wechsels, b) an einem Thaler, c) am Course, d) Proc. gewonnen?

47) Man wechselt in Berlin holl. Randducaten ein à $17\frac{3}{4}$ Proc. gegen Cour., schickt sie nach Hamburg, wo sie zu $5\frac{5}{8}$ Proc. ver-

---

*) Auch einige andere Aufgaben über Berechnung des Gewinns und Verlustes, die sich nicht auf Wechsel beziehen, sind hier mit aufgenommen.

kauft werden, und erhält den Betrag von Hamburg à $152\frac{1}{2}$ remittirt; wenn nun 1 Proc. für Spesen, Provision u. s. w. in Hamburg berechnet werden; wie viel ist dann am Course gewonnen oder verloren, a) in Ducaten, d. h. zu wie viel Proc. hat man sie höher oder niedriger verkauft als eingekauft? b) in preuß. Cour., d. h. um wie viel hat man einen Ducaten höher oder niedriger verkauft als eingekauft?

48) Wie viel Proc. verdient derjenige mit seinem Gelde, der es in Papieren anlegt, die zu $59\frac{1}{2}$ Proc. zu haben sind, und $4\frac{1}{2}$ Proc. Zinsen tragen?

49) Leipzig giebt den Auftrag in Amsterdam 1000 Stück holl. Randducaten zu kaufen und sie nach Hamburg zu schicken. Amsterdam kauft die Ducaten à 5 Fl. 60 Cents Cour., berechnet davon für Provision, Courtage und Porto bis Hamburg $\frac{3}{4}$ Proc. Spesen, sendet sie nach Hamburg und erhält den Betrag von Leipzig in Fl. holl. remittirt, die à 134 Proc. W. Z. gekauft sind; Hamburg verkauft die Ducaten à 5 Proc. gegen Bco. berechnet $\frac{1}{2}$ Proc. Spesen und Leipzig trassirt den Betrag à 144 Proc. Was hat Leipzig dabei gewonnen oder verloren: a) in Wechselzahlung an den 1000 Duc.? b) wie viel Proc. beträgt der Gewinn oder Verlust? c) wie viel beträgt der Gewinn oder Verlust in Ducaten an der ganzen Summe?

50) Berlin beordert Amsterdam für seine Rechnung 600 Lstrl. auf London à 36 ßl. vls. zu übermachen. Amsterdam führt den Auftrag aus und berechnet davon $\frac{1}{2}$ Proc. Provision und 6 Fl. 15 Stüv. Briefporto. Berlin kauft dann einen Hamburger Brief à 151 Thlr. Cour. und sendet ihn nach Amsterdam, wo er zu $34\frac{1}{2}$ Stüv. holl. Cour. verkauft wird. Endlich trassirt Berlin die 600 Lstrl. von London zu 6 Thlr. 15 Sgr. und legt dabei 1 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr. Briefporto aus. Was hat Berlin bei diesem Geschäfte gewonnen oder verloren a) an der ganzen Summe in preuß. Cour. und in Lstrl.? b) Proc.?

51) Man will Branntwein kaufen, den Oxhoft von 180 Quart, der 39 Proc. nach Richters Aräometer hält, für 52 Thlr., kann aber eine andere Sorte, die 58 Proc. stark ist, für 75 Thlr. bekommen; bei welcher Sorte hat der Käufer den meisten Nutzen?

Anmerkung. Branntwein von 39 Proc. heißt solcher, wobei in 100 Theilen 39 Theile wasserfreier Weingeist und die übrigen 61 Theile Wasser sind. Nach Richters Aräometer oder Alkoholometer wird eigentlich das specifische Gewicht des Branntweins bestimmt, aber da das Wasser schwerer als der Weingeist, indem letzterer nur 0,79 mal so schwer ist als Wasser, so ist der Branntwein um so schlechter, je schwerer er ist. Auf dem Instrumente selbst, womit er untersucht wird, ist indessen sogleich der Gehalt an Weingeist in Procenten angegeben, welches auch die Zahlen 39 und 58 in der Aufgabe ausdrücken.

52) Berlin kauft drei Wechselbriefe:

1) 1250 Fl. holl. Cour. zu $146\frac{3}{4}$ Thlr. Cour.

2) 275 Lstrl. zu 6 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. Cour.

3) 2000 Fl. Wiener à 4 Proc.

Diese Briefe sendet Berlin nach Holland, wo

1) der Amsterdamer zu $\frac{1}{2}$ Proc. Agio,

2) der Londoner zu 36 fl. vls.,

3) der Wiener zu 35 Stüv. holl. Cour.

verkauft werden, wobei der Amsterdamer Commissionair $\frac{2}{3}$ Proc. Provision und Porto abzieht. Endlich trassirt Berlin den Betrag aller drei Wechsel zu $147\frac{1}{4}$ Proc.; was ist an der ganzen Summe gewonnen oder verloren?

53) Jemand legt ein Kapital in Papieren an, welche zu $74\frac{1}{2}$ Proc. zu haben sind und 4 Proc. Zinsen tragen; wie hoch verinteressiret sich sein Geld?

54) Eine Unternehmung, zu welcher 5800 Thlr. verwendet sind, hat in 10 Monaten einen Ertrag von 6860 Thlr. gebracht; wenn nun die Zinsen des angelegten Kapitals zu 5 Proc. angeschlagen werden; wie viel Proc. beträgt dann der reine Gewinn?

55) Hamburg trassirt 500 Lstrl. à 33 ßl. vls. Hamb. Bco. auf London, remittirt den Betrag à $34\frac{1}{2}$ Stüv. holl. Cour. nach Amsterdam, und von da zu 35 ßl. vls. holl. nach London. Wenn nun für Spesen überhaupt 1 Proc. berechnet wird, so frägt sich:
   1) was ist an den 500 Lstrl. überhaupt
      a) in Lstrl.,
      b) in Mrk. Bco.,
   2) an dem Cours von 1 Lstrl.,
   3) Proc.

gewonnen oder verloren worden?

56) Hamburg beordert Amsterdam 800 Stück Ducaten zu 5 Fl. 6 Stüv. holl. Cour. zu kaufen, um solche nach Breslau zu senden. Amsterdam führt die Commission aus, und trassirt den Betrag à 35 Stüv. holl. Cour. auf Hamburg. Breslau verkauft die Ducaten à 94 Sgr., und Hamburg trassirt von Breslau wieder zu 152 Proc., muß aber in Breslau $\frac{1}{2}$ Proc. und in Amsterdam und Hamburg zusammen $1\frac{1}{2}$ Proc. Spesen bezahlen. Was ist demnach 1) an der ganzen Summe von 800 Duc., a) in Ducaten, b) in Mrk. Bco., 2) an dem Cours von 1 Duc., 3) Proc. gewonnen oder verloren worden?

57) Ein Pariser Haus kauft für 10000 Frs. einen Wechsel auf Cadix im Cours zu 15 Fr. 20 Cent. für 1 Pistole von 1088 Mpta., läßt denselben in Cadix einkassiren und den Betrag dafür nach Amsterdam à 98 Gr. holl. für 1 Wechselducaten von 375 Mpta. remittiren; von Amsterdam aus dagegen wieder nach London remittiren à 34 ßl. vls.; von London nach Hamburg à 35 ßl. vls. Bco., von Hamburg nach Venedig à 88 Gr. vls. Bco., von Venedig endlich wieder an sich selbst à 85 Centimes (für 1 Lir. austr.); wenn nun 3 Proc. Spesen zu berechnen sind, wie viel wird dann an den 10000 Fr. gewonnen oder verloren? a) in Frs., b) in Rpta., c) wie viel wird am Cours von 1 Pistole de plata, d) wie viel wird Proc. gewonnen oder verloren?

III. Wechselarbitragen.

(§. 364 — 365.)

58) Man will von Hamburg auf Amsterdam remittiren; der directe Cours ist 35 Stüv. holl. Cour.; der Cours auf Frankfurt a. M. ist zu der Zeit 143 Proc. in Conv. Cour. und von da auf Amsterdam $139\frac{1}{2}$ Proc. in W. Z. Welches ist der vortheilhafteste Weg?

59) Berlin soll nach London remittiren, während der Cours dahin 6 Thlr. 28 Sgr. steht. Es kann aber auch nach Hamburg à 154 Proc. und von da à $35\frac{3}{4}$ fl. vls. remittiren; welches ist am vortheilhaftesten?

60) Paris hat in Amsterdam eine Zahlung zu leisten, und kann über Hamburg, London oder Wien remittiren. Die Course stehen zu der Zeit:

in Paris	in Amsterdam
auf Hamburg 25 fl. Bco.	auf Hamburg $34\frac{1}{2}$ Stüv.
„ London $24\frac{3}{4}$ Frs.	„ London $37\frac{3}{4}$ fl. vls.
„ Wien 255 Frs.	„ Wien $136\frac{1}{2}$ Proc.

Wie hoch kommt nach diesen Coursen die feste Valuta von 3 Frs. in Paris zu stehen?

61) Hamburg hat in Cadix eine Zahlung zu leisten, und kann entweder adrittura oder über London, Amsterdam oder Paris remittiren. Die Course sind:

in Hamburg	in Cadix
auf Cadix $93\frac{1}{2}$ Groot vls. Bco.	auf London 39 Pf. Sterl.
„ London 34 fl. vls. Bco.	„ Amsterdam $102\frac{1}{2}$ Gr. vls.
„ Amsterdam 35 Stüv. holl. Cour.	„ Paris 15,8 Fr.
„ Paris $25\frac{1}{2}$ fl. Lüb. Bco.	

Welcher dieser verschiedenen Wege ist zur Remesse am vortheilhaftesten?

62) Hamburg hat in London zu fordern und kann directe trassiren à 34 ßl. 3 Gr. vls., oder sich von London Wechsel auf Amsterdam remittiren lassen à $37\frac{1}{2}$ ßl. vls., die in Hamburg 36 Stüv. stehen; welches ist für den Hamburger am vortheilhaftesten?

63) Wien hat in London eine Schuld zu bezahlen. Es kann 1) entweder direct zu 9 Fl. 40 Xr. remittiren, oder 2) von London auf Hamburg à $35\frac{1}{4}$ ßl. vls. trassiren lassen und dagegen Hamburger Wechsel à 145 kaufen und dieselben nach Hamburg senden. 3) Wien kann ferner auch einem Pariser Hause den Auftrag geben, Londoner Remessen à $25\frac{1}{4}$ in Paris zu kaufen, um sie nach London zu übermachen, wogegen der Wiener Pariser Briefe à $116\frac{1}{4}$ Fl. kauft und sie nach Paris übermacht. 4) Der Wiener könnte aber auch dem Commissionär für die Remesse, die er nach London machen soll, dadurch bezahlt machen, daß er demselben den Auftrag giebt, auf ihn à 2 Fr. 58 Cent. zu trassiren. 5) Endlich könnte der Wiener seinen Gläubiger in London dadurch bezahlen, daß er in Wien Amsterdamer Wechsel à $137\frac{1}{4}$ Thlr. kauft, und nach London übermacht, der Cours von London auf Amsterdam steht $11\frac{4}{5}$ Fl. holl. Cour. Wenn nun jeder der Commissionäre $\frac{1}{2}$ % Spesen rechnet, welcher der angegebenen Wege ist alsdann der vortheilhafteste für den Wiener?

IV. Wechselcommissionen.

(§. 366—373.)

64) Leipzig erhält Ordre auf Paris à $76\frac{3}{4}$ zu trassiren und dagegen auf Hamburg à 144 Proc. zu remittiren, es kann aber zur Remesse Hamburger Briefe nur zu $144\frac{1}{4}$ bekommen; wie

doch muß es deshalb trassiren, dem Auftrag des Committenten zu entsprechen?

65) Hamburg wird beordert, auf Berlin à 155 Proc. zu trassiren und auf Amsterdam à $34\frac{1}{2}$ Stüv. holl. Cour. zu remittiren; der Hamburger Commissionär findet aber zur Tratte nur Briefe à $155\frac{1}{2}$ Proc.; zu welchem Course muß die Remesse ausgeführt werden?

66) London erhält Ordre, auf Amsterdam à $38\frac{1}{4}$ fl. vls. zu trassiren, und auf Lissabon à $60\frac{1}{2}$ Pf. Sterl. zu remittiren, findet aber den Cours der Remesse à $60\frac{7}{8}$; zu welchem Cours muß die Tratte ausgeführt werden?

67) Paris erhält Ordre, auf Augsburg à 260 Fr. zu trassiren und auf Hamburg à $25\frac{1}{2}$ fl. vls. Bco. zu remittiren, findet aber den Cours zur Remesse à 25 fl. vls. Bco.; zu welchem Cours darf die Tratte nur ausgeführt werden?

68) Paris ist angewiesen, nach Lissabon à 498 Reis zu remittiren und dafür auf Amsterdam à 55 Gr. vls. zu trassiren; der Cours auf Lissabon steht aber auf 494; zu welchem Cours kann nur trassirt werden?

69) London ist angewiesen, auf Genua à $25\frac{1}{4}$ Lire nuove zu remittiren und sich dagegen auf Hamburg à $34\frac{1}{2}$ fl. vls. zu erholen; der Cours auf Genua steht aber auf $25\frac{3}{4}$; wie kann die Tratte nur ausfallen?

70) Berlin ist angewiesen, auf Amsterdam zu trassiren, dagegen auf London zu remittiren, doch so, daß der directe Cours zwischen London und Amsterdam 37 fl. vls. zu stehen kommt. Berlin findet den Cours zur Tratte à $140\frac{3}{4}$ Proc. und zur Remesse à 6 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr.; wie fällt der Auftrag für den Committenten aus?

71) Augsburg ist beauftragt, auf Frankfurt a. M. zu ziehen, und für den Betrag Wechsel auf Paris zu übersenden, vorausgesetzt, daß der Cours zur Tratte $99\frac{1}{4}$ Thlr. Cour., der zur Remesse zu $115\frac{1}{4}$ Fl. zu finden ist. Es steht aber der Cours auf Frankfurt a. M. à $98\frac{3}{8}$; wie ist demnach die Remesse einzurichten?

72) Berlin erhält Ordre, auf Hamburg à $155\frac{1}{2}$; oder auf Leipzig à $106\frac{1}{4}$ oder auf Paris à $79\frac{5}{8}$ zu trassiren, bei einer Veränderung der Course aber den vortheilhaftesten für den Committenten zu wählen. Der Cours auf Hamburg steht 155, auf Leipzig 105, auf Paris 79; wie kann der Auftrag am vortheilhaftesten ausgeführt werden?

73) Hamburg erhält Ordre, auf London à $34\frac{1}{2}$ ßl. vls. zu trassiren und auf Amsterdam à 33 Stüv. holl. Cour. zu remittiren; bei Empfang der Ordre steht aber der Cours auf London $33\frac{7}{8}$; welcher Cours wird dem Committenten zur Remesse genügen?

V. Waarenberechnungen.

(§. 374.)

74) In Amsterdam ist für Berlin gekauft Haysant-Thee à 3 Fl. holl. Cour. das Amsterd. Pfd. Wenn nun das Amsterdamer Haus den Betrag auf Hamburg à 34 Stüv. trassirt und Berlin nach Hamburg à 154 remittirt, Hamburg $4\frac{1}{2}$ Proc. Unkosten rechnet und der Transport von Hamburg bis Berlin noch $2\frac{1}{2}$ Proc. beträgt, wie hoch kommt dann 1 Berliner Pfund in preuß. Cour., wenn das Amsterd. Gewicht um $5\frac{3}{5}$ Proc. schwerer ist, als das Berliner Gewicht?

75) Für Leipziger Rechnung ist in Hamburg eine Parthie Taback

à $14\frac{1}{2}$ fl. Cour. gekauft, mit 25 Proc. Rabatt (auf 100) Der Cours von Hamburg auf Leipzig steht $143\frac{1}{2}$ Proc., di Spesen betragen $5\frac{1}{2}$ Proc., das Hamburger Gewicht ist um $3\frac{2}{5}$ Proc. schwerer, als das Leipz. Gewicht; wie hoch komm 1 Pfd. in Leipzig zu stehen?

76) Das Pfd. Kaffee kostet in Amsterdam 12 Stüv. Cour. nebst 5 % Rabatt, der Cours auf Berlin ist $145\frac{1}{2}$ Thlr.; Spesen in Hamburg betragen $2\frac{1}{2}$ %, in Berlin 5 %, das Amsterdamer Gewicht ist 5 % schwerer als das Berliner; wie hoch kommt 1 Pfd. in Berlin zu stehen?

77) Das Pfd. Indigo gilt in Bordeaux 15 Fr. nebst 5 % Spesen, Cours auf Hamburg $25\frac{1}{2}$ fl. Bco., Hamb. Spesen $2\frac{1}{2}$ %, Cours von Hamburg auf Berlin 153 Thlr., Berliner Spesen 5 %; was kostet das Pfd. in Berlin, wenn das Berliner Gewicht 5 % leichter ist?

78) Der Ctr. von 112 Pfd. Caroliner Reiß gilt in London 35 Shstrl. mit 2 % Spesen. Cours auf Hamburg $13\frac{1}{2}$ Mark Bco., Hamburg rechnet 5 % Spesen, Cours auf Berlin 153 Thlr., Berliner Spesen 10 %; was gilt der Ctr. in Berlin, wenn Londoner Gewicht 3 % leichter ist?

79) In Malaga gilt die Kiste Citronen $6\frac{1}{2}$ Pesos de plata nebst 5 % Spesen; Cours auf Amsterdam $92\frac{1}{2}$ Groot vls., von da auf Hamburg 35 Stüv., Hamburger Spesen 10 %, Cours auf Berlin 153 Thlr., Berlin hat 2 Thlr. 10 Sgr. pro Kiste Unkosten; wie hoch kommt die Kiste in Berlin zu stehen?

80) In Bordeaux kostet das Pfd. Martinique Kaffee 1 Fr. 5 Cent. mit 5 % Spesen, Cours auf Amsterdam $56\frac{1}{2}$ Fl., Amsterdamer Spesen 5 %, Cours auf Berlin $146\frac{1}{2}$ Thlr., Berl. Spe-

sen 10%. Was gilt 1 Pfd. in Berlin, wenn Berliner Gewicht 3% leichter ist?

81) Ein Pud gelbes Wachs gilt in Petersburg 10 Silber-Rubel nebst 10% Spesen, Cours auf Amsterdam $10\frac{1}{8}$ Fl. holl. Cour., Amsterdam rechnet 1% Provision; Cours von Amsterdam auf Berlin $142\frac{1}{2}$ Thlr., Spesen in Stettin und Berlin betragen zusammen 10%; 1 Pud beträgt 35 Berliner Pfd. und 100 Silber-Rbl. machen 372 Rbl. in Banco-Noten; was kostet 1 Pfd. in Berlin?

82) Hamburg kauft für Berlin 12 Ton. Caroliner Reiß, welche 6400 Pfd. Netto wogen und bezahlt für 100 Pfd. Netto $12\frac{1}{2}$ Mrk. Cour. mit 13 Monat Rabatt à 8% pro Anno, und 10% Spesen; Hamburger Bco. steht 20% besser als Cour., der Cours auf Berlin ist 150% nebst 10% Spesen; was kostet dieser Reiß in Berlin a) überhaupt, b) der Ctr., wenn 100 Pfd. Hamb. 105 Pfd. in Berlin machen?

83) Hamburg kauft für Berlin 2 Fässer Indigo, wiegen Brutto 1750 Pfd., Tara 150 Pfd., das Pfd. Netto kostet 16 ßl. vls. Bco. mit 13 Monat Rabatt à 8% und 5% Spesen. Cours auf Berlin $152\frac{1}{2}$ Thlr. nebst 5% Spesen; was gilt dieser Indigo in Berlin überhaupt und à Pfd., wenn Hamb. Gewicht 5% schwerer ist, als Berliner?

VI. Berechnung des Pari *).

(§. 375 — 376.)

84) In Hamburg steht der Cours auf Amsterdam 35 Stüv. holl. Cour. und auf Berlin 151 Thlr.; welches ist demnach das Wechselpari von Berlin auf Amsterdam?

---

*) Bei den Aufgaben über das reelle Pari ist die Tafel über die wirklich geprägten Gold- und Silbermünzen (Seite 25 dieser Beispielsammlung) zu Hülfe zu nehmen; öfters müssen auch die Angaben, welche bei den Münzen der verschiedenen Städte und Länder zu finden sind, benutzt werden.

85) In London ist der Cours auf Paris $25\frac{1}{8}$ Frs. und auf Genua 25 Lire nuove; welches ist hiernach das Wechselpari zwischen Paris und Genua?

86) Wie viel beträgt 1 dän. Speciesthaler nach dem reellen Pari in preuß. Cour.?

87) Welches ist das reelle Courspari zwischen Berlin und Hamburg, d. h. wie viel beträgt die feste Valuta von 300 Mk. Bco. in preuß. Cour.?

88) Welches ist der Werth eines engl. Schillings in preuß. Cour. nach dem inneren Gehalt?

89) Das reelle Courspari zwischen Hamburg und London zu finden?

90) Welches ist der Werth eines holl. Ruyder in preuß. Pistolen à 5 Thlr.?

91) Den Werth eines portugiesischen Dobraon in engl. Sovereigns anzugeben.

92) Das reelle Courspari zwischen Paris und London nach dem engl. Schilling zu finden.

93) Wie viel holl. Ruyder gehen auf 1 köln. Mark fein Gold, wenn aus 13 Troysmarken à $22\frac{1}{12}$ Karat fein 320 Stück geprägt werden?

94) In London sollen aus 1 engl. Troyspfunde Standardsilber von 7766 holl. Aß 66 Schillingstücke à 11,1 Unz. fein geprägt werden. Wenn nun in Berlin die köln. Mk. fein Silber von 4864 holl. Aß zu 14 Thalern ausgeprägt wird; welches ist das reelle Pari zwischen London und Berlin für 1 Liv. oder 20 Sh. Sterl.?

95) Das reelle Courspari zwischen Hamburg und Petersburg zu finden und zwar nach der Mark und dem Silberrubel, 1 Silberrubel als feste Valuta angenommen.

96) In Petersburg werden 38,49 Ducaten à 5 Rubel aus der rauhen Mark Gold von 23 Kar. 8 Gr. fein geprägt, und $11\frac{2}{7}$ Rubel aus der rauhen Mark Silber von 13 Loth 16 Gr. fein; welches ist hiernach das gesetzliche Verhältniß zwischen Gold und Silber?

97) Von den englischen Schillingstücken werden 41,356 aus der rauhen, und 44,743 aus der feinen Köln. Mark Silber geprägt; wie fein sind sie?

98) Ein holl. Guldenstück wiegt 218,9 holl. Aß und ist 14 Loth $10\frac{1}{2}$ Gr. fein; wie viel gehen auf die Köln. Mark fein Silber à 4864 holl. Aß?

99) Ein genues. Zecchinenstück wiegt 72,06 holl. Aß und ist 23 Kar. $10\frac{1}{2}$ Gr. fein; a) wie viel gehen auf die feine Köln. Mark? b) wie viel auf die rauhe Köln. Mark?

100) Wie viel einfache brabantische Souverainsd'or gehen nach den, in der oben angeführten Tabelle gemachten Angaben, auf die rauhe Köln. Mark Gold?

101) Wie viele Carolin gehen auf die rauhe Köln. Mark?

102) Wie viele Species-Rthlr. nach dem Conv. Fuß gehen auf die rauhe Mark Silber? und wie viel beträgt ein Stück in preuß. Cour.?

103) Wie viel französische Kronenthaler gehen auf die rauhe Mark Silber?

104) Den Werth des franz. Laubthalers in preuß. Cour. zu finden.

105) Wenn preuß. Pistolen à 5 Thlr. 12 Proc. gegen Courant gewinnen, was ist dann der Werth
   a) von 1 engl. Sovereign,
   b) von 1 franz. Louisd'or,
   c) von 1 spanischen Pistole seit 1772,
   d) von 1 holl. Ducaten,
in preuß. Courant?

106) In Leipzig ist der Cours auf Amsterdam $136\frac{1}{2}$ Thlr., auf Augsburg $99\frac{1}{4}$ Thlr., auf Frankfurt a. M. $99\frac{1}{3}$ Thlr., auf London $6\frac{2}{3}$ Thlr.; was für Course ergeben sich demnach von London auf die übrigen genannten Plätze?

Inhalt.

Berlin, gedruckt bei Trowitzsch und Sohn.

Lehrbuch

der

Arithmetik

für

Schulen, Gymnasien und den Selbstunterricht.

Enthaltend:

eine gründliche und leicht faßliche, den Erfordernissen der neueren Pädagogik angemessene Darstellung des Kopf- und Zifferrechnens, und deren Anwendung auf das bürgerliche Leben und auf besondere Geschäftszweige.

Von

Jacob Heussi,

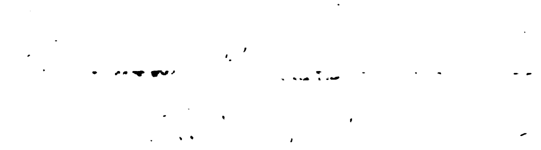
ordentlichem Lehrer der Mathematik, Physik und englischen Sprache an der Königlichen Realschule zu Berlin.

Vierter Theil.

Die Resultate aller arithmetischen Aufgaben des dritten Theils enthaltend.

Berlin, 1832.

Verlag von Duncker und Humblot.



Addition.

1) 77.
2) 91.
3) 75.
4) 94.
5) 71.
6) 7700.
7) 86698.
8) 217.
9) 158.
0) 125.
1) 148.
2) 171.
3) 186.
4) 313.
5) 270.
6) 190.
7) 250.
8) 137.
9) 181.
0) 251.
1) 221.
2) 239.
3) 136.
4) 266.
5) 989.
6) 1097.
7) 2199.
8) 699.
29) 21999.
30) 22989.
31) 9899.
32) 168989.
33) 1589898.
34) 689897.
35) 8974799.
36) 3578898.
37) 12998899.
38) 999999.
39) 8569999.
40) 98899.
41) 102688.
42) 558988.
43) 796879.
44) 9558898.
45) 286.
46) 218.
47) 387.
48) 2064.
49) 2870.
50) 20200.
51) 423.
52) 527.
53) 4826.
54) 52794.
55) 366681.
56) 103549.

57) 156318.
58) 1274113.
59) 832542.
60) 28836.
61) 193545.
62) 1277648.
63) 314791.
64) 1583285.
65) 234894.
66) 15791517.
67) 109331815.
68) 868013916.
69) 10344909.
70) 95306.
71) 2097.
72) 48774911.
73) 1058776818.
74) 1107649132.
75) 415.
76) 11560.
77) 2070.
78) 212175.
79) 226220.
80) 1005848080.
81) 77126516666.
82) 37600829040.
83) 77647505.
84) 4687955550.
85) 10287072959.
86) 5967428.
87) 1468258.
88) 136989.
89) 36497285.
90) 352739431.

Subtraction.

1) 33.
2) 21.
3) 52.
4) 51.
5) 13.
6) 34.
7) 43.
8) 77.
9) 32.
10) 114.
11) 222.
12) 412.
13) 134.
14) 405.
15) 510.
16) 600.
17) 1210.
18) 2211.
19) 4402.
20) 2264.
21) 4071.
22) 15110.
23) 1140.
24) 2403.
25) 4653.
26) 57413.
27) 445000.
28) 1501.
29) 500201.
30) 2070.
31) 40107.
32) 85420601.
33) 73400451.
34) 28730005.
35) 6010231.
36) 34310000.

37) 29.
38) 33.
39) 35.
40) 63.
41) 206.
42) 190.
43) 170.
44) 4909.
45) 802.
46) 1073.
47) 1906.
48) 3818.
49) 21604.
50) 2338179.
51) 37037.
52) 34338.
53) 17153.
54) 853901.
55) 25878.
56) 3787480.
57) 4823744.
58) 38302830.
59) 14835226996.
60) 2960506502528.
61) 3575.
62) 5845.
63) 355.
64) 21139.
65) 11029.
66) 2632.
67) 400551809.
68) 2264939.
69) 12889695.
70) 4845594369463.
71) 50493045319963010913319.
72) 341095765366982807.
73) 6090148185.
74) 470216706.
75) 368841524.
76) 1079264210.
77) 22262892349.
78) 196483502999.
79) 81331776525.
80) 42464345.
81) 6286.
82) 655673.
83) 38492727.
84) 276021707.
85) 712946774.
86) 250605609.

Zusammengesetzte Beispiele über Addition und Subtraction.

1) 86064.
2) 87292.
3) 1062.
4) 114.
5) 1367.
6) 58455.
7) 19706.
8) 14790.
9) 28825.
10) 6962942.
11) 12335.
12) 1407096.
13) 5494555.
14) 1825929.
15) 9233.
16) 4045.
17) 433414.
18) 267906.
19) 546045.
20) 3565652.

21) 533940.
22) 91732.
23) 54126.
24) 8164.
25) 12851.
26) 8610.
27) 17805.
28) 7734.
29) 6200.
30) 2911.
31) 103655.
32) 53350.
33) 4749.
34) 35622.

Multiplication.

1) 684.
2) 363.
3) 8488.
4) 68462.
5) 44668.
6) 96693396.
7) 406.
8) 9300.
9) 80840.
10) 6004020.
11) 150.
12) 2800.
13) 280000.
14) 1000.
15) 42000.
16) 2790900.
17) 570.
18) 4530.
19) 350000.
20) 708300.
21) 57900.
22) 389100.
23) 500000.
24) 73000.
25) 5691000.
26) 38700000.
27) 974000000.
28) 5889000.
29) 3400000000.
30) 5870000.
31) 115.
32) 222.
33) 378.
34) 712.
35) 675.
36) 966.
37) 1641.
38) 25564.
39) 25365.
40) 54858.
41) 25053.
42) 406648.
43) 289179.
44) 34350.
45) 1414035.
46) 197490.
47) 1381716.
48) 27020336.
49) 27103601.
50) 38131461.
51) 30272.
52) 198815.
53) 16415.
54) 322182.
55) 706624.
56) 691110.

57) 399324.
58) 223896.
59) 1550580.
60) 43967040.
61) 1118865512.
62) 10642887.
63) 356852.
64) 5561661.
65) 699040392.
66) 666003519.
67) 1925200485.
68) 434971984.
69) 115228064.
70) 31313715.
71) 159582968.
72) 342329860.
73) 388678986.
74) 644108066.
75) 1944159008.
76) 3541128858.
77) 14057745108.
78) 2654687006916.
79) 1620.
80) 8780.
81) 15120.
82) 229900.
83) 298320.
84) 263410.
85) 785680.
86) 338580.
87) 199000.
88) 22830600.
89) 22560000.
90) 18445000.
91) 32528400.
92) 224739200.
93) 2243200000.
94) 69848100.
95) 77758000.
96) 2424100000.
97) 3812072000.
98) 324895122000.
99) 3226001899000.
100) 2050721400000.
101) 407.
102) 708.
103) 1261.
104) 1204.
105) 2010.
106) 7287.
107) 5148.
108) 11052.
109) 57058.
110) 260585.
111) 7848.
112) 206028.
113) 476574.
114) 4093056.
115) 14598175.
116) 15302686.
117) 7109280.
118) 43796301.
119) 219306600.
120) 67359600.
121) 329912.
122) 2835626.
123) 39290743.
124) 37887682.
125) 18073363.
126) 21005228.
127) 26585000.
128) 382789638.
129) 235144000.
130) 48149373066.

131) 20252225052.
132) 3703895460850.
133) 3293000.
134) 11158560.
135) 4859169.
136) 29875450.
137) 153702304.
138) 52493749552935.
139) 11424000.
140) 3253306560.
141) 52050.
142) 930250.
143) 22895600.
144) 9078048000.
145) 228984600.
146) 36624000.
147) 6259200000.
148) 651465.
149) 2888000000.
150) 386920612000.
151) 101598.
152) 82698.
153) 124118.
154) 720324.
155) 57046656.
156) 1515069.
157) 292574061.
158) 841996848.
159) 3883520138.
160) 1794329341.
161) 27285510.
162) 2648112390.
163) 13371500.
164) 651978.
165) 192132990.
166) 218324827.
167) 266954040.
168) 40605660.
169) 4959967500.
170) 135680680000.
171) 3492010624.
172) 2553007935.
173) 606052778240.
174) 1757116570000.
175) 42801192.
176) 72346682.
177) 344176896.
178) 1691812780.
179) 423004646824.
180) 15285720.
181) 245315000.
182) 38540834072727.
183) 577833721221120.
184) 2215075377356.
185) 162751968600.
186) 222622140000.
187) 21904363002828.
188) 81812116462230.
189) 2598353481360.
190) 41395610665073252.
191) 247287365901216.
192) 5925059774092700.
193) 12540027218801600.
194) 15122330915760.
195) 587144583108000.
196) 9458224013821905.
197) 182435318592000.
198) 422143786847820.
199) 25278468912030000.
200) 336785731428543600.

Zusammengesetzte Beispiele über Addition, Subtraction und Multiplication.

1) 4860.
2) 92820.
3) 262016.
4) 169952.
5) 455520.
6) 4374864.
7) 59374476.
8) 303048.
9) 264628430.
10) 3114947286.
11) 167358744000.
12) 235998009000.
13) 49692258000.
14) 7393134308.
15) 4758436800.
16) 3772276758000.
17) 513838080.
18) 5184.
19) 3200000.
20) 87979500.
21) 8571760188.
22) 660061328.
23) 3422735730.
24) 116465760.
25) 105616665.
26) 14902500.
27) 662763804.
28) 270624815.
29) 632416599.
30) 479353537.
31) 23618096.
32) 432432872.
33) 58260759.
34) 3041998.
35) 61504029.
36) 292851757.
37) 721881.
38) 1507263120.
39) 22918504.
40) 30137.
41) 3645755.
42) 25106.
43) 2987865.
44) 90011703.
45) 6473137.
46) 88724647.
47) 203052.
48) 32924564.
49) 41367[illegible]
50) 262033.
51) 15362.
52) 5445910.
53) 207394434.
54) 985922188083200.
55) 48274016.

Division.

1) 9.
2) 8.
3) 5.
4) 0 Rest 7.
5) 0.
6) 5 Rest 7.

7) 3.
8) 9.
9) 8.
10) 8 Rest 8.
11) 9.
12) 7 Rest 2.
13) 5 Rest 6.
14) 3.
15) 2 Rest 15.
16) 9 Rest 3.
17) 7 Rest 4.
18) 1 Rest 28.
19) 3 Rest 4.
20) 2 Rest 19.
21) 0 Rest 1.
22) 0 Rest 3.
23) 0 Rest 8.
24) 1 Rest 2.
25) 1 Rest 7.
26) 8 Rest 6.
27) 2 Rest 21.
28) 5.
29) 5.
30) 4.
31) 2 Rest 29.
32) 6.
33) 9.
34) 4.
35) 8.
36) 6.
37) 6.
38) 9.
39) 7.
40) 2.
41) 4.
42) 7.
43) 5.
44) 9.
45) 3.
46) 2.
47) 5.
48) 3.
49) 8.
50) 7.
51) 4.
52) 9.
53) 5.
54) 6.
55) 4 Rest 70.
56) 3.
57) 4.
58) 9.
59) 0 Rest 320.
60) 1 Rest 49.
61) 3.
62) 5.
63) 8.
64) 6 Rest 15636.
65) 6 Rest 27.
66) 3 Rest 757.
67) 7.
68) 9 Rest 94.
69) 1 Rest 1933.
70) 8.
71) 1 Rest 106556.
72) 7 Rest 1847334.
73) 2 Rest 135410.
74) 9.
75) 8 Rest 1789593.
76) 6.
77) 4.
78) 3 Rest 98557520.
79) 9 Rest 486147698.
80) 8.

81) 40.
82) 10.
83) 300.
84) 35.
85) 80.
86) 20.
87) 200.
88) 80.
89) 300.
90) 8000.
91) 149.
92) 5631.
93) 1745 Rest 49.
94) 71 Rest 223.
95) 1061 Rest 390.
96) 4051 Rest 762.
97) 1136 Rest 4197.
98) 33 Rest 13526.
99) 71 Rest 10204.
100) 1004550 Rest 335.
101) 42.
102) 3847.
103) 486.
104) 8497325.
105) 706.
106) 305.
107) 99.
108) 200413.
109) 7000903.
110) 7000096.
111) 84136.
112) 24.
113) 4798.
114) 105079.
115) 813597648.
116) 6843215.
117) 58941942.
118) 6000091.
119) 746674474 Rest 84.
120) 3469.
121) 777887 Rest 33426.
122) 2918 Rest 1033.
123) 4798.
124) 13076079.
125) 489 Rest 9405.
126) 74215 Rest 568.
127) 14925 Rest 25.
128) 438.
129) 8560 Rest 2874.
130) 486950.
131) 300 Rest 9.
132) 90917 Rest 5947.
133) 40330 Rest 496.
134) 730500 Rest 1274.
135) 580 Rest 356.
136) 6740 Rest 985.
137) 3594 Rest 489.
138) 965.
139) 970800 Rest 25087.
140) 369000 Rest 6597.

Zusammengesetztere Beispiele über alle vier Operationen.

1) 12.
2) 67.
3) 1305.
4) 12.
5) 375.
6) 1593749 Rest 276.
7) 309.
8) 900.
9) 859763.
10) 3469.

11) 120225713.
12) 2757069.
13) 17.
14) 412.
15) 6987.
16) 4269.
17) 12913.
18) 10754.
19) 32595.
20) 511337.
21) 732.
22) 4356.
23) 420455.
24) 32.
25) 126.
26) 483552.
27) 227.
28) 41.
29) 179.
30) 68159.
31) 210.
32) 101678.
33) 75.
34) 109.
35) 19.
36) 10589.
37) 234627.
38) 437.
39) 391.
40) 37001.

Beispiele
zum Auffinden des größten gemeinschaftlichen Theilers zweier Zahlen.

1) 13.
2) 17.
3) 11.
4) 13.
5) 19.
6) 101.
7) 97.
8) 37.
9) 157.
10) 1831.
11) 43.
12) 1877.
13) 143.
14) 473.
15) 139.
16) 17.
17) 179.
18) 247.
19) 61.
20) 19.
21) Diese beiden Zahlen haben keinen gemeinschaftlichen Theiler.
22) 5.
23) 83.
24) 23.
25) 29.
26) 161.
27) 29.
28) Diese Zahlen haben keinen gemeinschaftlichen Theiler.
29) 343.
30) 137.
31) 281.
32) 8.
33) 180.
34) 240.

35) 784.
36) 334.
37) Diese beiden Zahlen haben keinen gemeinschaftlichen Theiler.
38) 68398.
39) 4736.
40) 455.

Beispiele
zum Auffinden des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen gegebener Zahlen.

1) 36.
2) 48.
3) 60.
4) 180.
5) 840.
6) 1260.
7) 5040.
8) 32.
9) 180.
10) 840.
11) 9240.
12) 1440.
13) 840.
14) 10800.
15) 20700.
16) 12240.
17) 840.
18) 720.
19) 60.
20) 1200.
21) 38640.
22) 1056.
23) 2172.
24) 16380.
25) 420.
26) 720.
27) 20128680.
28) 420.
29) 180.
30) 144.
31) 120.
32) 27720.
33) 1800.
34) 229320.
35) 214200.
36) 63840.
37) 7920.
38) 17100.
39) 131040.
40) 212400.

Beispiele
über das Zerlegen der Zahlen in Factoren.

1) 2. 2. 2. 3. 3.
2) 2. 43.
3) 7. 13.
4) 2. 2. 2. 2. 2. 3.
5) 2. 7. 7.
6) 3. 3. 11.
7) 2. 2. 5. 5.
8) 2. 3. 17.
9) ist eine Primzahl.
10) 7. 17.

11) 11. 11.
12) 5. 5. 5.
13) 2. 5. 13.
14) 7. 19.
15) ist eine Primzahl.
16) 2. 2. 7. 5.
17) 3. 47.
18) 11. 13.
19) 2. 2. 2. 2. 3. 3.
20) 5. 29.
21) 2. 2. 37.
22) 2. 3. 5. 5.
23) ist eine Primzahl.
24) 2. 2. 2. 2. 2. 5.
25) 7. 23.
26) 2. 5. 17.
27) 2. 2. 43.
28) 2. 2. 2. 23.
29) 11. 17. 30.
30) 11. 23.
31) 2. 2. 5. 23.
32) 13. 37.
33) 2. 5. 7. 7.
34) 7. 71.
35) 4. 5. 5. 5.
36) 2. 2. 131.
37) 7. 7. 13.
38) 2. 2. 2. 5. 17.
39) 7. 7. 17.
40) 2. 2. 2. 3. 5. 7.
41) 2. 2. 3. 71.
42) 11. 79.
43) 13. 71.
44) 11. 11. 11.
45) 2. 2. 2. 5. 5. 5.
46) 2. 2. 3. 5. 5. 5.
47) 2. 3. 3. 101.
48) 11. 13. 13.
49) 5. 5. 7. 11.
50) 2. 2. 491.
51) 11. 11. 17.
52) 3. 3. 317.
53) ist eine Primzahl.
54) 47. 73.
55) 3. 41. 53.
56) 2. 2. 2. 2. 3. 3 3. 5. 11.
57) 3. 32. 48. 23.*)
58) 5. 6. 11. 3. 9. 19.
59) 5. 9. 11. 7. 13. 431.
60) 7. 7. 8. 8. 15. 19.
61) ist eine Primzahl.
62) 24. 32. 81. 11. 13.
63) 8. 8. 12. 9. 11.
64) 6. 7. 7. 13. 149.
65) 4. 5. 5. 23. 263.
66) 8 × 9 × 78667. (Dieser letzte Factor läßt sich noch in 97 × 811 zerlegen.)
67) 7. 7. 8. 8. 9. 5. 5. 5. 43.
68) 6 × 10 × 1054091.
69) 8 × 9 × 23 × 5897.
70) 11 × 13 × 41 × 5 × 8 × 9.
71) 2 × 13 × 47 × 199.
72) 7. 11. 6. 9. 8. 10.
73) 3. 4. 8. 9. 11. 17. 23.
74) 3 × 152623.
75) 5 × 7 × 7 × 2 × 9 × 11 × 11 × 41.

*) In der Folge werden solche zusammengesetzte Factoren, deren Zerlegung sogleich in die Augen fällt, hier nicht weiter zerlegt werden.

76) 7. 7. 11. 11.
77) ist eine Primzahl.
78) 7. 7. 19. 71.
79) 7. 7. 8. 8. 9. 9. 11. 1621.
80) 6. 7. 7. 9. 11. 13. 16.

Beispiele
über die Division zweier Producte durcheinander.

1) 180.
2) $3071\frac{1}{4}$.*)
3) $2677\frac{1}{2}$.
4) 1.
5) 1446.
6) $8012\frac{2}{3}$.
7) $100\frac{1900}{12617}$.
8) $107\frac{19}{1045}$.
9) $1025\frac{75}{1717}$.
10) $14\frac{1802}{1875}$.
11) $5\frac{43}{49}$.
12) $3\frac{1}{5}$.
13) $4\frac{10}{69}$
14) $5\frac{10243}{229900}$.
15) $17\frac{307}{1000}$.
16) $22\frac{110}{171}$.
17) $57\frac{15567}{25600}$.
18) $4215\frac{7}{15}$.
19) $536\frac{630328}{1151425}$.
20) $6334035\frac{485}{559}$.
21) 317.
22) $\frac{1}{49}$.
23) $420\frac{3}{4}$.
24) $980\frac{4}{7}$.

Beispiele
über die Brüche.

1) 5.
2) 3.
3) 9.
4) 25.
5) 9.
6) 12.
7) 16.
8) 27.
9) 6.
10) $13\frac{2}{3}$.
11) $58\frac{1}{2}$.
12) 28.
13) 39.
14) $44\frac{6}{17}$.
15) 853.
16) $306\frac{4}{9}$.
17) $31522\frac{2}{3}$.
18) $8\frac{198}{718}$.
19) $48\frac{195}{741}$.
20) $3\frac{10}{119}$.

---

*) Wir geben hier die Reste in der Form von Brüchen an; der Lehrer sieht daraus zugleich, wie weit der Divisor gehoben werden kann. Man kann das in der Einleitung zu den Brüchen Gesagte auch hier schon mittheilen, wenn man von den Schülern verlangen will, daß sie die Reste der Divisionen in derselben Form geben sollen.

21) $39\frac{779}{867}$.
22) $130\frac{1472}{8892}$.
23) $2690066\frac{2}{17}$.
24) $16078\frac{29212}{35477}$.
25) $715\frac{318013}{957804}$.
26) $13\frac{33373}{195058}$.
27) $95224\frac{3}{5}$.
28) $658170\frac{28}{75}$.
29) $2543\frac{697}{986}$.
30) $60\frac{189544}{987869}$.

1) 3.
2) $2\frac{2}{5}$.
3) $\frac{20}{27}$.
4) $4\frac{2}{9}$.
5) $1\frac{15}{73}$.
6) 9.
7) $51\frac{3}{4}$.
8) $11\frac{7}{34}$.
9) $7\frac{61}{103}$.
10) $5\frac{560}{912}$.
11) $8\frac{14111}{14227}$.
12) $1\frac{854}{8609}$.
13) $\frac{3}{4}$.
14) $\frac{3}{10}$.
15) $\frac{4}{13}$.
16) $\frac{6}{35}$.
17) $\frac{27}{128}$.
18) $\frac{7}{37}$.
19) $\frac{186}{387}$.
20) $\frac{1593}{10587}$.
21) $\frac{12}{27}$.
22) $\frac{138}{976}$.
23) $\frac{7371}{24771}$.
24) $\frac{60605}{78376}$.
25) $\frac{589}{7687}$.
26) $\frac{788}{9875}$.
27) $\frac{2850341}{3619437}$.
28) $\frac{28148}{374} = 75\frac{98}{374}$.
29) 5.
30) $1\frac{1}{123}$.
31) $11\frac{11}{14}$.
32) $1\frac{402}{911}$.
33) $1\frac{127}{138}$.
34) $6\frac{20}{27}$.
35) $3\frac{75}{99}$.
36) $4\frac{41954}{48629}$.
37) $1\frac{7}{8}$.
38) $1\frac{1}{6}$.
39) 6.
40) $11\frac{12}{19}$.
41) $21\frac{2}{5}$.
42) $\frac{2}{11}$.
43) $58\frac{2}{49}$.
44) $105\frac{6}{64}$.
45) $6\frac{117}{129}$.
46) $11\frac{344}{512}$.
47) $60\frac{30}{342}$.
48) $52\frac{4307}{17825}$.
49) $3\frac{24828}{25628}$.
50) $86349\frac{82094}{86279}$.
51) $65\frac{1077}{1839}$.
52) $143\frac{4550}{19457}$.
53) $4327\frac{54446}{84579}$.
54) $14\frac{8}{12}$.
55) $8\frac{5}{8}$.
56) $46\frac{33}{80}$.
57) $87\frac{390}{584}$.
58) $73\frac{2}{836}$.
59) $155\frac{2963761}{17941034}$.
60) $27183\frac{10231}{94587}$.
61) $31488\frac{1505404}{9103858}$.
62) $9\frac{11}{12}$.

63) $5063\frac{80951}{78423}$.
64) $3928914\frac{4112977}{94563218}$.
65) $22\frac{16}{20}$.
66) $104\frac{64}{125}$.
67) $42\frac{94570}{94783}$.
68) $93260\frac{250}{631}$.
69) $12542378\frac{686}{1213}$.
70) $51217\frac{944}{1714}$.
71) $\frac{3}{56}$.
72) $\frac{7}{40}$.
73) $\frac{7}{54}$.
74) $\frac{9}{156}$.
75) $\frac{4}{25}$.
76) $\frac{33}{2187}$.
77) $\frac{4}{113}$.
78) $\frac{4}{153}$.
79) $\frac{538}{215123}$.
80) $\frac{453}{110123}$.
81) $\frac{513}{99000}$.
82) $\frac{1724}{31350298}$.
83) $\frac{48}{439}$.
84) $\frac{17}{188760}$.
85) $\frac{451}{276}$.
86) $591\frac{82}{135}$.
87) $\frac{687984}{246780785666}$.
88) $9\frac{1999}{36977}$.
89) $\frac{7477}{1745687}$.
90) $\frac{679428}{174031363428}$.
91) $1\frac{12}{63}$.
92) $\frac{104}{205}$.
93) $\frac{5070}{6464}$.
94) $\frac{812}{840}$.
95) $\frac{243}{787}$.
96) $\frac{8478}{13265}$.
97) $4\frac{19}{20}$.
98) $\frac{368}{20986}$.
99) $\frac{5}{35}$.
100) $4\frac{6}{13}$.
91 a) $\frac{15}{56}$.
92 a) $\frac{63}{143}$.
93 a) $\frac{600}{611}$.
94 a) $1\frac{1311}{1957}$.
95 a) $1\frac{1419}{1935}$.
96 a) $\frac{9102}{68985}$.
97 a) $4\frac{18132}{51918}$.
98 a) $\frac{427}{2745}$.
99 a) $1\frac{14078}{16422}$.
100 a) $\frac{112770}{195464}$.

Die gesuchten Zähler in den folgenden 20 Aufgaben sind:

101) 12.
102) 84.
103) 39.
104) 136.
105) 115.
106) 35.
107) 121.
108) 76.
109) 396.
110) 585.
111) 3159.
112) 123480.
113) 1169142.
114) 540597.
115) 1253905.
116) 4465.
117) 3768612.
118) 1780592625.
119) 6893250.
120) 29370.
121) $\frac{7}{9}$.
122) $\frac{2}{3}$.

123) $\frac{5}{21}$.
124) $\frac{4}{15}$.
125) $\frac{24}{77}$.
126) $\frac{115}{337}$.
127) $\frac{11}{20}$.
128) $\frac{3419}{2971}$.
129) $\frac{2357}{2371}$.
130) $\frac{17}{26}$.
131) $\frac{5}{8}$.
132) $\frac{3}{7}$.
133) $\frac{5}{9}$.
134) $\frac{41}{72}$.
135) $\frac{13}{17}$.
136) $\frac{11}{12}$.
137) $\frac{96}{101}$.
138) $\frac{24}{37}$.
139) $\frac{287}{313}$.
140) $\frac{491}{680}$.
141) $\frac{97}{108}$.
142) läßt sich nicht heben.
143) $\frac{25}{36}$.
144) $\frac{8}{15}$.
145) $\frac{3}{4}$.
146) $\frac{499}{729}$.
147) läßt sich nicht heben.
148) $\frac{349}{481}$.
149) $\frac{211}{315}$.
150) läßt sich nicht heben.
151) 51.
152) 152.
153) 300.
154) 576.
155) 5472.
156) 13090.
157) 1121922.
158) 2352726.
159) 341492328.
160) 16758766.
161) 11.
162) 71.
163) 101.
164) 187.
165) 247.
166) 316.
167) 4039.
168) 1719.
169) 7081.
170) 30014.
171) 99.
172) 799.
173) 335.
174) 5855.
175) 261773.
176) 4646245.
177) 26807.
178) 57773009.
179) 264433.
180) 262528463854.
181) $2\frac{1}{2}$.
182) $6\frac{1}{4}$.
183) $9\frac{5}{12}$.
184) $24\frac{3}{17}$.
185) $36\frac{67}{114}$.
186) $67\frac{1}{2}$
187) $78\frac{332}{789}$.
188) $1793\frac{52156}{86735}$.
189) $753\frac{71145}{75043}$.
190) $252\frac{3867497}{3867984}$.
191) $2\frac{1}{8}$.
192) $2\frac{1}{12}$.
193) $2\frac{53}{60}$.
194) $2\frac{17}{90}$.
195) $2\frac{19}{24}$.
196) $1\frac{5}{12}$.

197)

197) $1\frac{41}{48}$.
198) $3\frac{11}{36}$.
199) $1\frac{29}{80}$.
200) $3\frac{3}{40}$.
201) $2\frac{289}{300}$.
202) $3\frac{11}{20}$.
203) $3\frac{209}{360}$.
204) $3\frac{15779}{21840}$.
205) $2\frac{99}{104}$.
206) $3\frac{78}{120}$.
207) $3\frac{87}{140}$.
208) $2\frac{137}{240}$.
209) $2\frac{153998}{185725}$.
210) $4\frac{13}{63}$.
211) $4\frac{429647}{546120}$.
212) $4\frac{277817}{1508220}$.
213) $6\frac{113}{1800}$.
214) $16\frac{17}{72}$.
215) $67\frac{479}{600}$.
216) $26\frac{13}{14}$.
217) $184\frac{431}{504}$.
218) $106\frac{7523}{9240}$.
219) $185\frac{2179}{4680}$.
220) $72\frac{1072}{1617}$.
221) $303\frac{677}{3120}$.
222) $16176\frac{21569}{23100}$.
223) $5537\frac{925}{1512}$.
224) $10613\frac{9894442787}{9950778180}$ [illegible]
225) $86599\frac{1353155}{3316768}$.
226) $14825\frac{16744761440431}{1154020600}$ [illegible]
227) $13714\frac{527156162622224128}{5627522927}$ [illegible] 75.
228) $19241\frac{29186965224249668612809}{4049222}$ [illegible] 5355090.
229) $957\frac{13355}{154512}$.
230) $202963\frac{13416}{33425}$.
231) $\frac{1}{4}$.
232) $\frac{4}{9}$.
233) $\frac{17}{100}$.
234) $\frac{35}{221}$.
235) $\frac{2649}{4370}$.
236) $\frac{22}{63}$.
237) $\frac{109}{325}$.
238) $\frac{35}{187}$.
239) $\frac{31298}{153760}$.
240) $\frac{74}{175}$.
241) $3\frac{31}{88}$.
242) $16\frac{209}{225}$.
243) $166\frac{5}{12}$.
244) $11\frac{147}{304}$.
245) $17\frac{29}{56}$.
246) $17\frac{9}{10}$.
247) $8\frac{53}{56}$.
248) $2\frac{127}{140}$.
249) $563\frac{65821}{96685}$.
250) $2761\frac{2894717}{8000678}$.
251) $1\frac{27}{28}$.
252) $\frac{7}{78}$.
253) $5\frac{47}{108}$.
254) $6\frac{49}{72}$.
255) $\frac{137}{144}$.
256) $1\frac{207}{312}$.
257) $1\frac{95}{288}$.
258) $9\frac{5}{12}$.
259) $9\frac{227}{396}$.
260) $3\frac{43}{60}$.
261) $9\frac{47}{360}$.
262) $31\frac{67}{120}$.
263) $5\frac{163}{168}$.
264) $\frac{23}{24}$.
265) $1\frac{8}{21}$.
266) $\frac{19}{30}$.
267) $3\frac{47}{120}$.
268) $28\frac{11}{14}$.

123) $\frac{5}{21}$.
124) $\frac{4}{15}$.
125) $\frac{24}{77}$.
126) $\frac{115}{337}$.
127) $\frac{11}{20}$.
128) $\frac{3419}{2971}$.
129) $\frac{2857}{2371}$.
130) $\frac{17}{26}$.
131) $\frac{5}{8}$.
132) $\frac{3}{7}$.
133) $\frac{5}{9}$.
134) $\frac{41}{72}$.
135) $\frac{13}{17}$.
136) $\frac{11}{12}$.
137) $\frac{96}{101}$.
138) $\frac{24}{37}$.
139) $\frac{287}{313}$.
140) $\frac{491}{680}$.
141) $\frac{97}{108}$.
142) läßt sich nicht heben.
143) $\frac{25}{36}$.
144) $\frac{8}{15}$.
145) $\frac{3}{8}$.
146) $\frac{499}{729}$.
147) läßt sich nicht heben.
148) $\frac{349}{481}$.
149) $\frac{311}{315}$.
150) läßt sich nicht heben.
151) 51.
152) 152.
153) 300.
154) 576.
155) 5472.
156) 13090.
157) 1121922.
158) 2352726.
159) 341492328.
160) 16758766.
161) 11.
162) 71.
163) 101.
164) 187.
165) 247.
166) 316.
167) 4039.
168) 1719.
169) 7081.
170) 30014.
171) 99.
172) 799.
173) 335.
174) 5855.
175) 261773.
176) 4646245.
177) 26807.
178) 57773009.
179) 264433.
180) 262528463854.
181) $2\frac{1}{2}$.
182) $6\frac{1}{4}$.
183) $9\frac{5}{12}$.
184) $24\frac{3}{17}$.
185) $36\frac{67}{114}$.
186) $67\frac{1}{2}$
187) $78\frac{332}{789}$.
188) $1793\frac{52156}{86735}$.
189) $753\frac{71145}{75043}$.
190) $252\frac{3867497}{3867984}$.
191) $2\frac{1}{8}$.
192) $2\frac{1}{12}$.
193) $2\frac{53}{60}$.
194) $2\frac{17}{90}$.
195) $2\frac{19}{24}$.
196) $1\frac{5}{12}$.

197) $1\frac{41}{48}$.
198) $3\frac{11}{35}$.
199) $1\frac{29}{80}$.
200) $3\frac{3}{40}$.
201) $2\frac{289}{300}$.
202) $3\frac{11}{20}$.
203) $3\frac{209}{360}$.
204) $3\frac{15779}{21840}$.
205) $2\frac{99}{104}$.
206) $3\frac{73}{120}$.
207) $3\frac{37}{140}$.
208) $2\frac{137}{240}$.
209) $2\frac{153995}{185725}$.
210) $4\frac{13}{63}$.
211) $4\frac{429647}{546120}$.
212) $4\frac{277817}{1508220}$.
213) $6\frac{113}{1800}$.
214) $16\frac{17}{72}$.
215) $67\frac{479}{600}$.
216) $26\frac{13}{14}$.
217) $184\frac{431}{504}$.
218) $106\frac{7523}{9240}$.
219) $185\frac{2179}{4680}$.
220) $72\frac{1072}{1617}$.
221) $303\frac{677}{3120}$.
222) $16176\frac{21569}{23100}$.
223) $5537\frac{925}{1512}$.
224) $10613\frac{9894442787}{9950778180}$.
225) $86599\frac{1353155}{3316768}$.
226) $14825\frac{16744761440431}{1154020500[illegible]}$.
227) $13714\frac{52715616262224128}{5627522927[illegible]8[illegible]075}$.
228) $19241\frac{29186965224249668612809}{40492228[illegible]990[illegible]5355090}$.
229) $957\frac{13355}{154512}$.
230) $202963\frac{13416}{33425}$.
231) $\frac{1}{2}$.
232) $\frac{4}{9}$.
233) $\frac{17}{100}$.
234) $\frac{35}{321}$.
235) $\frac{2649}{4370}$.
236) $\frac{22}{63}$.
237) $\frac{109}{325}$.
238) $\frac{35}{187}$.
239) $\frac{31293}{163766}$.
240) $\frac{74}{175}$.
241) $3\frac{31}{88}$.
242) $16\frac{209}{225}$.
243) $166\frac{5}{12}$.
244) $11\frac{147}{304}$.
245) $17\frac{29}{56}$.
246) $17\frac{9}{16}$.
247) $8\frac{53}{56}$.
248) $2\frac{127}{140}$.
249) $563\frac{65821}{96685}$.
250) $2761\frac{2894717}{8006676}$.
251) $1\frac{27}{28}$.
252) $\frac{7}{78}$.
253) $5\frac{47}{108}$.
254) $6\frac{49}{72}$.
255) $\frac{137}{144}$.
256) $1\frac{207}{312}$.
257) $1\frac{95}{288}$.
258) $9\frac{5}{12}$.
259) $9\frac{227}{396}$.
260) $3\frac{48}{60}$.
261) $9\frac{47}{360}$.
262) $31\frac{67}{120}$.
263) $5\frac{163}{168}$.
264) $\frac{23}{24}$.
265) $1\frac{8}{21}$.
266) $\frac{19}{30}$.
267) $3\frac{47}{120}$.
268) $28\frac{11}{54}$.

269) $18\frac{1}{90}$.
270) $17\frac{38}{45}$.
271) $45\frac{29}{36}$.
272) $57\frac{11}{56}$.
273) $109\frac{109}{186}$.
274) $33\frac{1}{36}$.
275) $17\frac{11}{14}$.
276) $8\frac{13}{72}$.
277) $9\frac{188}{315}$.
278) $4\frac{17}{33}$.
279) $6\frac{365}{416}$.
280) $7\frac{127}{225}$.
281) $\frac{1}{12}$.
282) $\frac{2}{63}$.
283) $\frac{1}{64}$.
284) $\frac{1}{108}$.
285) $\frac{8}{63}$.
286) $\frac{7}{50}$.
287) $\frac{11}{192}$.
288) $\frac{1}{6}$.
289) $\frac{1}{3}$.
290) $\frac{7}{72}$.
291) $\frac{1}{1431}$.
292) $\frac{1}{288}$.
293) $\frac{2}{75}$.
294) $\frac{3}{88}$.
295) $\frac{1}{21}$.
296) $\frac{8}{15}$.
297) $\frac{1}{2}$.
298) $\frac{5}{8}$.
299) $\frac{1}{3}$.
300) $\frac{15}{28}$.
301) $\frac{11}{18}$.
302) $\frac{119}{144}$.
303) $\frac{5}{22}$.
304) $\frac{98}{145}$.
305) $\frac{391}{589}$.
306) $\frac{2400}{11267}$.
307) $\frac{11852}{71173}$.
308) $\frac{98}{215}$.
309) $\frac{2990}{7029}$.
310) $\frac{862}{8007}$.
311) $\frac{85}{136}$.
312) $\frac{35685}{335392}$.
313) $\frac{2638675}{4820123}$.
314) $\frac{182458963}{6865774086}$.
315) $\frac{227707704}{729401920455}$.
316) $1\frac{5}{6}$.
317) $3\frac{1}{28}$.
318) $1\frac{53}{54}$.
319) $1\frac{95}{96}$
320) $9\frac{25}{72}$.
321) 1.
322) $2\frac{34}{35}$.
323) $8\frac{47}{72}$.
324) $13\frac{49}{55}$.
325) $1\frac{1}{8}$.
326) $2\frac{1}{3}$.
327) $7\frac{23}{68}$.
328) $21\frac{69}{119}$.
329) $\frac{136}{143}$.
330) $8\frac{31}{105}$.
331) $28\frac{7}{20}$.
332) $97\frac{149}{418}$.
333) 22.
334) $116\frac{2}{5}$.
335) 20 [illegible]/100.
336) 42 [illegible].
337) 608 [illegible]/65.
338) $88\frac{311}{913}$.
339) $236\frac{274}{303}$.
340) $56\frac{851}{3812}$.
341) $4\frac{3}{8}$.
342) $3\frac{1}{18}$.

343) $10\frac{9}{20}$.
344) $21\frac{1}{4}$.
345) $9\frac{17}{27}$.
346) $36\frac{4}{7}$.
347) $112\frac{35}{154}$.
348) 332.
349) $144\frac{47}{64}$.
350) $100\frac{31}{35}$.
351) $112\frac{59}{99}$.
352) $989\frac{8}{21}$.
353) $3618\frac{47}{96}$.
354) $211709\frac{32}{121}$.
355) $1989\frac{2269}{2675}$.
356) $179076\frac{399}{425}$.
357) $39229\frac{1}{12}$.
358) 36750.
359) $4011\frac{1}{72}$.
360) $22868\frac{255938}{562139}$.
361) $\frac{711}{752}$.
362) $\frac{272}{513}$.
363) $4206409\frac{28}{70}$.
364) $6275\frac{1}{6}$.
365) $25\frac{163}{2090}$.
366) $683\frac{59}{63}$.
367) $27\frac{39}{88}$.
368) $48653\frac{81}{45}$.
369) $8710\frac{1}{14}$.
370) $3643\frac{2}{21}$.
371) $278\frac{17}{26}$.
372) $3248\frac{25}{66}$.
373) 11603.
374) $114\frac{283}{805}$.
375) $3544\frac{37}{84}$.
376) $2413\frac{3}{8}$.
377) $1633\frac{2}{7}$.
378) $72108\frac{13}{40}$.
379) $149898\frac{71}{117}$.
380) $205189\frac{88859570}{99047439}$.
381) $19\frac{1}{15}$.
382) $66\frac{79}{329}$.
383) $1\frac{17}{160}$.
384) $22\frac{1}{9}$.
385) $10\frac{205}{216}$.
386) $25\frac{47}{126}$.
387) $5\frac{19}{21}$.
388) $14\frac{17}{36}$.
389) $377\frac{47}{864}$.
390) $77\frac{977}{2160}$.
391) $1767\frac{1721}{3920}$.
392) $74\frac{587}{1155}$.
393) $38\frac{5}{312}$.
394) $6\frac{89}{56}$.
395) $25\frac{13}{36}$.
396) $19\frac{77}{300}$.
397) $78\frac{6155}{7392}$.
398) $106\frac{1669}{1680}$.
399) $25\frac{2239}{40880}$.
400) $35\frac{427}{540}$.
401) $30\frac{1589}{2160}$.
402) $\frac{25}{63}$.
403) $\frac{5}{9}$.
404) $\frac{567}{1800}$.
405) $10\frac{37}{224}$.
406) $988\frac{91}{108}$.
407) $291357\frac{11}{441}$.
408) $134\frac{1211}{1218}$.
409) $44\frac{59}{360}$.
410) $8\frac{827}{1120}$.
411) $9\frac{7}{18}$.
412) $4\frac{49}{60}$.
413) $20\frac{4}{9}$.
414) $\frac{5}{24}$.
415) $1\frac{1}{3}$.
416) $1\frac{19}{35}$.

417) $1\frac{454}{2079}$.
418) $39\frac{1}{18}$.
419) $60\frac{247}{252}$.
420) $3\frac{793}{1155}$.
421) 14.
422) 4.
423) $7\frac{1}{2}$.
424) $10\frac{4}{5}$.
425) $\frac{5}{6}$.
426) $1\frac{13}{14}$.
427) $19\frac{1}{5}$.
428) $\frac{9}{28}$.
429) $1\frac{9}{40}$.
430) $\frac{5}{6}$.
431) $1\frac{4}{5}$.
432) $3\frac{33}{40}$.
433) $20\frac{10}{21}$.
434) $24\frac{53}{72}$.
435) $6\frac{8}{25}$.
436) $\frac{71}{157}$.
437) $\frac{16}{55}$.
438) $\frac{85}{702}$.
439) $20\frac{9}{10}$.
440) $2\frac{4}{7}$.
441) $45\frac{1}{9}$.
442) $1\frac{191}{390}$.
443) $11\frac{109}{115}$.
444) $13\frac{2}{53}$.
445) $1\frac{308}{477}$.
446) $\frac{7885}{39494}$.
447) $1045\frac{10}{11}$.
448) $19\frac{383}{2331}$.
449) $4\frac{372}{895}$.
450) $83\frac{145}{392}$.
451) $425\frac{1145}{2528}$.
452) $28\frac{15611}{53964}$.
453) $116\frac{6311}{23750}$.
454) $75\frac{18507075}{83543918}$.
455) $\frac{68152}{29503773}$.
456) $1\frac{4553}{10925}$.
457) $\frac{6217}{10860}$.
458) $21\frac{108}{558}$.
459) $1792\frac{35}{52}$.
460) $\frac{1163}{2709}$.
461) $6\frac{3581}{3588}$.
462) $2565\frac{37880}{55687}$.
463) $9\frac{168501}{223536}$.
464) $11\frac{672628}{804163}$.
465) $\frac{1255}{1787}$.
466) $6\frac{116}{999}$.
467) $\frac{3181200}{33603825}$.
468) $14\frac{1234}{2349}$.
469) $11\frac{80}{88}$.
470) $3\frac{115238}{165478}$.
471) $1\frac{2}{7}$.
472) $3\frac{4}{117}$.
473) $\frac{27}{28}$.
474) $\frac{12}{35}$.
475) $\frac{6}{7}$.
476) $\frac{213}{749}$.
477) $\frac{747}{1484}$.
478) $3\frac{1753}{4680}$.
479) $3\frac{1}{9}$.
480) $24\frac{40}{77}$.
481) $33\frac{3271}{8008}$.
482) $\frac{24}{65}$.
483) $6\frac{3}{14}$.
484) $\frac{197}{207}$.
485) $\frac{63}{832}$.
486) $\frac{15}{44}$.
487) $6\frac{17}{18}$.
488) $1\frac{1}{5}$.
489) $\frac{17}{168}$.
490) $1\frac{1}{4}$.

491) $\frac{2}{7}$.
492) $\frac{56}{117}$.
493) $\frac{8}{16}$.
494) $1\frac{8}{16}$.
495) $39\frac{3529107}{7012836}$.
496) $17\frac{88630405\,7}{1315988330}$.
497) $167\frac{169}{273}$.
498) $6591\frac{5489291}{5926011}$.
499) $7\frac{89033}{109824}$.
500) $1757\frac{5203}{2183440}$.
501) $14\frac{17}{28}$.
502) $\frac{18}{187}$.
503) $334\frac{38}{943}$.
504) $994\frac{77}{744}$.
505) $6\frac{27548}{77056}$.
506) $246\frac{254}{1001}$.
507) $3387\frac{1228}{102051}$.
508) $47863249\frac{1804867}{3740072}$.
509) $81\frac{599}{2346}$.
510) $3\frac{129606751}{278979008}$.
511) $\frac{17}{45}$.
512) $5\frac{13}{23}$.
513) $\frac{2}{3}$.
514) $\frac{1}{3}$.
515) $8\frac{652}{1155}$.
516) $1\frac{163}{504}$.
517) $18\frac{653}{1204}$.
518) $11\frac{7454059}{37427040}$.
519) $9\frac{369881}{438035}$.
520) $\frac{549769766 65}{2083098056 76}$.
521) $16\frac{755394113887 6}{127742334556 05}$.

Decimalbrüche.

1) $\frac{223}{10}$ oder $22\frac{3}{10}$.
2) $\frac{3567}{1000}$ oder $3\frac{567}{1000}$.
3) $\frac{5930456}{100000}$ oder $59\frac{30456}{100000}$.
4) $\frac{125790}{100000}$ oder $1\frac{25790}{100000}$.
5) $\frac{3479}{10000}$.
6) $\frac{8708}{100}$ oder $87\frac{8}{100}$.
7) $\frac{40459}{10000}$ oder $4\frac{459}{10000}$.
8) $\frac{200921}{100000}$ oder $2\frac{921}{100000}$.
9) $\frac{710004}{10000}$ oder $71\frac{4}{10000}$.
10) $\frac{42007968}{1000000}$ oder $42\frac{7968}{1000000}$.
11) $\frac{47}{1000}$.
12) $\frac{9}{10000}$.
13) $\frac{6431}{10000}$.
14) $\frac{901}{100000}$.
15) $\frac{70003}{10000}$ oder $7\frac{3}{10000}$.
16) $\frac{9}{1000000}$.
17) $\frac{730}{10000000}$.
18) $\frac{7341}{10000}$.
19) $\frac{1024}{1000}$ oder $1\frac{24}{1000}$.
20) $\frac{40801}{100000}$.
21) 0,7.
22) 0,19.
23) 2,7.
24) 2,24.
25) 0,224.
26) 3,50.
27) 0,25.
28) 3,427.
29) 465,23.
30) 769,452.
31) 5,89432.
32) 0,056947.
33) 0,0005768.
34) 0,00003.
35) 0,594.
36) 9,7432.

c) 0,076923...
d) 0,214285...

166) a) 0,875.
b) 0,958333...
c) 0,671641...
d) 0,04.

167) a) 0,818181...
b) 0,714285714...
c) 0,375.
d) 0,0013246...

168) a) 0,93333...
b) 0,855555...
c) 0,4942857...
d) 0,0056035...

169) a) 0,5555...
b) 0,83333...
c) 0,4166...
d) 0,17647...
e) 0,0001847...

170) a) 0,857142857...
b) 0,8095238...
c) 0,925925...

171) a) 0,708333...
b) 0,128712871...
c) 0,178683...

172) a) 0,85.
b) 0,09666...
c) 0,0094779...

173) a) 0,971428...
b) 0,941176...
c) 0,882352...

174) a) 0,358662...
b) 0,911854...
c) 0,948328...

175) a) 0,0583438...
b) 0,056844...
c) 0,9878048...

176) a) 0,962962...
b) 0,851851...
c) 0,824561...

177) a) 0,00715106...
b) 0,86.
c) 0,00003989...

178) a) 0,057487.
b) 0,088919...
c) 0,00011139...

179) a) 0,9340659...
b) 0,688172...
c) 0,441146...

180) a) 0,7692307...
b) 0,870967...
c) 0,779706.

181) 11,563631...
182) 0,0013859...
183) 0,000655286...
184) 0,000725733...
185) 0,0812916...
186) 131,796341...
187) 143,932378...
188) 43,745567...
189) 8,4803024...
190) 399,6571428...
191) 0,000200022223....
192) 0,0000578772...
193) 1155,478759...
194) 96219,186472...
195) 0,000364346...
196) 0,2743731....
197) 0,675288....
198) 0,06850961...
199) 17,6335301....
200) 0,06712812...

201) 53,34756.
202) 7,830968.
203) 0,441296.
204) 749,17451.
205) 2130,528151416.
206) 80,265439.
207) 81,486107.
208) 1,738221.
209) 28,749838.
210) 777,233155.
211) 35747,2701993528.
212) 193,031224.
213) 0,6972212.
214) 82,16792789.
215) 91,002278904.
216) 19,330868.
217) 320,686866254272.
218) 195,114146.
219) 6,1933.
220) 3,353904.

Von den benannten Zahlen.

1) 156 A.
2) 750 Sgr.
3) 76 Qtch.
4) 1376 Lth.
5) 2090 Pfd.
6) 374 Pfd.
7) 195 Stein.
8) 300 Zoll.
9) 132 Linien.
10) 312 Fuß.
11) 2340 Q. Ruth.
12) 1080 Schff.
13) 224 Mtz.
14) 32 Qrh. ; 48 Ohm.
15) 9 Eimer.
16) 270 Qrt.
17) 18280 Sh.
18) 169110 Xr.
19) 4008 Unzen.
20) 170352 Scr.
21) 7500 Pfd.
22) 285696 Mgr.
23) 552 Karat.
24) 180 Unzen.
25) 567 Kannen.
26) 7920 Pfd. 253440 Lth. 1013760 Qtch.
27) 22140 Sgr. 212544 A.
28) 43776 Mtz.
29) 54576 Zoll.
30) 810 Qrt.
31) 2000736 Pf.
32) 500 Sgr. 6000 Pf.
33) 6400 Mtz.
34) $10''\ 1\frac{11}{13}'''$.
35) $68388\frac{4}{7}$ Lth.
36) $26\frac{2}{3}$ Lth. $106\frac{2}{3}$ Qtch.
37) 7 ℥ 1 ʒ 1 ℈ 16 Gr.
38) $133\frac{1}{3}$ Sgr.
39) 17 Pfd. $19\frac{1}{5}$ Lth.
40) 18 Sgr. 9 A.
41) 99 Sgr.
42) 61891 Lth.
43) $1491\frac{3}{4}$ Lth.
44) 70041 Pf.
45) $29482\frac{2}{5}$ Mtz.

46) 2235 Gr.
47) 432 D.
48) 9616 Lth.
49) $12693\frac{1}{3}$ Pfd.
50) 783 Grän.
51) 8562 Pf.
52) 9528 Lth.
53) 77955 Nap.
54) 1315184 Den.
55) $332491\frac{7}{11}$ Pf.
56) $208085\frac{1}{3}$ Qt.
57) $369\frac{1}{2}$ Lib.
58) 30267 Pf. holl.
59) $185203\frac{1}{5}$ Pf.
60) $14315715\frac{1}{2}$ Pf. Sterl.
61) $14988\frac{2}{3}$ Sgr.
62) 298 Thlr.
63) $196\frac{1}{2}$ Lth.
64) $3047\frac{7}{8}$ Pfd.
65) $66\frac{49}{55}$ Ctr.
66) $249\frac{3}{16}$ Schfl.
67) 4161 Wspl.
68) $149\frac{5}{6}$ Zoll Odc.; $179\frac{4}{5}$ Z. Dc.
69) $57033\frac{1}{6}$ Fuß Odc.;
 $68439\frac{4}{5}$ Fuß Dc.
70) $5485\frac{43}{60}$ Mrg.
71) $31498\frac{1}{2}$ Sgr.
72) $\frac{1}{24}$ Sgr.
73) $\frac{49}{150}$ Thlr.
74) $8\frac{431}{440}$ Ctr.
75) $\frac{99}{256}$ Pfd.
76) $2967\frac{43}{64}$ Pfd.
77) $132882\frac{1}{12}$ Thlr.
78) $191\frac{177}{240}$ Unz.
79) $\frac{85}{256}$ Pfd.
80) $88\frac{127}{165}$ Ctr.
81) $208\frac{9}{40}$ Thlr.
82) $2\frac{361}{768}$ Wspl.
83) $\frac{4}{225}$ Thlr.
84) $\frac{475}{5632}$ Stein.
85) $55\frac{43}{96}$ Fuß.
86) $\frac{7}{108}$ Eim.
87) $\frac{1}{16}$ Mk.
88) $\frac{5}{144}$ Mk.
89) $\frac{421}{7040}$ Ctr.
90) $\frac{161}{180}$ Thlr.
91) $\frac{413}{1152}$ Wspl.
92) $\frac{191}{576}$ Rth.
93) $\frac{3255}{5632}$ Ctr.
94) $266\frac{7}{15}$ Thlr.
95) $285\frac{415}{768}$ Wspl.
96) $924\frac{19}{36}$ Fl.
97) $\frac{187}{240}$ Fl.
98) $\frac{211}{360}$ Rthlr.
99) 160 Fud. $4\frac{3}{4}$ Ohm.
100) 152 Wspl. 3 Schfl. 5 Himt.
 5 Bech.
101) 988 Rthlr. 3 Mk.
102) 206 Hog'sheads 3 Barrels
 5 Kilderkins 3 Gallons
 3 Quarts 1 Pint.
103) 58,439 Met.
104) 2754 Fr. 29 Cent.
105) $\frac{131}{900}$ Lire.
106) $2059\frac{7}{8}$ Wspl.
107) $\frac{47}{64}$ Mk.
108) $\frac{467}{480}$ Pfd. vls.
109) 855 Wed. 3 Tschetw. 1 Osm.
110) 785 Rbl. 94 Kop.
111) 37 Thlr. — Sgr. 3 Pf.
112) 2565 Thlr. — Sgr. 2 Pf.
113) 27 Ctr. 21 Pfd. 11 Lth.
 2 Qtch.

114) 7 Lſt. 7 Schpfd. 12 Lspfd.
— Pfd.
115) 763 Thlr. 9 Sgr. ½ Pf.
116) 26 ℥ 1 ʒ 2 ℈ 18 Gr.
117) 34 Ball. 8 Rß. 16 Bch.
6 Bg.
118) 64° 10′ 5″ 45‴
119) a) 80° 5′ 2″ 4‴.
b) 81° 6′ 7″ 7‴.
120) 35 Mk. 7 Lth. 4 Gr.
121) 15 Ctr. 6 Pfd. 14½ Lth.
122) 309 Thlr. 28 Sgr. — Pf.
123) 55 Schck. 3⅘ Mdl.
124) 152 Ton. 2 Oehmch. ⅝ Qt.
125) 222 Mk. 1 Art. 9⅝ Gr.
126) 28 Orh. — Eim. 51¾ Qt.
127) 67 Bll. 1 Rß. 2 6/12 Bch.
128) 7353 £. 4 Sh. 10 ₰ Sterl.
129) 17916 Fl. 56 Kr. 2 ₰ ½ Hl.
130) 664 Scd. 1 Paol. 7⅔ Baj.
131) 94 Duttl. 1 Arrob. 13⅔ Lib.
132) 4609 Fl. 19 Gr. 2 Schl.
1½ Pf.
133) 15 Brz. 5 Pd. 4 Pfd.
5 Lth. 1½ Sol.
134) 3521 Mk. 9 ßl. 10⅔ ₰.
135) 4414 Fl. 27 ßl. 1½ Rp.
136) 23394 Thlr. 16 Stüv.
11 2/24 Pf.
137) 799 Thlr. 13 Sgr.
138) 285 Pfd. 12½ Lth.
139) 179 Wspl. 11 Schfl. 15 Mtz.
140) 875° 11′ 4¾″ Doc.
141) 320 Thlr. 17 Sgr. 7 Pf.
142) 55 Ctr. 54 Pfd. 14 2/30 Lth.
143) 80 Thlr. 17 Sgr. 3 ₰.
144) 2 Stn. 10 Pfd. 15⅓ Lth.
145) 3 Orh. — Eim. 44⅔ Qrt.
146) 5 Ton. — Oehmch. ¾ Qrt.
147) 7 ℥ 5 ʒ 1 ℈ 16 Gr.
148) 4 ℥ 5 ʒ 2 ℈ 7⅛ Gr.
149) 1 Bll. 6 Rß. 16⅝ Bch.
150) 10 Mk. 18 Kar. 11⅓ Gr.
151) 2680 Rthlr. 48 Kr. 1 7/10 Pf.
152) 27 Car. — Bot. 7 Bar.
42 Caraf.
153) 2 Ton. 1 Pip. 1 Alm.
1 Alq. 5 Canadas.
154) 420 £. 14 S. 4 1/24 Cent.
155) 54 Quart. 3 Busch. 2½ Gall.
156) 2646 £. 13 Sh. ½ Pf. Sterl.
157) 26 Ctr. 94 Pfd. 11⅚ Unz.
158) 16 Pfd. 1 Unc. 3⅚ Den.
159) 55 Ducati 63 Bajocchi.
160) 2434 Mk. 11 ßl. 11½ ₰.
161) 22667 7/10 Pf.
162) 3 11/1280 Pfd.
163) 19 Thlr. 21 Sgr. 10⅘ ₰.
164) 19 Lth. 4/125 Qt.
165) 0,9848 Mk.
166) 1/384 Mk.
167) 10 3/4 1/7 Schck.
168) 8 Lſt. 11 Schpfd. 3 Lspfd.
6 19/40 Pfd.
169) 32 Wspl. 18 Schfl. 8⅔ Mtz.
170) 38936¼ Bog.
171) 2 Thlr. 11 Sgr. 3 Pf.
172) 19 Pfd. 22 Lth. 11/30 Qt.
173) 3 ℥ 3 ʒ 1 ℈ 1 Gr.
174) 1622 Thlr. 17 Sgr. 1⅐ ₰.

305) $41\frac{1}{8}$.
306) $10\frac{14}{333}$.
307) $181\frac{67422}{83578}$.
308) $163\frac{14544}{17147}$.
309) [illegible]/14.
310) $723\frac{2}{13}$.
311) $\frac{1}{6}$.
312) $\frac{298}{4905}$.
313) $3\frac{49}{144}$.
314) $59\frac{2849}{10629}$.
315) $251\frac{23}{77}$.
316) $28\frac{1}{14}$.
317) $\frac{16}{315}$.
318) $\frac{11}{1856}$.
319) $9\frac{1035}{2662}$.
320) $103\frac{82}{231}$.
321) $\frac{3745}{18432}$.
322) $4\frac{181}{2158}$ [illegible].
323) $3\frac{439}{759}$.
324) $\frac{916}{2063}$.
325) $\frac{19120}{90271}$.
326) $3\frac{779}{5723}$.
327) $55\frac{894}{1127}$.
328) $\frac{349}{4600}$.
329) $186\frac{14954}{14267}$.
330) $\frac{1071}{4880}$.
331) $56\frac{9512}{14085}$.
332) $\frac{4756}{5279}$.
333) $1\frac{3258489}{8675185}$.
334) $127\frac{61}{153}$.
335) $12\frac{9}{137}$.
336) $\frac{56864}{722607}$.
337) $33\frac{87}{171}$.
338) $\frac{472}{4081}$.
339) $247\frac{72}{314}$.
340) $15\frac{1227}{74008}$.
341) $\frac{215}{894}$.
342) $\frac{4023}{4480}$.
343) $339\frac{61}{276}$.
344) $\frac{57}{445}$.
345) $\frac{1707}{2884}$.
346) $4621\frac{61}{959}$.
347) $6\frac{1903}{16592}$.
348) $17\frac{891}{1058}$.
349) $15\frac{1749}{5474}$.
350) $388\frac{132}{1445}$.

---

351) $16\frac{1}{13}$ Sgr.
352) 11,84 Lth.
353) $\frac{23}{288}$ Pfd.
354) $\frac{153}{160}$ Schfl.
355) 22 Thlr. 8,79 Sgr.
356) 121 Tg. — St. 19,25 Min.
357) 1640° 9′ 2″ 8,9‴ Dc.
358) 0,593° Dc.
359) 14 Thlr. 18,1025 Sgr.
360) $12\frac{29}{47}$.
361) 0,4625 Thlr.
362) 22,8571... Lth.
363) $\frac{8428}{14080}$ Ctr.
364) 103 Pfd. 4 Lth.
365) 21 Sgr. 3,6 Pf.
366) 19 Sgr. $1\frac{1}{11}$ Pf.
367) $\frac{47}{288}$ Pfd.
368) $\frac{5}{168}$ Thlr.
369) $\frac{229}{340}$ Thlr.
370) 0,1125 Thlr.
371) 0,004707 Ctr.
372) 41 Thlr. 3 Sgr. $6\frac{1}{2}$ ₰.
373) 61 Pfd. $2\frac{13}{18}$ Lth.
374) 2 Ctr. 58 Pfd. $10\frac{5}{8}$ Lth.
375) 3 Ctr. 98 Pfd. $26\frac{11}{45}$ Lth.
376) 29 Thlr. 1 Sgr. 3 ₰.

377) 14 Thlr. 5 Sgr. 6 ₰.
378) $20\frac{1}{2}$.
379) 21 Thlr. 23 Sgr. $3\frac{1}{4}\frac{2}{5}$ ₰.
380) 4 Pfd. 8 Lth. $3\frac{225}{2691}$ Qt.
381) 710 Ctr. 3 Pfd. 2 Lth. 2,24 Qt.
382) $\frac{2354}{4245}$.
383) $54\frac{177}{262}$.
384) $\frac{49}{8800}$ Ctr.
385) 8 Sgr. $2\frac{2}{11}$ ₰.
386) $8\frac{1925}{7040}$ Ctr.
387) $36039\frac{1}{9}$ Qt.
388) 22 Schfl. $10\frac{2}{3}$ Mtz.
389) 12 Sgr. 6 ₰.
390) $\frac{23}{2304}$ Wspl.
391) 1 Thlr. 8 Sgr. $11\frac{12}{13}$ ₰.
392) 71 Pfd. 12 Lth. $1\frac{3}{4}$ Qt.
393) 149 Thlr. 22 Sgr.
394) 3 Ctr. 69 Pfd. 10 Lth. $2\frac{78}{85}$ Qt.
395) $170310\frac{6}{13}$ Pf.
396) $14\frac{1226}{1341}$.
397) 11022 Thlr. 25 Sgr. $4\frac{1}{2}$ ₰.
398) $11\frac{35527}{114406}$.
399) 4 Mk. 11 Lth. $10\frac{2}{23}$ Gr.
400) $6\frac{263}{716}$.

Allgemeine Anwendung der vier Operationen.

1) 122.
2) $\frac{58}{63}$.
3) $8\frac{11}{24}$.
4) $64\frac{1}{4}$.
5) $12\frac{5}{6}$.
6) $81\frac{2}{15}$.
7) $50\frac{5}{36}$.
8) 17 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.
9) 1 Ctr. 79 Pfd. 6 Loth.
10) 16 Wspl. 8 Schfl. $3\frac{1}{2}$ Mtz.
11) 17 Thlr. 14 Sgr. 11 Pf.
12) 90 Fl. 55 Kr. $1\frac{4}{7}$ ₰.
13) $24\frac{1}{2}$.
14) $31\frac{2}{3}$.
15) $18\frac{42}{52}$.
16) $\frac{163}{566}$.
17) $2\frac{23}{24}$.
18) $\frac{27}{35}$.
19) $1\frac{11}{24}$.
20) $\frac{23}{54}$.
21) $4\frac{8}{15}$.
22) $\frac{9}{56}$.
23) 14 Wspl. $10\frac{2}{3}$ Schfl.
24) 24 Thlr. 21 Sgr. $5\frac{7}{9}$ ₰.
25) $\frac{4225}{13884}$.
26) $7\frac{28}{183}$.
27) 41 Pfd. 13 Loth $2\frac{10}{13}$ Qtch.
28) $191\frac{1}{2}$.
29) $124\frac{2}{5}$.
30) $9\frac{1}{8}$.
31) $1\frac{107}{156}$.
32) $12\frac{23}{30}$.
33) $18\frac{1}{8}$.
34) $22\frac{1781}{4088}$.
35) $4\frac{515}{1062}$.
36) $44\frac{11}{102}$.
37) $393\frac{18}{35}$.
38) $10\frac{41}{190}$.
39) $3483\frac{169}{177}$.
40) $5\frac{21}{30}$.
41) $177\frac{17}{18}$.
42) $1\frac{7}{10}$.

43) $48\frac{754}{805}$.
44) $9\frac{15}{22}$.
45) $2\frac{667}{1764}$.
46) $71\frac{1}{4}$.
47) $5\frac{7}{12}$.
48) $8\frac{131}{168}$.
49) $2005\frac{57}{168}$.
50) $524\frac{43}{54}$.
51) $1293\frac{1}{2}$.
52) $2\frac{3}{4}$.
53) $1\frac{71}{586}$.
54) $\frac{2340}{3031}$.
55) 0,273743....
56) 3,197...
57) 2,5058...
58) $2\frac{82}{549}$.
59) $1\frac{22}{69}$.
60) $1\frac{833}{1470}$.
61) $31\frac{7}{60}$.
62) $8\frac{601}{954}$.
63) $2\frac{356}{405}$.
64) $41\frac{2}{3}$.
65) $17\frac{1}{16}$.
66) $13\frac{1}{20}$.
67) $71\frac{5}{11}$.
68) $10\frac{7}{8}$.
69) $9\frac{87}{166}$.
70) $17\frac{11}{56}$.
71) $23\frac{1}{3}$.
72) $12\frac{15}{28}$.
73) $10\frac{13}{116}$.
74) $17\frac{1}{2}$.
75) $85\frac{8}{27}$.
76) 48; 36.
77) $41\frac{5}{8}$; $71\frac{3}{8}$.
78) $768\frac{7}{48}$; $644\frac{25}{48}$.
79) $47\frac{2}{3}$; $29\frac{2}{3}$; $18\frac{2}{3}$.
80) $138\frac{1}{36}$; $116\frac{13}{36}$; $168\frac{7}{36}$.
81) $769\frac{14}{15}$; $787\frac{8}{15}$; $752\frac{29}{120}$.
82) $301\frac{41}{48}$; $189\frac{37}{360}$; $288\frac{7}{360}$.
83) $683\frac{3}{4}$; $696\frac{1}{4}$; $670\frac{1}{2}$; $677\frac{3}{4}$.
84) $19541\frac{9}{16}$; $19468\frac{97}{144}$; $19453\frac{43}{144}$; $19436\frac{67}{144}$.
85) $113\frac{28}{70}$; $132\frac{81}{140}$; $128\frac{109}{140}$; $122\frac{9}{140}$.
86) 886 Thlr.; $829\frac{1}{7}$ Thlr.
87) 2073 Fl. $13\frac{7}{12}$ Kr.; 1455 Fl. $28\frac{7}{12}$ Kr.; 1388 Fl. $8\frac{7}{12}$ Kr.
88) 44 Wspl. $17\frac{11}{40}$ Schfl.; 41 Wspl. $1\frac{21}{40}$ Schfl.
89) 23 Ctr. 15 Pfd. $23\frac{1}{18}$ Loth; 22 Ctr. 24 Pfd. $1\frac{13}{18}$ Loth; 23 Ctr. 39 Pfd. $25\frac{13}{18}$ Loth.
90) 2 Pfd. 4 ℥ 5 ʒ $3\frac{1}{12}$ ℈; 1 Pfd. 4 ℥ 6 ʒ $2\frac{7}{12}$ ℈.
91) 6 Mk. 15 Kar. $6\frac{17}{80}$ Gr.; 6 Mk. 8 Kar. $10\frac{37}{80}$ Gr.; 6 Mk. 9 Kar. $5\frac{73}{80}$ Gr.; 6 Mk. 7 Kar. $6\frac{33}{80}$ Gr.
92) 35 Mk. 14 Lth. 13 Gr.; 40 Mk. 15 Lth. $8\frac{1}{2}$ Gr. 37 Mk. 14 Lth. $11\frac{1}{2}$ Gr.
93) 7 Ball. 3 Rß. 4 Bch. 14 Bg. 4 Ball. 7 Rß. 11 Bch. 22 Bg.
94) 7 Mrg. $77\frac{17}{18}$ Q.Rth. 5 Mrg. $18\frac{5}{18}$ Q.Rth. 4 Mrg. $28\frac{5}{18}$ Q.Rth.
95) 5196 Thlr. 17 Sgr. 7 Pf. 4680 Thlr. 6 Sgr. 11 Pf.
96) $63\frac{1}{3}$; $31\frac{2}{3}$.
97) $111\frac{1}{8}$; $15\frac{7}{8}$.
98) $4\frac{7}{12}$; $9\frac{1}{6}$.
99) 10; 15.

100) $110\frac{7}{29}$; $28\frac{23}{29}$.
101) $349\frac{113}{232}$; $430\frac{4}{29}$.
102) $3927\frac{37}{385}$; $532\frac{164}{385}$.
103) $61520\frac{167}{236}$; $6965\frac{67}{118}$.
104) 183 Thlr. 6 Sgr. $3\frac{5}{9}$ Pf.
52 Thlr. 10 Sgr. $4\frac{4}{9}$ Pf.
105) 83 Pfd. $2\frac{55}{136}$ Lth.; 14 Pfd. $10\frac{47}{136}$ Lth.
106) $25\frac{5}{22}$; $50\frac{5}{11}$; $16\frac{9}{11}$.
107) $640\frac{649}{1122}$; $854\frac{176}{187}$; $233\frac{31}{187}$.
108) 282 Thlr. $\frac{65}{94}$ Sgr.
423 Thlr. $1\frac{7}{188}$ Sgr.
241 Thlr. $22\frac{1}{47}$ Sgr.
109) 17 Ctr. $9\frac{899}{2979}$ Pfd.
5 Ctr. $2\frac{2192}{2979}$ Pfd.
3 Ctr. $52\frac{218}{331}$ Pfd.
110) 12 Mrk. 15 Lth. $13\frac{73}{488}$ Gr.
30 Mrk. 4 Lth. $12\frac{333}{488}$ Gr.
2 Mrk. 10 Lth. $2\frac{163}{244}$ Gr.
111) A = 450; B = 675; C = 225; D = 150.
112) A = $3310\frac{2091}{2224}$; B = $863\frac{935}{1112}$; C = $406\frac{71}{139}$; D = $127\frac{77}{2224}$.
113) A = 5989 Thlr. $25\frac{285}{292}$ Sgr.
B = 6845 Thlr. $16\frac{424}{511}$ Sgr.
C = 4107 Thlr. $10\frac{50}{511}$ Sgr.
D = 547 Thlr. $19\frac{177}{511}$ Sgr.
114) $10\frac{1}{2}$; 14.
115) $21\frac{3}{26}$; $5\frac{45}{52}$.
116) $86\frac{7}{39}$; $52\frac{1}{8}$.
117) $1323\frac{195}{284}$; $110\frac{133}{142}$.
118) $27\frac{73}{91}$; $11\frac{34}{91}$.
119) $62\frac{5}{8}$; $82\frac{1}{3}$.
120) $6\frac{8}{107}$; $8\frac{2}{5}$.
121) $7\frac{77}{108}$; $5\frac{10}{108}$.
122) A = 48; B = 24; C = 36.
123) A = 36; B = 24; C = $10\frac{2}{3}$.
124) A = $25\frac{5}{6}$; B = $10\frac{1}{3}$; C = $17\frac{2}{9}$.
125) A = 54; B = $67\frac{1}{2}$; C = $55\frac{1}{4}$.

Practische Aufgaben über die Addition und Subtraction.

1) 57365000 Lstrl.
2) 891517000 Seelen.
3) 391′ 5″ 1‴.
4) a) 116 Thlr. 13 Sgr. 8 Pf. in Golde.
b) 133 Thlr. 3 Sgr. 2 Pf. in Silbercourant.
5) $170\frac{1}{8}$ holl. Aß.
6) 8 Gran.
7) 956 Thlr. 13 Sgr. 11 Pf.
8) 21 Ctr. 66 Pfd. 16 Lth. Waaren für 520 Thlr. 17 Sgr. 11 Pf.
9) 15 Eim. $5\frac{11}{60}$ Qrt.
10) 25844 Schiffe, 2783940 Tonnen, 178820 Mann.
11) 122 Bll. 3 Rß. 9 Bch.
12) 10 Lst. 2 Wspl. 4 Schfl. $13\frac{1}{3}$ Mtz.; 1669 Thlr. 29 Sgr. 11 Pf.
13) 11 Ctr. 19 Pfd. $30\frac{5}{12}$ Lth.
14) 22 Schfl. 3 Mtz.

15) 17 Jhr. 10 Mon. $21\frac{7}{8}$ Tg. 16) $8\frac{512}{675}$ Std.

17) a) Wasser ist $22\frac{11}{36}$ Lth. leichter als Gold.

b) = = $15\frac{2}{5}$ Lth. leichter als Quecksilber.

c) = = $11\frac{44}{45}$ Lth. leichter als Silber.

d) = = $\frac{11}{12}$ Lth. schwerer als Kork.

e) Gold ist $6\frac{163}{180}$ Loth schwerer als Quecksilber.

f) = = $10\frac{59}{180}$ Lth. schwerer als Silber.

g) = = $23\frac{2}{9}$ Lth. schwerer als Kork.

h) Quecksilber ist $3\frac{19}{45}$ Lth. schwerer als Silber.

i) = = $16\frac{19}{60}$ Lth. schwerer als Kork.

k) Silber ist $12\frac{161}{180}$ Lth. schwerer als Kork.

18) in der fünften Sec. $140\frac{5}{8}$ Fuß.

= = vierten = $109\frac{3}{8}$ =

= = dritten = $78\frac{1}{8}$ =

= = zweiten = $46\frac{7}{8}$ =

= = ersten = $15\frac{5}{8}$ =

19) 24 Ctr. 1 Stn. $19\frac{37}{42}$ Pfd.

20) 647 Thlr. 16 Sgr. 3 Pf.

21) $592\frac{1}{2}$ Thlr.

22) a) Die Umlaufszeit des Merkur ist um 277 Tg. $6\frac{1}{16}$ Std. kleiner als die der Erde.

Die Umlaufszeit der Venus ist um 140 Tg. $13\frac{7}{16}$ Std. kleiner als die der Erde.

Die Umlaufszeit des Mars ist um 321 Tg. $4\frac{13}{15}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit der Vesta ist um 958 Tg. $22\frac{1}{5}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit der Juno ist um 1226 Tg. $12\frac{1}{5}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit der Pallas ist um 1314 Tg. $12\frac{1}{5}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit der Ceres ist um 1316 Tg. $3\frac{1}{5}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit des Jupiter ist um 3967 Tg. $8\frac{8}{15}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit des Saturn ist um 10393 Tg. $17\frac{9}{20}$ Std. größer als die der Erde.

Die Umlaufszeit des Uranus ist um 30322 Tg. $11\frac{1}{5}$ Std. größer als die der Erde.

b) Die Geschwindigkeit des Merkur ist um $2\frac{1791}{3626}$ Meilen größer als die der Erde.

Die Geschwindigkeit der Venus ist um $\frac{1255}{1739}$ Meilen größer als die der Erde.

Die Geschwindigkeit des Mars ist um $\frac{1417}{1813}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit der Vesta ist um $1\frac{519}{1036}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit der Juno ist um $1\frac{3679}{5624}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit der Pallas ist um $1\frac{1007}{1443}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit der Ceres ist um $1\frac{438}{629}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit des Jupiter ist um $2\frac{4523}{14800}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit des Saturn ist um $2\frac{20431}{26418}$ Meilen kleiner als die der Erde.

Die Geschwindigkeit des Uranus ist um $3\frac{214}{1295}$ Meilen kleiner als die der Erde.

23) 68 Thlr. $10\frac{3}{4}$ Sgr.
24) 5 Thlr. 22 Sgr.
25) 11 Min. 12 Sec.
26) 26 Wspl. $20\frac{11}{12}$ Schfl.
27) 46 Pfd. $8\frac{1}{6}$ Lth.

---

28) 71 Thlr. $8\frac{3}{4}$ Sgr.
29) 1781 Thlr. 15 Sgr. 9 Pf.
30) 199 Thlr. 3 Sgr.
31) 36 Thlr. 15 Sgr.
32) 196 Thlr. $15\frac{1}{4}$ Sgr.
33) 9 Ctr. 3 Stn. $14\frac{5}{56}$ Pfd.
34) 42 Orh. 1 Eim. $33\frac{1}{8}$ Qrt.
35) $\frac{1376}{5871}$ geogr. Meilen.
36) $18\frac{1}{40}$ Thlr.
37) 216 Thlr. $14\frac{3}{4}$ Sgr.
38) 1 Eimer $59\frac{1}{2}$ Qrt.

---

39) 5 Std.
40) 10 Std.
41) $11\frac{1}{2}$ Std.
42) 15 Std.
43) $18\frac{1}{4}$ Std.
44) 21 Std. 45 Min.

45) 8 Std. 20 Min.
46) 23 Std. 25 Min.
47) 17 Std. 40 Min.
48) 3 Mon. 5 Tg.
49) 2 Mon. 22 Tg.
50) 9 Mon. 19 Tg.
51) 8 Mon. 13 Tg. 22 Std.
52) 10 Mon. 3 Tg. 4 St. 25 Min.
53) 5 Mon. 17 Tg. 45 Min.
54) 6 Mon. 24 Tg. 14 Std. 30 Min.
55) 11 Mon. 29 Tg. 23 Std. 30 Min.
56) 24 Tg. 20 Std. 45 Min.
57) 1812 Jhr. 3 Mon. 12 Tg.
58) 1745 Jhr. 29 Tg.
59) 1502 Jhr. 1 Mon. 10 Tg. 5 Std.
60) 1747 Jhr. 1 Mon. 29 Tg.
61) 1806 Jhr. 2 Mon. $1\frac{1}{2}$ Std.
62) 1637 Jhr. 9 Mon. 23 Tg. $9\frac{1}{2}$ Std.
63) 922 Jhr. 4 Mon. 16 Tg. $19\frac{1}{2}$ Std.
64) 1823 Jhr. 2 Mon. 4 Tg. 1 Std.
65) 1798 Jhr. 9 Mon. 7 Tg. $7\frac{1}{2}$ Std.
66) 1431 Jhr. 2 Mon. 9 Tg. $21\frac{3}{4}$ Std.
67) 1797 Jhr. 11 Mon. 1 Tg. 9 Std.
68) 1824 Jhr. 4 Mon. 10 Tg. $10\frac{1}{4}$ Std.
69) 1593 Jhr. 9 Mon. 10 Tg. $10\frac{3}{4}$ Std.
70) 1617 Jhr. 4 Mon. 23 Tg.
71) 1793 Jhr. 4 Mon. 8 Tg.
72) 1617 Jhr. 4 Mon. 15 Tg.
73) 1647 Jhr. 9 Mon. 24 Tg.
74) 1711 Jhr. 24 Tg.
75) 1785 Jhr. 7 Mon. 17 Tg.
76) 1812 Jhr. 9 Mon. 19 Tg.
77) 1803 Jhr. 11 Mon. 2 Tg.
78) 1545 Jhr. 1 Mon. 18 Tg.
79) 1482 Jhr. 10 Mon. 10 Tg.
80) Den 29. April 1760.
81) Den 27. Mai 1724.
82) Den 5. August 1763.
83) 17 Jhr. 9 Mon. 8 Tg.
84) Um halb 9 Uhr Morg. am 30. Nov. 1784.
85) 62 Jhr. 3 Mon. 8 Tg.
86) 74 Jhr. 6 Mon. 24 Tg.
87) 5 Jhr. 2 Mon. 25 Tg.
88) 50 Min. nach 6 Uhr Abends den 21. April 1820.
89) Am 20. April 1813.
90) 58 Jhr. 8 Mon. 30 Tg. $10\frac{3}{4}$ Std.
91) 408 Jhr. 9 Mon. 1 Tg. $4\frac{3}{4}$ Std.

Practische Aufgaben über die Multiplication und Division.

A. Multiplication.

1) 2 Thlr. 12 Sgr.
2) 17 Thlr. 10 Sgr.
3) 157 Thlr. 15 Sgr.
4) 31 Thlr. 20 Sgr.
5) 35 Thlr. 23 Sgr.
6) 1 Thlr. 18 Sgr.
7) 46 Thlr. $9\frac{1}{3}$ Sgr.
8) 3 Thlr. $17\frac{1}{4}$ Sgr.
9) 56 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.
10) 3 Thlr. 5 Sgr. $10\frac{1}{4}$ Pf.
11) 2 Thlr. 4 Sgr. 2 Pf.
12) 12 Thlr. 21 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf.
13) 869 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr.
14) 585 Thlr. — Sgr. 6 Pf.
15) 1196 Thlr. $16\frac{1}{16}$ Sgr.
16) 736 Thlr. 21 Sgr. 4 Pf.
17) 1324 Thlr. 12 Sgr.
18) 57 Thlr. 9 Sgr.
19) 207 Thlr. 13 Sgr. 9 Pf.
20) 695 Thlr. 3 Sgr. 10 Pf.
21) $7'$ $11''$ $7\frac{1}{2}'''$.
22) 296 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr.
23) 1537 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.
24) 1491 Thlr. 8 Sgr. 9 Pf.
25) 130 Thlr.
26) $108\frac{47}{76}$ Berlin. Ellen.
27) $618\frac{134}{297}$ preuß. Fuß.
28) 511 Mk. $3\frac{1}{6}$ ßl.
29) 908 Fl. $68\frac{1}{2}$ Cents.
30) 188 Thlr. $17\frac{17}{32}$ Sgr.
31) 16 Thlr. 23 Sgr. $1\frac{1}{2}$ Pf.
32) 3018 Thlr. 18 Sgr. 9 Pf.
33) 425 Thlr. 20 Sgr. $4\frac{11}{16}$ Pf.
34) 530 Thlr. 18 Sgr. $6\frac{3}{4}$ Pf.
35) $118'$ —$''$ $4\frac{7}{30}'''$.
36) 1414 Thlr. 13 Sgr. $10\frac{1}{2}$ Pf.
37) 118 Thlr. 6 Sgr.
38) 4028 Thlr. 1 Sgr. $10\frac{1}{2}$ Pf.
39) 297 Thlr. 10 Sgr. $3\frac{2}{3}$ Pf.
40) 19 Thlr. — Sgr. $8\frac{3}{4}$ Pf.
41) 531 Thlr. $8\frac{1}{3}$ Sgr.
42) 1960 Thlr. 28 Sgr.
43) 165 Thlr. 18 Sgr.
44) 8 Thlr. 13 Sgr. 6 Pf.
45) $44\frac{23}{60}$ Tg.
46) 44 Thlr. 9 Sgr. $4\frac{2}{3}$ Pf.
47) 2764 Mk. 14 ßl. $8\frac{3}{4}$ Pf.
48) 2406 Thlr. 16 Sgr. $10\frac{1}{2}$ Pf.
49) 38 Thlr. 1 Sgr.
50) $756\frac{1}{2}$ Q.Rth.
51) 60 Ellen.
52) 12 Std. 6 Min.
53) $201\frac{3}{32}$ Seiten.
54) 92 Thlr. $9\frac{1}{2}$ Sgr.
55) 66 Pfd.
56) 384000 Pfd.
57) 3456000 Pfd.
58) 39 Meilen.
59) 8 Std. $48\frac{3}{4}$ Min.
60) a) der Durchmesser des Mondes = 481,32 Meilen.
    b) „ „ der Sonne = 187795,593 „
    c) „ „ des Merkur = 584,46 „

d) der Durchmesser der Venus = 1633,05 Meilen.
e) " " des Mars = 962,64 "
f) " " der Vesta = 56,727 "
g) " " der Juno = 292,23 "
h) " " der Ceres = 343,8 "
i) " " der Pallas = 429,75 "
k) " " des Jupiter = 18915,876 "
l) " " des Saturn = 16767,44 "
m) " " des Uranus = 7271,37 "

61) $1467\frac{1}{2}$ Q.Rth.
62) 121 Q.Rth. $64\frac{2}{3}$ Q.Fuß.
63) 18'' Kub.
64) 16' Q. 20'' Q.
65) 39' Q. 109'' Q. 64''' Q.
66) 4' 840'' $1028\frac{3}{8}$''' Kbf.
67) 38 Thlr. 22 Sgr. $3\frac{3}{16}$ Pf.
68) 141 Thlr. 25 Sgr.
69) 988 Thlr. 12 Sgr.
70) 360 Fl.
71) 120 Thlr. 27 Sgr.
72) 130 Thlr.
73) 43 Thlr. 29 Sgr. $11\frac{1}{2}$ Pf.
74) 2137 Thlr. 18 Sgr. 9 Pf.
75) 12 Thlr. 9 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf.
76) 18 Thlr. $4\frac{13}{800}$ Sgr.
77) 13 Thlr. 25 Sgr. $3\frac{5}{16}$ Pf.
78) 23 Thlr. $6\frac{2}{3}$ Sgr.
79) 195 Thlr. $10\frac{4}{5}$ Sgr.
80) 5 Thlr. 17 Sgr. $7\frac{5}{16}$ Pf.
81) 16 Thlr. 15 Sgr. 10 Pf.
82) 6 Thlr. 6 Sgr. 1 Pf.
83) 91 Thlr. 21 Sgr.
84) 7848 Thlr. 27 Sgr.
85) 18533 Thlr. 2 Sgr. $3\frac{1}{4}$ Pf.
86) 374 Thlr.
87) 429 Thlr. 15 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf.
88) 745 Thlr. 15 Sgr.
89) 22 Thlr. 28 Sgr. 6 Pf.
90) 1700 Thlr. 26 Sgr. 3 Pf.

B. Division.

1) 7 Sgr. 6 Pf.
2) 25 Sgr. $3\frac{3}{4}$ Pf.
3) 9 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf.
4) 8 Sgr. $1\frac{1}{2}$ Pf.
5) 23 Sgr. $\frac{1}{4}$ Pf.
6) 16 Sgr. $1\frac{1}{11}$ Pf.
7) 22 Thlr. 3 Sgr. 4 Pf.
8) 1 Thlr. 21 Sgr. 4 Pf.
9) 5 Thlr. 18 Sgr. $4\frac{14}{25}$ Pf.
10) 3 Thlr. 11 Sgr. $1\frac{5}{16}$ Pf.
11) 8 Sgr. $2\frac{1}{4}$ Pf.
12) 10 Sgr. $4\frac{7}{8}$ Pf.
13) 23 Sgr. 9 Pf.
14) $9\frac{5}{8}$ Pf.
15) 51 Thlr. 16 Sgr. $8\frac{20}{23}$ Pf.
16) 23 Sgr. $7\frac{10}{11}$ Pf.
17) 20 Sgr. $11\frac{7}{10}$ Pf.
18) $4\frac{1}{4}$ Pf.
19) 5 Sgr. $2\frac{5}{6}$ Pf.
20) $4\frac{1}{5}$ Pf.
21) 1 Thlr. 3 Sgr. $11\frac{1}{4}$ Pf.
22) 17 Sgr. $4\frac{10}{11}$ Pf.

23) 16 Thlr. 12 Sgr. $2\frac{1}{4}$ Pf.
24) $10\frac{1}{8}$ Pf.
25) 25 Sgr.
26) 42 Thlr. 21 Sgr. 3 Pf.
27) 25 Sgr. $2\frac{4}{7}$ Pf.
28) 1 Sgr. $3\frac{9}{10}$ Pf.
29) 2 Sgr. $2\frac{4}{13}$ Pf.
30) 55 Thlr. 4 Sgr. $2\frac{2072}{2997}$ Pf.
31) 9 Sgr. $1\frac{25}{47}$ Pf.
32) 16 Lth. 2 Qt.
33) $104\frac{8}{11}$ Kbklinien.
34) $44764\frac{4}{5}$ Meilen.
35) a) in 1 Tag $346357\frac{53837}{164359}$ Meilen.
b) in 1 Std. $14431\frac{91271}{493077}$ Meilen.
c) in 1 Min. $240\frac{7688329}{14792310}$ Meilen.
d) in 1 Secunde $4\frac{7688329}{887538600}$ Meilen.
36) $1473\frac{2767}{3121}$ Kbkfuß.
37) a) $2\frac{2}{7}$; b) $29\frac{1}{6}$; c) $66\frac{2}{3}$.
38) $13\frac{1}{2}$.
39) a) Merkur $\frac{42245}{175316}$.
b) Venus $\frac{107855}{175316}$.
c) Erde 1.
d) Mars $1\frac{77217}{87658}$.
e) Vesta $3\frac{27413}{43829}$.
f) Juno $4\frac{15694}{43829}$.
g) Pallas $4\frac{26254}{43829}$.
h) Ceres $4\frac{26449}{43829}$.
i) Jupiter $11\frac{113378}{131487}$.
k) Saturn $29\frac{80141}{175316}$.
l) Uranus $84\frac{1009}{43829}$.

40) a) auf dem Merkur in 2 Min. $53\frac{13}{45}$ Secunden.
b) „ der Venus „ 5 „ $23\frac{4}{5}$ „
c) „ der Erde „ 7 „ $27\frac{29}{45}$ „
d) „ dem Mars „ 11 „ $22\frac{1}{15}$ „
e) „ der Vesta „ 17 „ $36\frac{17}{45}$ „
f) „ der Juno „ 19 „ $54\frac{13}{45}$ „
g) „ der Pallas „ 20 „ $37\frac{41}{45}$ „
h) „ der Ceres „ 20 „ $38\frac{32}{45}$ „
i) „ dem Jupiter „ 38 „ $48\frac{43}{45}$ „
k) „ dem Saturn in 1 Std. 11 Min. $9\frac{8}{9}$ Secunden.
l) „ dem Uranus in 2 „ 23 „ $7\frac{2}{15}$ „

41) 8 Sgr. $5\frac{7}{17}$ Pf.
42) $8\frac{7}{88}$ Sgr.
43) $6\frac{6}{19}$ Rth.
44) 6 Thlr. 5 Sgr. $1\frac{1}{5}$ Pf.
45) 27 Sgr. $6\frac{102}{289}$ Pf.
46) 257 Thlr. 20 Sgr. $7\frac{61}{77}$ Pf.
47) a) 16 Sgr. 8 Pf. b) 1 Mk. 12 ßl. 9 Pf.
48) 492 Thlr. 4 Sgr. 8 Pf.
49) 27 Sgr. $10\frac{2}{7}$ Pf.
50) $4\frac{7}{8}$ Ellen.
51) 24 Stück.
52) $53\frac{5}{6}$ also 54 Flaschen.
53) 143 Thlr. 1 Sgr. $10\frac{1}{2}$ Pf.
54) a) 1 Fl. 42 Xr. $1\frac{1}{71}$ Pf.
b) 17 Sgr. $7\frac{29}{121}$ Pf.

55) a) 1 Fl. $74\frac{34}{359}$ Cents.
b) 17 Sgr. $2\frac{98}{125}$ Pf.
56) a) $5\frac{49}{56}$ Cents.
b) 1 Mk. 2 Sl. $1\frac{407}{529}$ Pf.
57) $8\frac{2}{25}$ Sgr.
58) 11 Zoll $7\frac{13}{100}$ Lin. Paris.
59) 9 Sgr. $10\frac{4}{5}$ Pf.
60) $3\frac{1}{33}$ Schstrl.
61) 2 Sgr. $2\frac{38}{1457}$ Pf.
62) 4 Sgr. $8\frac{1384}{4955}$ Pf.
63) 22 Thlr. — Sgr. $7\frac{28332}{30209}$ Pf.
64) 8 Lth. $14\frac{1}{2}$ Gr.
65) 63 Thlr. 24 Sgr. $5\frac{3}{5}$ Pf.
66) 3 Fr. $65\frac{17}{36}$ Cent.
67) 5 Fl. $72\frac{361}{723}$ Cents.
68) 3 Rbl. $21\frac{729}{1511}$ Kopek.
69) $2\frac{1890}{2749}$ Pf.
70) $\frac{287}{566}$ Ellen.
71) a) 192 Thlr. 23 Sgr. $11\frac{1679}{3343}$ Pf.
b) 12 Thlr. 1 Sgr. $5\frac{3289}{3343}$ Pf.
c) — Thlr. 20 Sgr. $\frac{6665}{6676}$ Pf.
72) a) Platina $20\frac{7}{10}$.
b) Gold $19\frac{1}{4}$.
c) Quecksilber $13\frac{3}{5}$.
d) Blei $11\frac{7}{20}$.
e) Silber $10\frac{4}{5}$.
f) Kupfer $8\frac{9}{10}$.
g) Messing $8\frac{2}{5}$.
h) Eisen $7\frac{4}{5}$.
i) Glas $2\frac{1}{2}$.
k) Kochsalz $1\frac{9}{10}$.
l) Schwefel $1\frac{4}{5}$.
m) Eichenholz $1\frac{3}{5}$.
n) Büchenholz $\frac{17}{20}$.
o) Tannenholz $\frac{11}{20}$.
p) Kork $\frac{6}{25}$.
q) Eis $\frac{229}{250}$.

Practische Aufgaben über die Multiplication und Division (Regel de tri).

1) 72 Thlr.
2) 8 Sgr. $6\frac{2}{5}$ Pf.
3) 27 Sgr. $1\frac{32}{49}$ Pf.
4) $4\frac{5}{7}$ Pf.
5) 59 Thlr. 29 Sgr. $11\frac{177}{305}$ Pf.
6) 29 Thlr. 10 Sgr. $1\frac{35}{157}$ Pf.
7) 11 Thlr. 25 Sgr. $\frac{4665}{4976}$ Pf.
8) 119 Thlr. 19 Sgr. $4\frac{1}{12}$ Pf.
9) 616 Thlr. 14 Sgr. $6\frac{3}{16}$ Pf.
10) 104 Thlr. 19 Sgr. $6\frac{414}{775}$ Pf.
11) 82 Thlr. 19 Sgr.
12) 8 Sgr. $10\frac{127}{128}$ Pf.
13) 240 Thlr.
14) 7 Sgr. $5\frac{5}{11}$ Pf.
15) 41 Thlr. 10 Sgr.
16) 176 Thlr. 5 Sgr. $4\frac{3}{128}$ Pf.
17) 184 Thlr. 24 Sgr. 2 Pf.
18) 1 Thlr. 10 Sgr. $7\frac{3}{64}$ Pf.
19) 318 Thlr. 3 Sgr. $11\frac{1}{22}$ Pf.
20) 290 Thlr. 2 Sgr.
21) 9 Thlr. 16 Sgr. 5 Pf.
22) 242 Thlr. 10 Sgr. $6\frac{3}{7}$ Pf.
23) 3 Thlr. 14 Sgr. $11\frac{79}{88}$ Pf.
24) 132 Thlr. 15 Sgr.
25) 69 Thlr. 26 Sgr. $2\frac{2}{11}$ Pf.
26) 2416 Thlr. 18 Sgr. 8 Pf.

27) 3 Thlr. 5 Sgr. $3\frac{3}{4}$ Pf.
28) 273 Thlr. 28 Sgr. 7 Pf.
29) 25398 Thlr. 1 Sgr. $2\frac{83}{158}$ Pf.
30) 1464 Thlr. 26 Sgr. 9 Pf.
31) $16\frac{4543}{4920}$ Ellen.
32) $73\frac{69}{547}$ Thlr.
33) 8449 Thlr. 10 Sgr. $3\frac{69}{80}$ Pf.
34) 881 Pfd. 16 Lth. $1\frac{333}{499}$ Qtch.
35) $281\frac{437}{600}$ Ellen.
36) 11 Gr.
37) 24 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf.
38) 2231 Thlr. 10 Sgr. $11\frac{299}{320}$ Pf.
39) 274 Thlr. 6 Sgr. $10\frac{4}{5}$ Pf.
40) 1057 Thlr. 1 Sgr. 6 Pf.
41) 259 Thlr. 8 Sgr. $8\frac{8}{11}$ Pf.
42) 15 Std. 35 Min. $21\frac{3}{7}$ Sec.
43) $76\frac{11}{18}$ Seiten.
44) 10305 Thlr. 10 Sgr. $1\frac{1085}{8902}$ Pf.
45) $6\frac{4}{5}$ Lth.
46) $30\frac{3}{56}$ Tg.
47) 8789 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr.
48) 4 Jhr. $4\frac{1}{2}$ Mon.
49) 8 Thlr. 3 Sgr.
50) 12 Thlr.
51) 27 Thlr.
52) 4120 Fl. 50 Xr.
53) 2444 Thlr. 12 Sgr.
54) 10213 Mk.
55) 69 Thlr. 18 Sgr. $3\frac{3}{8}$ Pf.
56) 10 Oxh. 2 Eim. $19\frac{481}{1051}$ Qrt.
57) 206 Pfd. $13\frac{49}{67}$ Lth.
58) $31\frac{1}{9}$ Lth.
59) 3133 Fl. $70\frac{170}{359}$ Cents.
60) $647\frac{1}{2}$ Fr.d'or Gold und 25 Sgr. Cour.
61) 4414 Thlr. 29 Sgr. $1\frac{1}{5}$ Pf.
62) 3251 Thlr. 7 Sgr. $7\frac{673}{677}$ Pf.
63) $2985\frac{165}{281}$ Thlr.
64) 2014 Fl. 21 Xr. $1\frac{21}{125}$ Pf.
65) 3581 Thlr. 7 Sgr. 6 Pf.
66) $24883\frac{1}{5}$ Meilen.
67) 4500 Meilen.
68) 26100 Pfd.
69) $\frac{1}{144}$.
70) 803 Thlr. 17 Sgr. $1\frac{5}{7}$ Pf.
71) $7\frac{47}{154}$ Meilen.
72) 3 Std. 40 Min.
73) 116 Pfd. $13\frac{1}{8}$ Lth.
74) 19 Thlr. 19 Sgr. $2\frac{80}{191}$ Pf.
75) $130'\ 2''\ 6\frac{1650}{13913}'''$.
76) $398'\ 7''\ 10\frac{113}{1600}'''$.
77) 21 Thlr. 17 Sgr. $1\frac{1}{3}$ Pf.
78) 103 Duc. und 4 Sgr. 8 Pf. Cour.
79) 255 Thlr. 21 Xr. $2\frac{8}{10}$ Pf.
80) 666 Thlr. 24 Sgr. $3\frac{1}{15}$ Pf.
81) 102 Thlr. 2 Sgr. $9\frac{183}{189}$ Pf.
82) 6 Bll. 6 Rß. $10\frac{5}{8}$ Bch.
83) a) $1\frac{959999}{1849601}$ Par. Linien.
b) $\frac{2149120}{14518101}$ „ „
c) $\frac{4786000}{14518101}$ „ „
d) $\frac{4551040}{14518101}$ „ „
e) $\frac{3846080}{14518101}$ „ „
f) $\frac{4225600}{14518101}$ „ „
g) $\frac{1179520}{4839367}$ „ „
h) $\frac{864000}{4839367}$ „ „
i) $\frac{817920}{4839367}$ „ „
k) $\frac{902400}{4839367}$ „ „
l) $\frac{4112000}{14518101}$ „ „
84) 1 Thlr. 23 Sgr. $7\frac{41}{75}$ Pf.
85) a) $\frac{64}{935}$ Lth. b) $\frac{16}{23375}$ Lth. c) $\frac{8}{116875}$ Lth.
86) 65 Thlr. 4 Sgr.

87) 254 Fr.d'or und 2 Thlr. 15 Sgr. $11\frac{1769}{2801}$ Pf.
88) 8342 Thlr. $2\frac{3}{200}$ Sgr.
89) 9335 Thlr. 2 Sgr. $5\frac{481}{1411}$ Pf.
90) 65 Rthlr. 37 ßl. $1\frac{5}{7}$ Pf.
91) 114 Thlr. 3 Sgr. 9 Pf.
92) 108 Pfd. 28 Lth.
93) 3 Sgr. $1\frac{1}{3}$ Pf.
94) 41 Thlr. 7 Sgr. $11\frac{197}{2211}$ Pf.
95) 18 Thlr. $25\frac{5}{88}$ Sgr.
96) 6 Ton. 1 Oehmch. $2\frac{11}{17}$ Qrt.
97) 20 Sgr. $7\frac{3}{11}$ Pf.
98) 872 Thlr. 22 Sgr. $9\frac{3}{5}$ Pf.
99) 11 Sgr. $9\frac{3}{4}$ Pf.
100) 2293 Thlr. $11\frac{1}{4}$ Pf.

Vermischte Aufgaben.

1) 75 Jhr.
2) 2178 Jhr.
3) 6 Fuß.
4) $695\frac{8085}{5797}$ Kbkzoll.
5) Die Mutter 4900 Thlr. und jeder Sohn 2800 Thlr.
6) 87 Oxh. $1\frac{2}{3}$ Eim.
7) Der Kaufmann hat noch 21 Thlr. 11 Sgr. 3 Pf. zu bezahlen.
8) 69 Thlr. 25 Sgr.
9) 244 Thlr. 20 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf.
10) 2 Mk. 10 ßl. $10\frac{1}{2}$ Pf.
11) 409 Mk. 14 ßl. 6 Pf.
12) 89 Liv. 7 Sh. $2\frac{1}{4}$ Pf. Sterl.
13) 21 Liv. 17 Sh. $11\frac{1}{4}$ Pf.
14) 4 Liv. 10 Sh. $10\frac{17}{1120}$ Pf.
15) 13 Rbl. $5\frac{15}{16}$ Kop.
16) 45 Rbl. $92\frac{13}{16}$ Kop.
17) 330 Rbl. $82\frac{7}{8}$ Kop.
18) 384 Fl. 9 Stüv. 3 Cents.
19) 233 Fl. 2 Stüv.
20) 870 Fl. 11 Stüv. $3\frac{1}{8}$ Cents.
21) 4834 Fl. 11 Stüv. $\frac{7}{8}$ Cents.
22) 12913 Fr. 92 Cent.
23) $660\frac{46}{123}$ Ellen.
24) 4121 Fl. $34\frac{1}{8}$ Xr.
25) 561 Fl. 21 Xr. $3\frac{3}{11}$ Pf.
26) 150 Fl. $47\frac{1}{2}$ Xr.
27) 167 Rthlr. 1 Mk. $8\frac{1}{4}$ ßl.
28) 19 Marav. $31\frac{1}{4}$ Rpta.
29) 16 Rthlr 8 Grt.
30) 40 Mk. 1 ßl. $3\frac{27}{80}$ Pf.
31) 6 Ctr. 80 Pfd. 30 Lth.
32) Der nächste Erbe $2812\frac{1}{2}$ Thlr.; jeder der Andern $562\frac{1}{2}$ Thlr.
33) $1303\frac{133}{224}$ Steine.
34) a) 1,375 Kbkfuß.
   b) $5\frac{5}{32}$ Kbkzoll.
   c) $\frac{8}{11}$ Kbkfuß oder $1256\frac{8}{11}$ Kbkzoll.
   d) $4\frac{28}{99}$ Kbkzoll.
35) $\frac{3}{640}$ des Volumens, welches die Luft bei 0 Gr. R. hat.
36) $14\frac{115}{256}$ Kbkzoll.
37) $21\frac{93}{143}$ Kbkzoll.
38) $17\frac{553}{676}$ Kbkzoll.
39) $65\frac{37}{83}$ Kbkzoll.
40) $11\frac{485}{6716}$.
41) 7 Rbl. $83\frac{6}{7}$ Kop.
42) 334 Fl. $\frac{1}{2}$ Cent.
43) 3916 Mk. 1 Pf.

44) 53 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.
45) 132 Fl. 17 Stüv. $\frac{5}{8}$ Cent.
46) 201 Thlr. 4 Gr. 6 Pf.
47) 3051 Fr. $60\frac{3}{4}$ Cent.
48) 55 Thlr. 19 Sgr. 9 Pf.
49) 5 Thlr. 20 Sgr.
50) $4\frac{1}{5}$ Pf.
51) 5 Mk. $1\frac{18}{17}$ Pf.
52) $4\frac{7}{176}$ Pf.
53) a) $29\frac{7}{67}$ Kop.
b) $\frac{134}{323}$ Lstrl.
54) a) $1\frac{907}{1028}$ Rbn.
b) $31\frac{1027}{1028}$ oder sehr nahe 32 Rbn.
55) 7 Std. 49 Min. $8\frac{44}{47}$ Sec.
56) 429 Thlr. 19 Sgr. $5\frac{16}{25}$ Pf.
57) 36 Thlr. 26 Sgr. $9\frac{3}{37}$ Pf.
58) $5\frac{85}{112}$ Meilen.
59) 18 Std. $41\frac{37}{88}$ Min.
60) A. 24, B. 12 Jahre.
61) 480 Bücher.
62) 5 Sgr. $10\frac{1}{5}$ Pf.
63) $6\frac{9}{10}$ Pf.
64) $34\frac{2}{3}$ Thlr.
65) 10000 Thlr.
66) 141 Pfd. $23\frac{495}{631}$ Lth.
67) 19 Jahre.
68) 60 Jahre.
69) Der Fr.d'or ist zu $5\frac{2}{3}$ Thlr. gerechnet, und er erhält monatlich $16\frac{5}{9}$ Thlr. Cour.
70) 870 Thlr. $9\frac{261}{429}$ Pf. hat ihm die Waare gekostet, und er gewinnt 106 Thlr. 21 Sgr. $8\frac{160}{421}$ Pf.
71) 70, 90 und 120 Quart.
72) $176\frac{8}{17}$ Ellen.
73) $3\frac{77}{387}$ Ellen.
74) Der erste $192\frac{2}{5}$ Thlr.; der andere $128\frac{4}{5}$ Thlr.
75) 50 Ellen und 44 Thlr. 28 Sgr. $2\frac{4}{7}$ Pf.
76) 4 Ellen.
77) 14 gGr. $10\frac{22}{29}$ Pf.
78) 1 Thlr. 2 Sgr. $8\frac{154}{361}$ Pf. und 1 Thlr. 11 Sgr. $2\frac{154}{361}$ Pf.
79) $47\frac{185}{188}$ Ellen Taffet und $50\frac{11}{47}$ Ellen Sammt.
80) 15 Sgr. $3\frac{4707}{5031}$ Pf. und 20 Sgr. $3\frac{4707}{5031}$ Pf.
81) 8 Thlr. 2 Sgr. $7\frac{256}{287}$ Pf.
82) 112 Pfd.
83) $60\frac{2}{3}$ Tg. gearbeitet, $23\frac{1}{3}$ Tg. gefeiert.
84) A. erhält 3330 Thlr. 20 Sgr.
B. „ 2220 „ 13 „ 4 Pf.
C. erhält 3280 Thlr. 20 Sgr.
D. „ 2761 „ 1 „ 8 Pf.
85) $27\frac{1}{2}$ Thlr.
86) A. $473\frac{15}{16}$ Pfd.
B. $546\frac{7}{16}$ Pfd.
C. $397\frac{5}{8}$ Pfd.
87) A. = $499\frac{5}{28}$ Thlr.
B. = $1018\frac{5}{14}$ „
C. = $1501\frac{2}{7}$ „
D. = $599\frac{5}{28}$ „
88) $897\frac{3}{7}$ Thlr.
89) 17 Thlr. 25 Sgr. $10\frac{2}{7}$ Pf.
90) 6 Kinder, 24 Männer und 72 Frauen.
91) 81 Thlr. $25\frac{5}{14}$ Sgr.
92) 11 Tage.

93) Sie haben $18\frac{3}{4}$ Tage gearbeitet; A. bekam $13\frac{1}{3}$ Sgr. Lohn, B. $17\frac{1}{3}$ Sgr. und C. $22\frac{2}{3}$ Sgr.

94) $37\frac{271}{503}$ Ellen blaues u. $43\frac{232}{503}$ Ellen schwarzes.

95) $5\frac{3}{4}$ Sgr.

96) 14 Ellen.

97) 40 Ellen; die Elle des ersten kostet $1\frac{1}{2}$ Thlr., des zweiten 2 Thlr. und des dritten $2\frac{1}{2}$ Thlr.

98) Der erste Sohn erhält $4666\frac{2}{13}$ Thlr.
Der zweite Sohn erhält $2383\frac{1}{13}$ Thlr.
Der dritte Sohn erhält $2950\frac{10}{13}$ Thlr.

99) A. $5\frac{2}{3}$ Thlr., B. $3\frac{2}{3}$ Thlr.

100) 24 Ellen und 5 Thlr.

101) 6 mal.

102) 272 Aepfel u. 336 Birnen.

103) 10 Thlr. 2 Sgr. $7\frac{2181}{2274}$ Pf.

104) 60 Sprünge.

105) 90 Quart.

106) $14\frac{1}{8}$ Thlr.

107) $55\frac{3}{4}$ Thlr.

108) 15 Thlr. $5\frac{1}{4}$ Sgr.

109) $11\frac{7}{13}$ Wspl. Roggen und $13\frac{6}{13}$ Wspl. Gerste.

110) Das Pfd. Zucker $7\frac{1}{2}$ Sgr. Das Pfund Kaffee 6 Sgr.

111) A. hält 288 Ellen und kostet 72 Thlr.
B. hält 216 Ellen und kostet 54 Thlr.
C. hält 180 Ellen und kostet 45 Thlr.

112) $2\frac{1}{3}$ Thlr. und $3\frac{1}{2}$ Thlr.

113) 45 große und 55 kleine, ein großes kostet 2 Thlr. $9\frac{1}{3}$ Sgr., ein kleines kostet 1 Thlr. $22\frac{4}{11}$ Sgr.

114) $7\frac{1}{5}$ Minuten.

115) 76 und 32.

116) 14 Jhr. 8 Mnt.

117) 9 Sgr.

118) 25 Sgr. $11\frac{161}{209}$ Pf.

119) 12 Thlr. und die Elle kostete 6 Sgr.

120) $5\frac{1}{2}$ Thlr.

121) $28\frac{7}{11}$ Sgr.

122) 96 Pfd. und das Pfd. kostet $17\frac{1}{7}$ Sgr.

123) 4 Ctr. und der Ctr. kostet 28 Thlr.

124) $522\frac{9}{11}$ Pfd. und $159\frac{3}{4}$ Thlr.

125) 125 Thlr. $7\frac{221}{1447}$ Sgr. im Ganzen, $10\frac{1130}{1447}$ Sgr. das Pfund.

126) $4\frac{8}{13}$ Sgr. die Elle, 10 Thlr. $19\frac{8}{13}$ Sgr. im Ganzen.

127) Ein Officier $39\frac{1}{9}$ Thlr., ein Unterofficier $29\frac{1}{9}$ Thlr. und ein Gemeiner $21\frac{1}{9}$ Thlr.

128) 12 Tage.

129) $5\frac{1}{2}$ Tage.

130) $13\frac{29}{56}$ Meilen.

131) $45\frac{15}{58}$ Meilen von X. oder $54\frac{38}{58}$ Meilen von Y.

132) $85\frac{65}{98}$ Meilen von X. oder $64\frac{33}{98}$ Meilen von Y.

133) $91\frac{25}{32}$ Meilen.

134) $43\frac{307}{320}$ Meilen.

35) A. ist $1\frac{114}{455}$ Tag vor B. abgereist.

36) $5\frac{61}{109}$ Meilen.

37) $5\frac{5}{11}$ Minuten nach 1 Uhr.

38) $10\frac{10}{11}$ Min. nach 2 Uhr; $16\frac{4}{11}$ Min. nach 3 Uhr; u. s. f. jede Stunde $5\frac{5}{11}$ Min. später.

39) 5 Sechstelthaler u. 2 Zwölftelthaler.

40) $16\frac{4}{11}$ Min. nach 12 Uhr; $21\frac{9}{11}$ Minut. nach 1 Uhr; $27\frac{3}{11}$ Min. nach 2 Uhr; u. s. f. jede Stunde $5\frac{5}{11}$ Min. später; dann aber auch $10\frac{10}{11}$ Min. vor 1 Uhr; $5\frac{5}{11}$ Min. vor 2 Uhr; um 3 Uhr u. s. f. jede Stunde um $5\frac{5}{11}$ Min. später.

41) $32\frac{8}{11}$ Min. nach 12 Uhr; $38\frac{2}{11}$ Min. nach 1 Uhr; u. s. f. jede Stunde $5\frac{5}{11}$ Min. später.

142) 6 Kinder.

143) Von der ersten Sorte hat er $20\frac{1}{2}$ Ellen, von der zweiten $29\frac{1}{2}$ Ellen gekauft; von der ersten Sorte kostet die Elle $2\frac{38}{41}$ Thlr., von der zweiten $3\frac{23}{39}$ Thlr.

144) 29 Jahre.

145) Der Ctr. Kaffee $112\frac{7}{18}$ Thlr. Der Ctr. Zucker $106\frac{26}{27}$.

146) $3281\frac{1}{4}$ Pfd.

147) 172 Thlr. 25 Sgr.

148) $12\frac{1}{2}$ Proc.

149) 461 Thlr. 2 Sgr. $6\frac{33}{40}$ Pf.

150) $17\frac{97}{99}$ Proc.

151) 3 Thlr. 20 Sgr.

152) $11\frac{1163}{1867}$ Proc.

153) 26 Thlr. 22 Sgr. $6\frac{210}{233}$ Pf.

154) 16 Sgr. $5\frac{343}{400}$ Pf.

155) 3 Sgr. $8\frac{59}{176}$ Pf.

156) $17\frac{1}{2}$ Proc.

157) 58 Mk. 4 ßl. $9\frac{25238493}{40588299}$ Pf.

158) 11 Fuß $6\frac{4}{25}$ Zoll.

159) 14 Fuß $10\frac{79}{137}$ Zoll.

160) $1445\frac{605}{1413}$ mal.

161) Sonne 589678,162 Meil.
Mond 1511,3448 „
Merkur 1835,2044 „
Venus 5127,777 „
Erde 5397,66 „
Mars 3022,6896 „
Vesta 178,12278 „
Juno 917,6022 „
Ceres 1079,532 „
Pallas 1349,415 „
Jupiter 59395,85064 „
Saturn 52681,1616 „
Uranus 22832,1018 „

162) $8\frac{4}{7}$ Tage.

163) 1 Eim. $16\frac{2}{3}$ Qrt.

164) $9\frac{3}{14}$ Sgr. und $6\frac{3}{14}$ Sgr.

165) 5224 Thlr. $14\frac{34}{43}$ Sgr.

166) 2 Sgr. $3\frac{2043}{2431}$ Pf.

167) 1160 Pfd.

Umgekehrte Regel de tri.

1) $23\frac{2}{5}$ Wochen.
2) 400 Mann.
3) $16\frac{16}{25}$ Mnt.
4) $2\frac{2}{9}$ Mnt.
5) $6438\frac{6}{13}$ Thlr.
6) $22\frac{1}{2}$ Mnt.
7) $8\frac{14}{17}$ Ellen.
8) $1\frac{9}{68}$ Ellen breit.
9) 105,057 Berl. Ellen.
10) 1 Thlr. 2 Sgr. $3\frac{9}{13}$ Pf.
11) $2\frac{18}{31}$ Mnt.
12) $795\frac{5}{9}$ d. h. 796 Mann.
13) 6 Tg.
14) 21 Arbeiter.
15) $25\frac{1}{7}$ Tg.
16) $7\frac{1}{4}$ Meilen.
17) $460\frac{4}{5}$ engl. Meilen.
18) 2 Pfd. 2 Lth.
19) 1 Thlr. 14 Sgr. $9\frac{1}{7}$ Pf.
20) $2\frac{5}{8}$ Ellen.
21) $10\frac{5}{16}$ Ellen.
22) $101\frac{1147}{1353}$ geogr. Meilen.
23) 2519 Thlr. $4\frac{2}{27}$ Sgr.
24) $161\frac{1017}{1253}$ Leipz. Ellen.
25) 56,592 Berl. Schfl.
26) $8\frac{8}{9}$ löthig.
27) 1 Mk. 6 Lth. Kupfer.
28) $62\frac{2}{5}$ Stücke.
29) $7\frac{3}{16}$ löthig.
30) $9\frac{1}{7}$ löthig.
31) 16 Sgr. $9\frac{17}{33}$ Pf.
32) 231 Brode.
33) $6\frac{41}{48}$ Ellen.
34) 125 Pferde.
35) $2\frac{39}{53}$ Mtz.
36) $5\frac{15}{116}$ Meilen.
37) 30 Arbeiter.
38) 5 Arbeiter.
39) $41\frac{247}{2145}$ Meilen.
40) 5 Ctr. $91\frac{3}{8}$ Pfd.
41) $78\frac{6}{7}$ Ellen.
42) 1 Jhr. $4\frac{17}{40}$ Mnt.
43) $8873\frac{7}{10}$ Rationen.
44) $10\frac{2}{7}$ löthig.
45) 4 Pfd. $23\frac{3}{4}$ Lth.
46) 175,689... Ducaten.
47) $10\frac{1}{2}$ Thlr.
48) $2\frac{564}{613}$ Proc.
49) 3360 Bäume.
50) $13\frac{157}{288}$ Std.
51) $1\frac{1}{5}$ Pfd.
52) 13 Schfl. $11\frac{4}{5}$ Mtz.
53) $16\frac{12}{13}$ Sgr.
54) $18\frac{5}{6}$ Quart.
55) $5\frac{1}{4}$ Ellen.
56) $4\frac{1}{6}$ Jahre.
57) 1 Thlr. $29\frac{33}{73}$ Sgr.
58) 44268 Thlr.
59) 1 Jhr. $4\frac{1673}{3960}$ Mnt.
60) $1237\frac{629}{683}$ Fr.d'or.
61) 7,409 holl. Dreiguldenstücke.
62) $8\frac{2}{5}$ Std.
63) 25 Personen.
64) Noch 20 Wochen.
65) $173\frac{23}{32}$ holl. Aß.
66) $38\frac{978}{1300}$ Stück.
67) $15\frac{3}{16}$ Ellen.
68) $32\frac{1418}{2365}$ Tg.
69) $13\frac{9405}{22287}$ Arbeiter.
70) $2\frac{27}{160}$ Ellen.

71) $3\frac{9}{10}$ Tg.
72) $30\frac{2}{17}$ Mann.
73) 12 Sgr. 11 Pf.
74) $10\frac{1}{14}$ Ellen.
75) $190\frac{70}{18317}$ Proc.
76) 103,618 preuß. Pfd.
77) $14\frac{49}{54}$ Mnt.
78) 1400 Pferde.
79) $3568\frac{1}{2}$ Rationen Hafer,
$8245\frac{1}{4}$ „ Heu,
$6704\frac{8}{13}$ „ Stroh.

80)						
a)	1	Thlr.	15	Sgr.	8,9	Pf.
b)	1	„	15	„	4,9	„
c)	—	„	8	„	0,98	„
d)	—	„	9	„	4,64	„
e)	—	„	12	„	4,23	„
f)	1	„	13	„	6,11	„
g)	—	„	17	„	3,18	„
k)	—	„	24	„	1,24	„
i)	1	„	2	„	3,6	„
h)	1	„	15	„	10,1	„
l)	1	„	13	„	10,56	„

Zusammengesetzte Regel de tri und Kettensatz.

1) $40\frac{1}{2}$ Thlr.
2) 65 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr.
3) $5\frac{65}{66}$ Tg.
4) $4\frac{17}{57}$ Arb.
5) 11 Ctr. $28\frac{106}{481}$ Pfd.
6) $47\frac{172001}{196625}$ Meilen.
7) 622 Thlr. $14\frac{41}{175}$ Sgr.
8) 2573 Thlr. 6 Sgr. $9\frac{13}{17}$ Pf.
9) 1 Jahr $9\frac{2315579}{2637421}$ Mnt.
10) $4890\frac{2}{3}$ Stück.
11) $82\frac{10}{51}$ Ellen.
12) $14\frac{66}{91}$ Wochen.
13) $20\frac{128}{375}$ Pferde.
14) $4062\frac{2}{5}$ Thlr.
15) $2\frac{693}{1262}$ Mnt.
16) 66 Thlr. 12 Sgr. $10\frac{2}{7}$ Pf.
17) $20\frac{26}{335}$ Ellen.
18) 213 Schock 20 Garben.
19) $10\frac{28}{75}$ Tg.
20) $4\frac{1}{2}$ Thlr.
21) 253 Thlr.
22) $27\frac{31}{925}$ Tg.
23) $1\frac{67}{128}$ Ellen.
24) $26\frac{13}{28}$ Mtz.
25) 1344 Ruthen.
26) 360 Tg.
37) 1622 Thlr. $15\frac{75}{2951}$ Sgr.
28) $4\frac{7328}{7543}$ Proc.
29) $58\frac{14}{17}$ Ellen.
30) $17\frac{1}{22}$ Wochen.
31) $16\frac{22}{65}$ Rationen.
32) 5 Ctr. $107\frac{11}{27}$ Pfd.
33) 8 Jhr. 3 Mnt. $22\frac{328}{341}$ Tg.
34) $26\frac{2}{3}$ Std.
35) 1 Pfd. $30\frac{4}{13}$ Lth.
36) 1 Pfd. $3\frac{71}{115}$ Lth.

37) 205 Thlr. 10 Sgr.
38) $1\frac{179}{283}$ Pf.
39) $26\frac{2}{3}$ Thlr.
40) $2\frac{1}{20}$ Pf.
41) $8\frac{8}{9}$ Tg.
42) 4 Std. $5\frac{7}{10}$ Min.
43) $63\frac{1}{4}$ Arb.
44) $33\frac{33}{95}$ Rthlr.
45) $11\frac{138}{197}$ Proc.
46) 9 Sgr. $1\frac{83}{160}$ Pf.
47) 1105 Thlr. 3 Sgr. $5\frac{17}{48}$ Pf.
48) 228 Thlr. 4 Sgr. $5\frac{1}{3}$ Pf.
49) $11\frac{3}{4}$ Blln.
50) 152 Thlr. $11\frac{3}{7}$ Sgr.
51) 7903 Thlr. 15 Sgr. $6\frac{3}{5}$ Pf.
52) 45 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr.
53) $47\frac{439}{688}$ Tg.
54) $249\frac{33}{45}$ Fuß.
55) $9\frac{39}{40}$ Std.
56) $7064\frac{2}{7}$ Thlr.
57) $3\frac{229}{329}$ Proc.
58) 10 Arbeiter.
59) 508 Thlr. $15\frac{5}{12}$ Sgr.
60) $10\frac{3790}{8041}$ löthig.
61) 5 Jahr $11\frac{168491}{388705}$ Mnt.
62) 530 Thlr. 14 Sgr. $7\frac{10}{11}$ Pf.
63) 102 Thlr. 12 Sgr. $2\frac{1}{4}$ Pf.
64) 2 Schfl. $\frac{1}{2}$ Mtz.
65) $273\frac{49}{87}$ Stück Fr.d'or.
66) $324\frac{13}{24}$ 20-Francs-Stücke.
67) 754 Thlr. $28\frac{8}{9}$ Sgr.
68) $15\frac{17}{2650}$ Wochen.
69) $610\frac{35}{36}$ Fuß.
70) $3\frac{1014}{1587}$ Arb.
71) $11\frac{109}{265}$ Std.
72) $8\frac{2}{5}$ Ctr.
73) 3983 Thlr. 5 Sgr. $10\frac{950}{1771}$ Pf.
74) $4\frac{796}{4455}$ Tg.
75) $20\frac{24751}{87120}$ Tg.
76) $9\frac{72}{323}$ löthig.
77) 10448 Thlr. 19 Sgr. $9\frac{123}{1081}$ Pf.
78) $5\frac{13}{21}$ Mnt.
79) 2 Pfd. $22\frac{22}{623}$ Lth.
80) 20 Schneider.
81) $5\frac{1}{7}$ Haufen.
82) $20\frac{5}{64}$ Sgr.
83) 16 Sgr. $9\frac{51}{64}$ Pf.
84) 6 Thlr. 3 Sgr. $3\frac{3}{20}$ Pf.
85) 1 Thlr. 13 Gr. $2\frac{254}{2541}$ Pf.
86) 3 Thlr. 6 Sgr. $2\frac{160}{187}$ Pf.
87) 44 Thlr.
88) $9\frac{9}{34}$ Pf.
89) 26361 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.
90) 2 Thlr. 15 Sgr. $7\frac{1}{5}$ Pf.
91) 10 Sgr. $8\frac{12707}{21056}$ Pf.
92) $\frac{967}{1000}$ Pf.
93) 10 Sgr. $3\frac{9}{10}$ Pf.
94) $9\frac{489}{1969}$ Pf.
95) $3\frac{3579}{4090}$ Pf.
96) 205 Mk. 13 ßl. $5\frac{237}{243}$ Pf.
97) 6 Sgr. $6\frac{5577}{12500}$ Pf.
98) 28,503 Proc.
99) $16\frac{40}{333}$ Mk.
100) 5 Thlr. 18 Sgr. $8\frac{120}{517}$ Pf.
101) 13 Sgr. $10\frac{1}{4}$ Pf.
102) 2 Thlr. 18 Sgr. 8 Pf.
103) 1 Thlr. 21 Sgr. $1\frac{3047}{3888}$ Pf.
104) 2922 Thlr. $9\frac{3}{5}$ Gr.

Zins- oder Interessenrechnung.

1) 17 Thlr. 24 Sgr.
2) 70 Thlr. 6 Sgr.
3) 256 Thlr.
4) 7800 Thlr.
5) 407 Thlr. 17 Sgr. $10\frac{127}{152}$ Pf.
6) 11026 Thlr. 13 Sgr. 4 Pf.
7) $4\frac{709}{1308}$ Proc.
8) 2405 Thlr. 25 Sgr. $10\frac{10}{11}$ Pf.
9) 23 Jhr. $5\frac{5}{62}$ Mnt.
10) 3842 Thlr. 17 Sgr. $8\frac{46}{97}$ Pf.
11) $3\frac{9}{22}$ Proc.
12) 843 Thlr. 19 Sgr. $6\frac{18}{23}$ Pf.
13) 2 Jahr $2\frac{506}{2387}$ Mnt.
14) $4\frac{1}{2}$ Jahr.
15) 5 Jahr $1\frac{1}{5}$ Mnt.
16) $2\frac{41}{117}$ Proc.
17) 382 Thlr. 22 Sgr. $6\frac{27414}{45149}$ Pf.
18) 4467 Thlr. 4 Sgr. $7\frac{203}{283}$ Pf.
19) $3\frac{151519}{177444}$ Proc.
20) 131 Thlr. 19 Sgr. $5\frac{791}{1313}$ Pf.
21) 5 Mnt. $24\frac{18792174}{148771999}$ Tg.
22) 3999 Thl. 12 Sgr. $2\frac{106}{3519}$ Pf.
23) 10 Jhr. 6 Mon. $16\frac{494}{3051}$ Tg.
24) 2598 Thlr. 4 Sgr. $11\frac{49}{109}$ Pf.
25) 5110 Thlr. 22 Sgr. $2\frac{253}{287}$ Pf.
26) $3\frac{11057}{73500}$ Proc.
27) 1515 Thlr. 2 Sgr. $4\frac{113}{319}$ Pf.
28) 5 Jahr 1 Mnt. $25\frac{5285}{6378}$ Tg.
29) $4\frac{41}{576}$ Proc.
30) 1376 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr.
31) 9092 Thlr. 22 Sgr. $6\frac{2}{3}$ Pf.
32) 7 Jhr. $10\frac{10}{23}$ Tg.
33) 1 Jhr. 1 Mnt. $2\frac{984}{4473}$ Tg.
34) $3\frac{902861}{1372113}$ Proc.
35) 1910 Thlr. 7 Sgr. $5\frac{71}{161}$ Pf.
36) 5063 Thlr. 17 Sgr. $7\frac{5567}{7363}$ Pf.
37) 25 Thlr. 10 Sgr. $5\frac{11}{20}$ Pf.
38) 11800 Thlr.
39) 14662 Thlr. 15 Sgr.
40) $2\frac{816288}{1229331}$ Proc.
41) 3066 Thlr. 15 Sgr. $9\frac{3}{5}$ Pf.
42) 5177 Thlr. 15 Sgr. $4\frac{64}{209}$ Pf.
43) 1692 Thlr. 22 Sgr. $7\frac{7}{23}$ Pf.
44) 4086 Thlr. 29 Sgr. $1\frac{61}{71}$ Pf.
45) $34066\frac{2}{3}$ Thlr.
46) 19650 Thlr.
47) 19940 Thlr. 22 Sgr. $2\frac{2}{3}$ Pf.
48) 574 Thlr. 11 Sgr. $7\frac{641}{1021}$ Pf.
49) 7 Mnt. $20\frac{5980}{9129}$ Tg.
50) $5\frac{15745}{216011}$ Proc.
51) 12 Jhr. 7 Mnt. $26\frac{61}{64}$ Tg.
52) 51942 Thlr. $25\frac{5}{7}$ Sgr.
53) 1000 Thlr.
54) 4351 Thlr. 5 Sgr. $1\frac{1501}{2319}$ Pf.
55) 3072 Thlr. 28 Sgr. 4 Pf.
56) 6212 Thlr. 21 Sgr.
57) 23933 Thlr. 10 Sgr.
58) $5\frac{3845}{11846}$ Proc.
59) 1554 Thlr. $23\frac{1}{3}$ Sgr.
60) 6 Jhr. 3 Mnt. $28\frac{302}{391}$ Tg.
61) $3\frac{53}{341}$ Proc.
62) 775 Thlr. 11 Sgr. $6\frac{6}{13}$ Pf.
63) 34360 Thlr.

64) $7\frac{1}{2}$ Proc.
65) 5 Jahr 6 Mon. $3\frac{14016093}{16620829}$ Tage.
66) 1 Jhr. 4 Mon. $24\frac{869256}{2222578}$ Tg.
67) $4\frac{123}{182}$ Proc.
68) $1\frac{76891}{170469}$ Proc.
69) 162 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.
70) 42 Thlr. 1 Sgr. $6\frac{9}{10}$ Pf.
71) 28 Thlr. 17 Sgr. $4\frac{1}{200}$ Pf.
72) 27 Thlr. $6\frac{1}{3}$ Sgr.
73) 20 Thlr. 27 Sgr. $3\frac{1}{5}$ Pf.
74) 157 Mk. 15 ßl. $2\frac{73}{250}$ Pf.
75) 53 Thlr. 3 Sgr.
76) 149 Fl. $24\frac{3}{8}$ Xr.
77) 83 Rthlr. 19 Gr. $7\frac{307}{475}$ Pf.
78) 150 Thlr.
79) 8941 Thlr. 26 Sgr. $3\frac{2}{5}$ Pf.
80) 706 Thlr. 3 Sgr. $7\frac{1}{5}$ Pf.
81) 2788 Thlr. 18 Sgr.
82) 108 Thlr. 16 Sgr. $10\frac{11}{12}$ Pf.
83) 9729 £. 10 Sh. $5\frac{43}{50}$ Pf.
84) 64 Fr. $30\frac{517}{600}$ Cent.
85) 6 Sgr. $11\frac{49}{50}$ Pf.
86) 178 Fl. $12\frac{893}{36000}$ Stüv.
87) $4\frac{4}{827}$ Proc.
88) 5538 Thlr. 13 Sgr. $10\frac{2}{13}$ Pf.
89) 12 Thlr. $8\frac{3}{4}$ Sgr.
90) 713 Thlr. 15 Sgr. $8\frac{92}{281}$ Pf.
91) Am 26. August 1820.
92) Am 19. Februar 1828.
93) Am 1. Januar 1827.
94) 80 Thlr.
95) 181 Thlr. 24 Sgr. $5\frac{2}{5}$ Pf.
96) 267 Thlr.
97) 328 Thlr. 8 Sgr. $9\frac{33}{65}$ Pf.
98) 111 Thlr. $10\frac{1}{3}$ Sgr.
99) 1119 Thlr. 24 Sgr. 9 Pf.
100) 1787 Thlr. 19 Sgr. $7\frac{1}{5}$ Pf.
101) 108 Thlr. 16 Sgr. $8\frac{3}{20}$ Pf.
102) 972 Thlr. 26 Sgr. $7\frac{43}{50}$ Pf.
103) 12021 Thl. — Sgr. $1\frac{499}{600}$ Pf.
104) Am 1. März 1831; sämmtliche Zinsen betragen 224 Thl. 17 Sgr. $7\frac{1}{5}$ Pf.
105) 1383 Thlr. 28 Sgr. $2\frac{17}{20}$ Pf.
106) 6186 Thlr. 21 Sgr. $10\frac{68}{75}$ Pf.
107) 10527 Thl. 13 Sgr. 8,16 Pf.
108) $50795\frac{3}{10}$ Thlr.
109) 2779,75625 Thlr.
110) 3240,46408 Thlr.
111) 16532,98 Thlr.
112) 5418,782256 Thlr.
113) 21673 Einwohner.
114) 24225,66 Klafter.
115) 32699806 Einwohner.

Rabatt- und Discontorechnung.

1) 5962 Thlr. 7 Sgr. $2\frac{286}{3019}$ Pf.
2) 6488 „ 26 „ $11\frac{7811}{3063}$ „
3) 1592 Fl. 2 Stüv. $1\frac{167}{203}$ Pf.
4) 3375 Thlr.
5) 6481 Thlr. 25 Sgr. $6\frac{22}{23}$ Pf.
6) $2\frac{3594}{7673}$ Proc.
7) 880 Thlr. $1\frac{17}{43}$ Sgr.
8) 7 Jhr. $9\frac{5}{32}$ Mon.
9) 2292 Thlr. $10\frac{2}{7}$ Sgr.
10) $4\frac{1}{4}$ Thlr.
11) $5\frac{67}{103}$ Proc.
12) 4 Jhr. $7\frac{7}{11}$ Mon.

13) $5\frac{23}{71}$ Proc.
14) 4936 Thlr. $15\frac{5}{21}$ Sgr.
15) $4\frac{11718}{14538}$ Proc.
16) 59 Thlr. $8\frac{211}{313}$ Sgr.
17) 663 Thlr. $15\frac{53}{64}$ Sgr.
18) $1\frac{1}{2}$ Proc.
19) 184 Pfd. $4\frac{948}{4331}$ Loth.
20) 156 Thlr. $9\frac{6457}{7207}$ Sgr.
21) $10\frac{137995}{147539}$ Mon.
22) 1215 Thlr. $21\frac{9}{16}$ Sgr.
23) 160 Pfd. $24\frac{8}{15}$ Loth.
24) 425 Pfd. $30\frac{170}{501}$ Loth.
25) 836 Thl. 11 Sgr. $10\frac{139}{2000}$ Pf.
26) 454 Thlr. 8 Sgr. $5\frac{63}{80}$ Pf.
27) 4 Mon. $24\frac{146592}{170857}$ Tg.
28) $6\frac{439914}{1665481}$ Proc.
29) 9061 Thlr. $9\frac{1241}{2681}$ Sgr.
30) 6 Mon. $26\frac{74}{221}$ Tg.
31) $3\frac{44749}{618611}$ Proc.
32) 76 Thlr. $15\frac{85}{92}$ Sgr.
33) 403 Thlr. $18\frac{282}{721}$ Sgr.
34) 1 Jahr $4\frac{32}{4123}$ Mon.
35) $1\frac{50631}{101169}$ Proc. jährlich.
36) 5847 Thlr. $23\frac{291307939}{24905244517}$ Sgr.
37) 671 Liv. 9 Sh. $1\frac{147175789}{276218089}$ Pf. Sterl.
38) 1637 Thlr. — Gr. 7 Pf.
39) 1742 Thlr. 5 Sgr. $5\frac{1685}{1759}$ Pf.
40) 3068 Thlr. 19 Sgr. $8\frac{1}{40}$ Pf.
41) 1608 Thlr. — Sgr. $4\frac{17}{25}$ Pf.
42) 993 Liv. — Sh. 9 Pf. Sterl.
43) 5295 Thlr. 8 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf.
44) 6695 Thlr. 8 Sgr. $4\frac{11}{25}$ Pf.
45) 4567 Thlr. 18 Sgr.
46) 9256 Thlr. 6 Sgr. $1\frac{1}{2}$ Pf.
47) 2600 Thlr.
48) 300 Thlr. 3 Sgr. $3\frac{141}{181}$ Pf.
49) 40112 Thlr. 9 Sgr. $5\frac{59}{277}$ Pf.
50) $94\frac{2}{5}$ Proc.
51) 12697 Thlr. 3 Sgr. $1\frac{43}{1001}$ Pf.
52) a) die Staatsschuldscheine stehen: gegen Stadtobligat. $100\frac{4}{15}$ Proc.; gegen westpreuß. Pfdbr. $96\frac{16}{39}$ Proc.; gegen pomm. Pfandbriefe $88\frac{168}{169}$ Proc.
b) die Stadtobligat. stehen: gegen Staatsschuldscheine $99\frac{69}{94}$ Proc.; gegen westpr. Pfdbr. $96\frac{2}{13}$ Proc.; gegen pomm. Pfdb. $88\frac{128}{169}$ Proc.
c) die westpr. Pfdbr. stehen: gegen Staatsschuldscheine $103\frac{34}{47}$ Proc.; gegen Stadtobligat. 104 Proc.; gegen pomm. Pfdbr. $92\frac{4}{13}$ Proc.
d) die pomm. Pfdbr. stehen: gegen Staatsschuldscheine $112\frac{69}{188}$ Procent; gegen Stadtobl. $112\frac{2}{3}$ Proc.; gegen westpr. Pfdbr. $108\frac{1}{3}$ Proc.
53) $99\frac{99}{250}$ Proc.
54) $2033\frac{4839}{7417}$ Thlr.
55) $9404\frac{156}{361}$ Thlr.
56) 7430 Thlr. 6 Sgr. $9\frac{5781}{14729}$ Pf.
57) 7675 Thlr. 25 Sgr. $6\frac{2574}{8021}$ Pf.
58) 1799 Thlr. 13 Sgr. $2\frac{38}{119}$ Pf.
59) 6612 Fl. $55\frac{1}{2}$ Xr.
60) 1546 Mk. 9 ßl. $2\frac{106}{187}$ Pf.
61) Der Rabatt ist 11 Thlr. 8 Sgr. $10\frac{134}{301}$ Pf., die baare

Zahlung 3388 Thlr. 21 Sgr. $1\frac{167}{301}$ Pf.

62) 1159 Thl. 22 Sgr. $1\frac{47410}{51809}$ Pf.

63) 11 Sgr. $7\frac{11047}{12032}$ Pf.

64) 805 Thlr.

65) 55 Thlr. — Sgr. $1\frac{7151}{12946}$ Pf.

Berechnung
der mittleren Zahlungstermine.

1) 8 Mon. $13\frac{29}{37}$ Tg.
2) 1 Jahr 5 Mon. $10\frac{13844}{20309}$ Tg.
3) Am 20. November.
4) 2 Mon. $28\frac{1}{2}$ Tg.
5) 8 Mon. $12\frac{4}{23}$ Tg.
6) 600 und 800 Thlr.
7) $4\frac{145}{158}$ Proc.
8) 10 Mon. $3\frac{3}{14}$ Tg.
9) $8888\frac{8}{9}$ Thlr.
10) Am 24. September.
11) 11 Mon. $13\frac{3}{4}$ Tg.
12) 1 Jahr $11\frac{5}{8}$ Mon.
13) 3075 Thlr. 28 Sgr. $5\frac{61}{79}$ Pf.
14) 17482 Thl. — Sgr. $5\frac{25}{139}$ Pf.
15) $4\frac{156}{181}$ Proc.
16) 21 Jahre 4 Mon. $11\frac{1889}{2621}$ Tg.
17) $9\frac{17}{39}$ Tage.
18) 984 Thlr. und 696 Thlr.
19) $1\frac{97}{236}$ Ellen.
20) 2 Monat.
21) 5 Meilen.
22) 86 Mann.
23) $12\frac{1}{7}$ Monat.
24) Baar.
25) 12 Tg.
26) $18\frac{1}{3}$ Mon.
27) 2 Jahr 3 Monat.
28) $\frac{4}{9}$ baar und $\frac{5}{9}$ nach $1\frac{1}{2}$ Jhr.
29) 7 Jhr. 3 Mon. $21\frac{1923}{2627}$ Tg.
30) Das Gebot des A. ist 17902 Thlr. $4\frac{152}{1107}$ Sgr.
Das Gebot des B. ist 18687 Thlr. $17\frac{51}{287}$ Sgr.
Das Gebot des C. ist 19329 Thl. $18\frac{2192}{12341}$ Sgr. werth.

Theilungs- oder Gesellschaftsrechnung.

1) A. 541 Thlr. $28\frac{2}{31}$ Sgr.
B. 406 „ $13\frac{17}{31}$ „
C. 451 „ $17\frac{23}{31}$ „

2) a) 18 Thlr. $4\frac{11}{31}$ Sgr.
b) 10 „ $14\frac{16}{31}$ „
c) 10 „ $2\frac{13}{31}$ „
d) 7 „ $7\frac{23}{31}$ „
e) 4 „ —$\frac{30}{31}$ „

3) A. 217 Thlr. $14\frac{28}{43}$ Sgr.
B. 310 „ $20\frac{40}{43}$ „
C. 512 „ $19\frac{23}{43}$ „
D. 629 „ $4\frac{38}{43}$ „

4) P. 17 Thlr. $28\frac{89}{487}$ Sgr.
Q. 26 „ —$\frac{1230}{1948}$ „
R. 12 „ $12\frac{486}{487}$ „
S. 30 „ $3\frac{188}{974}$ „

5) Das älteste 2933 Thl. $11\frac{1}{4}$ Sg.
Das zweite 1955 „ $17\frac{1}{2}$ „
Das jüngste 977 „ $23\frac{3}{4}$ „

6) A. 540 Thlr. $5\frac{385}{1003}$ Sgr.
B. 463 „ — $\frac{880}{1003}$ „
C. 964 „ $18\frac{186}{1003}$ „
D. 1028 „ $27\frac{399}{1003}$ „
E. 1303 „ $8\frac{706}{1003}$ „

7) A. 1730 Thlr. $23\frac{1}{13}$ Sgr.
B. 769 „ $6\frac{12}{13}$ „
C. 500 „ — „

8) B. 112 Thlr.
C. $92\frac{4}{5}$ „

9) A. 5595 Thlr. $25\frac{125}{193}$ Sgr.
B. 4041 „ $13\frac{101}{193}$ „
C. 2362 „ $20\frac{160}{193}$ „

10) D. 263 Thlr. $4\frac{14}{19}$ Sgr.
E. 236 „ $25\frac{5}{19}$ „

11) Der erste 9 Thlr. $17\frac{14}{23}$ Sgr.
der zweite 21 „ $6\frac{39}{46}$ „
der dritte 20 „ $16\frac{7}{23}$ „

12) Die Mutter 3206 Thlr. $1\frac{9}{11}$ Sgr.
Das älteste Kind 2885 „ $13\frac{7}{11}$ „
Das zweite „ 2564 „ $25\frac{5}{11}$ „
Das dritte „ 1923 „ $19\frac{1}{11}$ „

13) A. = $295\frac{1}{3}$ Thlr.; B. = $285\frac{1}{3}$ Thlr.
C. = $145\frac{1}{6}$ „ D. = $140\frac{1}{6}$ „

14) A. = 5740 „ B. = 5590 „
C. = 5250 „

15) A. = $4640\frac{5}{11}$ Thlr.
B. = $2784\frac{3}{11}$ „
C. = $2575\frac{3}{11}$ „

16) A. 104 Thlr. $24\frac{24}{29}$ Sgr.
B. 165 „ $3\frac{3}{29}$ „
C. 110 „ $2\frac{2}{29}$ „

17) A. 2708 Thlr. $18\frac{14484}{20377}$ Sgr.
B. 4474 „ $5\frac{13375}{20377}$ „
C. 6637 „ $5\frac{12835}{20377}$ „

18) A. erhält 25 Thlr. $4\frac{3502}{6407}$ Sgr.
— verliert 40 „ $15\frac{2905}{6407}$ „
B. erhält 37 „ $21\frac{4253}{6407}$ „
— verliert 60 „ $23\frac{2154}{6407}$ „
C. erhält 67 „ $3\frac{4614}{6407}$ „
— verliert 108 „ $3\frac{9993}{12814}$ „
D. erhält 26 „ $1\frac{2293}{6407}$ „
— verliert 41 „ $28\frac{4114}{6407}$ „
E. erhält 48 „ $13\frac{3559}{6407}$ „
— verliert 78 „ $1\frac{2848}{6407}$ „
Jeder Gläubiger erhält $38\frac{1934}{6407}$ Proc. seiner Forderung.

19) A. 2091 Thlr. —$\frac{777}{1800}$ Sgr.
B. 1324 „ 13$\frac{41}{600}$ „

20) Das erste Kapital 303 Thlr. 13$\frac{1}{8}$ Sgr.
Das zweite Kapital 404 Thlr. 17$\frac{1}{2}$ Sgr.
Das dritte Kapital 505 Thlr. 21$\frac{7}{8}$ Sgr.

21) A. 3209 Thlr. 8$\frac{217}{961}$ Sgr.
B. 10269 „ 20$\frac{810}{961}$ „
C. 8558 „ 1$\frac{899}{961}$ „
D. 7335 „ 14$\frac{496}{961}$ „

22) A. 46 Thlr. 12$\frac{12}{49}$ Sgr.
B. 58 „ —$\frac{15}{49}$ „
C. 38 „ 20$\frac{10}{49}$ „
D. 21 „ 12$\frac{12}{49}$ „

23) A. 740 Thlr.
B. 1240 „
C. 1860 „

24) A. 2 Thlr. 13$\frac{298}{319}$ Sgr.
B. 3 Thlr. 26$\frac{22}{319}$ Sgr.
C. 2 „ 12$\frac{22}{319}$ „
D. 7 „ 11$\frac{286}{319}$ „

25) A. 1611 Thlr. 5$\frac{5}{17}$ Sgr.
B. 1561 „ 5$\frac{5}{17}$ „
C. 786 „ 17$\frac{11}{17}$ „
D. 401 „ 8$\frac{14}{17}$ „
E. 2441 „ 22$\frac{16}{17}$ „

26) A. 296$\frac{29}{39}$ Pfd.
B. 275$\frac{4}{27}$ „
C. 219$\frac{29}{43}$ „

27) A. 2701$\frac{1988}{2117}$ Thlr.
B. 3827$\frac{581}{2117}$ „
C. 349$\frac{1570}{2117}$ „

28) A. 31$\frac{1}{209}$ Ctr.
B. 37$\frac{48}{209}$ „
C. 18$\frac{126}{209}$ „
D. 9$\frac{39}{209}$ „

29) A. 3 Mon., B. 6 Mon., C. 9 Mon. 8 Proc.

Gold- und Silberrechnung.

1) 10 Mk. 5 Lth.
2) 32 Mk. 10$\frac{3}{8}$ Lth. Silber, 17 Mk. 1$\frac{5}{8}$ Lth. Zusatz.
3) 1 Mk. 8 Lth.
4) 900 Mk.
5) 14 Mk. 1 Lth. 3$\frac{21}{32}$ Gr.
6) 12 Lth. 5$\frac{387}{375}$ Gr.
7) 15 Kar. 10$\frac{7}{11}$ Gr.
8) 6 Mk. 1$\frac{1}{3}$ Lth.
9) 1 Mk. 10$\frac{18}{33}$ Lth.
10) 10 Thlr. 12 Sgr. 6 Pf.
11) 1 Thlr. 14 Sgr. 4$\frac{28}{29}$ Pf.
12) 2 Mk. 1 Sl. 11$\frac{457}{474}$ Pf.
13) 19 Liv. 14 Sh. 9$\frac{42}{85}$ Pf.
14) 8143$\frac{29}{52}$ Thlr.
15) 149 Thlr. 5 Sgr. 11$\frac{131}{320}$ Pf.
16) 44 Mk. 10 Lth. 5$\frac{1}{16}$ Gr. f. Silber, 18 Mk. — Lth. 3$\frac{15}{16}$ Gr. Zusatz.
17) 92 Mk. 10 Lth. fein Silber, 17 Mk. 2 Lth. 8 Gr. Zusatz.
18) 203 Mk. 3 Lth. 4$\frac{1}{2}$ Gr. Silber, 13 Mk. 8 Lth. 13$\frac{1}{2}$ Gr. Zusatz.
19) 51 Mk. 13 Lth. 15$\frac{57}{64}$ Gr. Silber, 42 Mk. 15 Lth. 11$\frac{7}{64}$ Gr. Zusatz.

20) 25 Mk. 14 Lth.
21) 101 Mk. 10 Lth. $16\frac{19}{32}$ Gr.
22) 86 Mk. 4 Lth. $17\frac{89}{512}$ Gr.
23) 14 Mk. 12 Lth. $7\frac{581}{1024}$ Gr.
24) 862 Fl. $36\frac{1169}{1536}$ Xr.
25) 31 Mk. 8 Lth. $10\frac{37}{44}$ Gr.
26) 18 Kar. $5\frac{483}{577}$ Gr.
27) 12löthig.
28) 6 Lth. $13\frac{477}{761}$ Gr.
29) 8 Mk. 4 Lth.
30) 4 Mk. 7 Unzen $10\frac{7}{8}$ Engels.
31) 28,45625 Kilogr.
32) 6 Pfd. 2 Unz. $15\frac{29}{40}$ Pfgw.
33) 2,5498 Hectogr.
34) 50,1952 Hectogr.
35) 198 Thlr. 27 Sgr. $9\frac{5875}{12288}$ Pf.
36) 34 Fr.d'or 2 Thlr. $29\frac{57}{87}$ Sgr.
37) 14 Lth. $11\frac{17}{41}$ Gr.
38) 40 Mk. 8 Lth. $13\frac{1}{2}$ Gr. Silber, 1 Mk. — Lth. $3\frac{15}{16}$ Gr. Gold. Kosten 762 Thlr. — Sgr. $1\frac{863}{1024}$ Pf.
39) 2 Mk. 8 Lth. $3\frac{183}{254}$ Gr.
40) 7 Mk. 1 Lth. $7\frac{13}{32}$ Gr. Gold, 1 Mk. 2 Lth. $12\frac{218}{256}$ Gr. Silber.
41) 11 Lth. $2\frac{43}{244}$ Gr.
42) 11 Mk. 10 Lth. $8\frac{16}{25}$ Gr. Silber, 7 Lth. $13\frac{43}{50}$ Gr. Gold.
43) 6 Mk. 3 Lth. $13\frac{1}{2}$ Gr. Silber, 5 Lth. $3\frac{33}{64}$ Gr. Gold, 153 Thlr. 29 Sgr. $8\frac{1}{16}$ Pf.
44) 25 Mk. 1 Lth. $8\frac{1390}{2029}$ Gr.
45) 8 Thlr. 10 Sgr.
46) Das erste 20 Mk., das zweite 24 Mk.

Alligations- oder Mischungsrechnung.

1) $12\frac{4}{13}$ Mtz. weißes, $3\frac{9}{13}$ Mtz. schwarzes.
2) 15 Kar. $9\frac{27}{73}$ Gr.
3) 14 Sgr. $3\frac{3}{105}$ Pf.
4) 11 Lth. $1\frac{11}{16}$ Gr.
5) 67,6 Proc.
6) $68\frac{36}{73}$ Qrt. guter und $31\frac{37}{73}$ Qrt. schlechter.
7) 8 Kar. $5\frac{1}{3}$ Gr.
8) 19 Proc.
9) 4,384 Lth.
10) $\frac{128}{183}$ Qtch. Citronensaft, 5 Lth. $2\frac{466}{549}$ Qtch. Zucker, 14 Lth. $3\frac{377}{549}$ Qtch. Wasser, 11 Lth. $\frac{140}{183}$ Qtch. Rum.
11) 19 Kar. $11\frac{175}{259}$ Gr.
12) $18\frac{4}{5}$ karatig.
13) 2 Mk. 4 Lth.
14) 17 Kar. $7\frac{1}{5}$ Gr.
15) $9\frac{9}{20}$ Lth.
16) 11 Mk. $7\frac{1}{3}$ Lth.
17) $3\frac{1}{5}$ Mk.
18) 1 Thlr. 12 Sgr. $6\frac{30}{109}$ Pf.
19) 15 Sgr. $4\frac{14}{19}$ Pf.
20) 26 Sgr. $3\frac{9}{29}$ Pf.
21) 38 Thlr. 5 Sgr. $9\frac{153}{203}$ Pf.

22) $39\frac{2}{13}$ Tg.

23) $5\frac{1}{7}$ Tg.

24) 73 Tg. $5\frac{88}{295}$ Std.

25) $58\frac{2}{3}$ Arbeiter.

26) Von der ersten Sorte 1 Ctr. $38\frac{167}{796}$ Pfd.
— — zweiten — 2 „ $76\frac{167}{398}$ „
— — dritten — 6 „ $51\frac{81}{199}$ „
— — vierten — 1 „ $95\frac{58}{398}$ „

Oder:

Von der ersten Sorte 2 Ctr. $64\frac{23}{83}$ Pfd.
— — zweiten — 2 „ $64\frac{23}{83}$ „
— — dritten — 2 „ $64\frac{23}{83}$ „
— — vierten — 4 „ $68\frac{139}{332}$ „

u. dgl. m.

27) Von der ersten Sorte $29\frac{1}{3}$ Pfd.
— — zweiten — $29\frac{1}{3}$ „
— — dritten — $29\frac{1}{3}$ „
— — vierten — 22 „

Oder:

Von der ersten Sorte 22 Pfd.
— — zweiten — 44 „
— — dritten — 22 „
— — vierten — 22 „

u. dgl. m.

28) $11\frac{1}{3}$ Lth.

29) 43 Thlr. $2\frac{4}{73}$ Sgr.

30) $7\frac{7}{12}$°.

31) 18 Kar. $10\frac{1672}{1697}$ Gr.

32) 10 Lth. $7\frac{391}{1271}$ Gr.

33) 2 Thlr. 16 Sgr. $1\frac{161}{487}$ Pf.

34) 3 Theile 10 löthiges und 2 Theile 15 löthiges.

35) Auf 17 Theile Silber kommen 7 Theile Kupfer.

36) Auf 2 Theile 10 löthiges Silber kommt 1 Theil feines Silber.

37) Auf 3 Theile 18 karatiges Gold kommen 5 Theile feines Gold.

38) Auf 1 Theil 14 löthiges 3 Theile 10 löthiges.

39) 2 Mk. 198 Gr. 12 karatiges und 8 Mk. 18 Gr. 20 karatiges.

40) Auf 8 Theile der ersten Sorte kommen 11 von der zweiten Sorte.

41) 2 Theile von der ersten Sorte,
2 — — — zweiten —
1 — — — dritten —
Oder:
3 Theile von der ersten Sorte,
1 — — — zweiten —
1 — — — dritten —
u. dgl. m.

42) 1 Th. 6 löth., 1 Th. 8 löth., 5 Th. 12 löth., 1 Th. 14 löth.
oder 3 = = 5 = = 15 = = 5 = =
oder 1 = = 5 = = 5 = = 5 = =
u. dgl. m.

43) 1 Mk. $13\frac{17}{45}$ Gr. von der ersten Sorte,
— = $188\frac{16}{45}$ = — — zweiten —
1 = $88\frac{32}{45}$ = — — dritten —
2 = $177\frac{21}{45}$ = — — vierten —
Oder:
— Mk. 225 Gr. von der ersten Sorte,
— = 225 = — — zweiten —
— = 270 = — — dritten —
3 = 36 = — — vierten —
u. dgl. m.

44) 17 Sgr. 9 Pf.

45) 12 löthig.

46) $78\frac{6}{11}$ Gr.

47) 14 Eim. 24 Qrt. von der ersten Sorte,
9 Eim. 36 Qrt. von der andern Sorte.

48) $27\frac{29}{33}$ Lth., $16\frac{8}{11}$ Lth. und 1 Pfd. $15\frac{13}{33}$ Lth.

49) $3\frac{19}{31}$ Mtz. von der ersten Sorte,
$4\frac{4}{31}$ = — — zweiten —
$8\frac{8}{31}$ = — — dritten —
Oder:
$4\frac{4}{7}$ Mtz. von der ersten Sorte,
$2\frac{2}{7}$ = — — zweiten —
$9\frac{1}{7}$ = — — dritten —
u. dgl. m.

50) $21\frac{1}{3}$ Lth. zu 12 Sgr. und $10\frac{2}{3}$ Lth. zu 15 Sgr.

51) $9\frac{3}{5}$ Mk. 13löthiges und $2\frac{2}{5}$ Mk. 8löthiges.

52) $5\frac{4}{13}$ Lth. feines und $7\frac{1}{7}$ Lth. 9löthiges Silber.

53) 3 Th. 10löth., 5 Th. 12löth. und 6 Th. 20löth.

oder:	7	„	—	5	„	—	10 „ —
oder:	15	„	—	15	„	—	24 „ —

u. dgl. m.

54) 35 Mk. $9\frac{1}{5}$ Lth.

55) 11 Th. $22\frac{1}{2}$ karatiges und 7 Th. 12karatiges.

56) Auf 4 Th. Silb. 1 Th. Zusatz.

57) 19 Kar. $9\frac{203}{373}$ Gr.

58) 11 Lth. $1\frac{5305}{6503}$ Gr.

59)

8löth.	4 Th.	oder	2 Th.	
$10\frac{1}{2}$ „	24 „	—	2 „	—
12 „	12 „	—	3 „	—
15 „	3 „	oder	1 „	

u. s. w.

60) 6 Th. 21 $\frac{3}{4}$ kar. und 7 Th. $18\frac{1}{2}$ kar.

61) $67\frac{1}{2}$ Quart.

62) 26 Mk. 13 Lth. $7\frac{5}{7}$ Gr. 15löthiges und 20 Mk. 2 Lth. $1\frac{2}{7}$ Gr. 8löthiges.

63) 6 Mk. 6 Lth. $1\frac{98754}{228578}$ Gr. Kupfer.

64) 105 Mk.

65)

14 Mk.	7 Lth.	$6\frac{12}{25}$ Gr.	8löth.
19 „	4 „	$8\frac{16}{25}$ „	9 „
28 „	15 „	— $\frac{24}{25}$ „	10 „
57 „	14 „	$1\frac{23}{25}$ „	15 „

Oder:

9 Mk.	4 Lth.	$3\frac{9}{13}$ Gr.	8 löth.
18 „	8 „	$7\frac{5}{13}$ „	9 „
37 „	1 „	$2\frac{10}{13}$ „	10 „
55 „	9 „	$10\frac{2}{13}$ „	15 „

u. dgl. m.

66)

13 Orh.	1 Eim.		von der ersten Sorte,
6 „	2 „		— — zweiten —
13 „	1 „		— — dritten —
6 „	2 „		— — vierten —

Oder:

15 Orh.	— Eim.	$42\frac{6}{7}$ Qrt.	von der ersten Sorte,
3 „	2 „	$25\frac{5}{7}$ „	— — zweiten —
13 „	1 „	— „	— — dritten —
7 „	1 „	$51\frac{3}{7}$ „	— — vierten —

u. s. w.

67) 3 Ctr. 1 Pfd. $22\frac{18}{53}$ Lth. zu 12 Sgr.
2 " 1 " $4\frac{12}{53}$ " zu 18 "
— " 33 " $6\frac{7}{53}$ " zu 25 "

68) 12 Mk. 7 Loth $5\frac{667}{1015}$ Gr.

69) 9 Mk. 14 Loth $12\frac{3698}{9858}$ Gr.

70) 47 Mk. 4 Loth.

71) 11 Mk. 14 Loth $14\frac{86}{161}$ Gr. $22\frac{1}{4}$ karat.
11 " 14 " $14\frac{86}{161}$ " 18 "
6 " 2 " $6\frac{150}{161}$ " Kupfer.

Oder:
4 " 5 " $14\frac{8}{11}$ " $22\frac{1}{4}$ karat.
21 " 4 " $6\frac{6}{11}$ " 18 "
4 " 5 " $14\frac{8}{11}$ " Kupfer u. s. w.

72) 28 Mark $4\frac{3}{4}$ Loth 15 löth.
14 " $2\frac{3}{8}$ " 10 "
14 " $2\frac{3}{8}$ " 8 "

Oder: 25 Mark 2 Loth 8 Gr. 15 löth.
25 " 2 " 8 " 10 "
6 " 4 " 11 " 8 " u. s. w.

73) $136\frac{1}{2}$ Mark.

74) 9 Mark 1 Loth $15\frac{15}{17}$ Gr.

75) $33\frac{2}{3}$ Mk. 15 löthiges Silber und von den übrigen Sorten den ganzen Vorrath.

76) Zur ersten Quantität kommen: $57\frac{3}{5}$ Qrt. zu 25 Sgr. u. $4\frac{4}{5}$ Qrt. von jeder der übrigen Sorten. Zur zweiten Quantität kommen: $4\frac{4}{5}$ Quart zu 20 Sgr. und $14\frac{2}{5}$ Quart von jeder der übrigen Sorten. Zur dritten Quantität kommen: $37\frac{4}{5}$ Qrt. zu 10 Sgr. und $5\frac{2}{5}$ Qrt. von jeder der übrigen Sorten. Es kann indessen auch durch andere Zahlen den gegebenen Bedingungen genügt werden.

77) 10 Mark $12\frac{117551}{172728}$ Loth Kupfer.

78) $18\frac{1}{2}$ Karat Gold und $2\frac{4}{9}$ Loth Silber auf jede Mark.

79) $22\frac{1}{2}$ Mk. Kupfer und $11\frac{1}{4}$ Mk. 10 löth. Silber.

80) Die Schale wiegt $25\frac{19}{149}$ Loth und der Lohn beträgt 4 Thlr. 5 Sgr. $7\frac{97}{149}$ Pf.

Wechselrechnungen.

1) 6934 Thlr. 2 Sgr. $11\frac{1}{4}$ Pf.
2) 1968 Fl. $6\frac{3}{4}$ Cents.
3) 8444 Thlr. 24 Sgr. $2\frac{5}{8}$ Pf.
4) 1070 Liv. 3 Sh. $4\frac{680}{1663}$ Pf.
5) 301 Thlr. 7 Sgr. $4\frac{29}{40}$ Pf.
6) 158 Thlr. 16 Sgr. $4\frac{61}{200}$ Pf.
7) 1917 Thlr. 9 Sgr. $10\frac{173}{250}$ Pf.
8) 3026 Fl. $74\frac{1}{4}$ Cents.
9) 731 Liv. 14 Sh. $7\frac{65}{125}$ Pf.
10) 1814 Mk. 13 ßl. $7\frac{49}{101}$ Pf.
11) 798 Thlr. 24 Sgr $4\frac{7}{50}$ Pf.
12) 2323 Fl. 34 Xr. $1\frac{5}{9}$ Pf.
13) 146 Thlr. 10 Sgr. $5\frac{7}{10}$ Pf.
14) 432 Thlr. 19 Sgr. $8\frac{92}{99}$ Pf.
15) 1056 Thlr. 11 Sgr. $9\frac{8}{40}$ Pf.
16) 3781 Mk. 7 ßl. $2\frac{6}{23}$ Pf.
17) 1624 Mk. 13 ßl. $9\frac{3}{23}$ Pf.
18) 2516 Mk. 4 ßl. $3\frac{1}{5}$ Pf.
19) 1636 Fl. 11 Stüv.
20) 4151 Fr. $16\frac{12}{43}$ Cent.
21) 1365 Fl. 2 Xr. $3\frac{29}{125}$ Pf.
22) 793 Thlr. 70 Xr. $3\frac{1}{5}$ Pf.
23) 589 Mk. 10 ßl. $5\frac{23}{29}$ Pf.
24) 1886 Lire $12\frac{213}{699}$ Centes.
25) $42\frac{723}{800}$ Proc.
26) $1\frac{118}{187}$ Proc.
27) 16123 Mk. 3 ßl. $7\frac{1}{5}$ Pf.
28) 601 Liv. — Sh. $6\frac{2}{13}$ Pf. Sterl.
29) 8401 Fr. 44 Cent.
30) 1744 Thlr. 5 Sgr.
31) 5101 Fl. 38 Xr. $3\frac{35086}{168357}$ Pf.
32) 427 Liv. 3 Sh. $1\frac{213}{1311}$ Pf. Sterl.
33) 236 Thlr. 15 Sgr. $5\frac{10103664169}{102400000000}$ Pf.
34) 1912 Thlr. 25 Sgr. $2\frac{2}{3}$ Pf.
35) 3837 Fl. 14 Xr. $1\frac{3}{5}$ Pf.
36) 3657 Thlr. 13 Sg. $1\frac{16373}{23680}$ Pf.
37) $113\frac{89}{800}$ Thlr. Giro.
38) $153\frac{9}{32}$ Thlr. preuß. Cour.
39) 3682 Mk. 12 ßl. $8\frac{1688}{9797}$ Pf.*)
40) 24438 Rpta. circa.
41) 4890 Thlr. 9 Sgr. $9\frac{9}{25}$ Pf.
42) a) $666\frac{2}{3}$ Thlr. W. G.
b) $1195\frac{15}{23}$ Fl. im 24 Fl. Fuß.
43) 1214 Thlr. $85\frac{3140}{3763}$ Xr. W. G.
44) 1955 Thlr. 18 Xr. W. G.
45) a) 9210 Frs. $52\frac{12}{19}$ Cent.
b) $79\frac{4}{5}$ Thlr.
46) a) $128\frac{14}{27}$ Fl. holl. Cour.
b) $\frac{1}{54}$ Thlr.
c) $4\frac{17}{27}$ Fl. holl. Cour.
d) $1\frac{23}{27}$ Fl. holl. Cour.
47) a) $1\frac{6809}{8800}$ Proc. Verlust.
b) 1 Sgr. $5\frac{4481}{8000}$ Pf. Verlust.
48) $7\frac{67}{119}$ Proc.
49) a) $15\frac{29}{125}$ Thlr. W. G. Verlust.
b) $1\frac{327}{625}$ Proc.
c) $5\frac{995}{27001}$ Ducaten.
50) a) $14\frac{294403}{1052168}$ Liv. Sterl.

---

*) Wo hier in einer Aufgabe zweierlei proportionirte Spesen vorkommen, sollen sie jedesmal nach der gewöhnlichen Art, als zwei verschiedene Glieder in den Kettensatz aufgenommen werden. Vergl. §. 360.

Gewinn oder 134 Thlr. 21 Sgr. 2 Pf. pr. Cour.

b) $2\frac{2398739}{6313008}$ Proc.

51) Bei der zweiten Sorte hat man auf den Oxhoft $2\frac{1}{3}$ Thlr. Vortheil.

52) 47 Thlr. 4 Sgr. 11 Pf. Verlust.

53) $5\frac{55}{149}$ Proc.

54) $136\frac{27}{29}$ Proc.

55) 1) a) $3\frac{642}{2828}$ Lstrl. gewonnen, oder

b) $39\frac{653}{2828}$ Mk. Bco.

2) $3\frac{53}{115}$ Gr. vls.

3) $\frac{1825}{2828}$ Proc.

56) 1) a) $\frac{20100}{29203}$ Duc. Gewinn oder

b) $4\frac{22}{95}$ Mk. Bco.

2) $\frac{10653}{116812}$ Stüv. holl. Cour.

3) $\frac{5025}{58406}$ Proc.

57) a) 834 Frs. 76 Cent. Gewinn.

b) 1574 Real. 28 Mpta.

c) 1 Fr. 26 Cent.

d) 8,3476 Proc.

58) Ueber Frankfurt a. M.; denn direct werden ihm 2 Mk. Bco. nur zu 1 Fl. 75 Cents holl. Cour. gerechnet, über Frankfurt aber zu 2 Fl. 56 Cents.

59) Ueber Hamburg; denn auf diesem Wege kostet ihm 1 Liv. Sterl. 6 Thlr. 26 Sgr. 5 Pf., direct aber 6 Thlr. 28 Sgr.

60) Hamburg 1 Fl. 7 Cents. London 1 Fl. 37 Cents.
Wien 1 „ 43 „

Also ist die Remesse am vortheilhaftesten über Wien.

61) Für einen Wechselducaten von 375 Mpta. muß gezahlt werden:

adrittura . .	2 Mk.	14 ßl.	9 Pf.
über London .	2 „	13 „	8 „
„ Amsterdam	2 „	14 „	10 „
„ Paris .	2 „	14 „	3 „

Also ist die Remesse über London vorzuziehen.

62) Für 1 Liv. Sterl. erhält man:

adrittura . .	12 Mk.	13 ßl.	6 Pf.
über Amsterdam	12 „	8 „	— „

Folglich ist die Tratte adrittura vorzuziehen.

63) 1 Liv. Sterl. kommt zu stehen:

direct	9 Fl.	40 Xr. C. M.
über Hamburg	9 „	37,8 „ „ „
„ Paris zur Remesse . .	9 „	49,9 „ „ „
„ Paris zur Tratte auf Wien	9 „	50,1 „ „ „
durch Amsterd. Remessen . .	9 „	45,1 „ „ „

Also ist die Remesse über Hamburg vorzuziehen.

64) 76,883.
65) 34,611.
66) 38,014.
67) $265\frac{1}{5}$.
68) 54,558.
69) 35,183.
70) 40,753 fl. vls.
71) 114,233.
72) über Hamburg.
73) $34\frac{4}{271}$ Stüv. holl. Cour.
74) 1 Thlr. 25 Sgr. $1\frac{157}{272}$ Pf.
75) 8 Gr. $5\frac{46759}{51700}$ Pf.
76) 10 Sgr. $2\frac{629}{875}$ Pf.
77) 4 Thlr. 11 Sgr. $2\frac{7949}{12800}$ Pf.
78) 14 Thl. 10 Sg. $9\frac{12190089}{820000000}$ Pf.
79) 9 Thl. 19 Sgr. $3\frac{769323}{800000}$ Pf.
80) 10 Sgr. $2\frac{75740817}{824000000}$ Pf.
81) 11 Sgr. $2\frac{1308747236}{14000000000}$ Pf.
82) a) 371 Thlr. 4 Sgr. $11\frac{108}{163}$ Pf.
b) 1 Sgr. $7\frac{2017}{2282}$ Pf.
83) Ueberhaupt 4951 Thlr. 3 Sgr. $1\frac{89}{163}$ Pf.
Das Pfd. 2 Thlr. 28 Sgr. $4\frac{10835}{11141}$ Pf.
84) $143\frac{17}{21}$ Thlr. preuß. Cour.
85) $100\frac{1}{2}$ Frs.
86) 1 Thlr. 15 Sgr. $5\frac{1}{37}$ Pf. preuß. Cour.
87) $151\frac{13}{37}$ Thlr. preuß. Cour.
88) 9 Sgr. $4\frac{28784}{44745}$ Pf.
89) 12 Mk. 6 fl. $5\frac{26917}{44743}$ Pf. Hamb. Bco.
90) 7,56137 Thlr.
91) 6,7332 Sovereigns.
92) 23,24 Frs.
93) 25,414 Stück.
94) 6 Thlr. 7 Sgr. 11,6 Pf.
95) $2\frac{7}{58}$ Mk. Bco.
96) 15,011 : 1.
97) 14 Loth 14,4 Gr.
98) $24\frac{3}{8}$ Stück.
99) a) 67,853 Stück.
b) 67,5
100) $21\frac{1}{4}$ Stück.
101) 24 Stück.
102) $8\frac{1}{3}$ Stück u. 1 Thlr. 12 Sgr.
103) 7,7 Stück.
104) 1 Thlr. 18 Sgr. 6,59 Pf.
105) a) 6 Thl. 25 Sgr. 5,574 Pf.
b) 6 Thl. 12 Sg. $6\frac{486}{169175}$ Pf.
c) 5 Thlr. 22 Sgr. 8,867 Pf.
d) 3 Thlr. 5 Sgr. $6\frac{1378}{4735}$ Pf.
106) Amsterdam 12,21 Thlr.
Augsburg 9,925 Fl. Cour.
Frankfurt 149 Batzen.

Berlin, gedruckt bei Trowitzsch und Sohn.



